Ph. 2333. C.

<36627139070010

<36627139070010

Bayer. Staatsbibliothek

(Matheſis. Syſtemata & methodi
114.)

Math. U. 218.

R

Des

Freyherrn von Wolf

Neuer Auszug

aus den

Anfangsgründen

aller

mathematiſchen Wiſſenſchaften.

Mit

nöthigen Veränderungen und Zuſätzen

von

Joh. Tob. Mayer und Karl Chriſtian Langsdorf.

Mit Kupfern.

Marburg,

in der Academiſchen Buchhandlung in Commiſſion,

1797.

...rische
...bibliothek
...chen

Vorrede.

Ich pflege die Mathematik aus zwey Urſachen zu recommendiren: einmahl wegen der unvergleichlichen Ordnung, in welcher ſie ihre Sachen gründlich ausführet; darnach wegen ihrer Lehren, welche ſowohl in gründlicher Erkenntniß der Natur und Kunſt, als im menſchlichen Leben vielfältig genutzet werden. Die Ordnung iſt dasjenige, warum ich die Mathematik einem jeden, der ſtudiret, nothwendig zu ſeyn erachte. Denn ich bin mit **Philipp Melanchthon** der gewiſſen Meynung, es könne niemand etwas in gründlicher Ordnung ausführen, welcher nicht in der Mathematik ſich mit Fleiß geübet. Und deswegen billige ich die Gewohnheit der Griechiſchen Weltweiſen, welche niemanden zum Studiren lieſſen, der nicht vorher die Arithmetik und Geometrie erlernet hatte. Nemlich, wer was gründliches erlernen will, der muß eine Fertigkeit haben, alles deutlich zu begreifen, und genau zu unterſuchen, ob dasjenige, was er höret oder lieſet, der Wahrheit gemäß ſey, oder nicht. Ja auch diejenigen, welche die Wahrheiten der Chriſtlichen Religion gründlich einzuſehen haben, müſſen nicht mit einem blinden Köhlerglauben zu ihren Lehrern kommen, und etwas blos deswegen

für wahr annehmen, weil es der hochgelehrte Mann, an den man ſie zum nöthigen Unterricht verwieſen hat, für wahr ausgiebet. Es iſt nicht genug, daß er ihnen die Wahrheit ſaget, ſondern ſie müſſen es auch begreifen, daß es Wahrheit ſey, das iſt, daß die von ihm gemachte Erklärung der Schrift richtig, und die von ihm behauptete Sätze aus dieſer richtigen Erklärung durch bündige Schlüſſe folgen. Denn da **Paulus** nicht leiden will, daß die Gläubigen ſollen **Kinder am Verſtändniß** werden (a), das iſt, wie die Kinder ohne Ueberlegung annehmen, was ihnen von einem vorgeſaget wird, von dem ſie eine gute Meynung haben, und aus dem Gedächtniß nachſagen, wovon nichts in den Verſtand kommen iſt, ſo kann auch kein Lehrer, der Pauliſch geſinnet iſt, von ſeinen Zuhörern begehren, daß ſie ſich wie die kleinen Kinder einwickeln laſſen, wie es ihm gefället. Solche Kinder müſſen ſich wägen und wiegen laſſen, von allerley Wind der Lehre (b), weil der wahre Lehrer nichts vor ſich hat, warum er dieſes fordern könnte, das nicht auch der Verführer für ſich anführen könnte, als welcher ſowohl die Wahrheit zu haben vermeinet, als der andere, dem etwan das blinde Glück darzu verholfen. Alle Fertigkeit kommet durch die Uebung, nicht aber durch Erlernung der Regeln, die man in Acht nehmen muß. Derowegen, wenn gleich in der Vernunftlehre alle Regeln auf das gründ-

(a) 1 Cor. XIV. 24. conf. *Hammodi* Paraphraſis.

(b) Eph. 4. 14.

gründlichſte erkläret werden, die man, Sachen deutlich zu begreifen und vollſtändig zu erweiſen, in Acht nehmen muß, ſo kann doch die Vernunftlehre niemanden das Vermögen geben, die Regeln in fertige Uebung zu bringen. Es verhält ſich hier nicht anders, wie mit dem Geſetze. Das Geſetz zeiget zwar, was gut und böſe iſt, und kommet dannenhero daraus Erkenntniß der Sünde; aber es giebt nicht das Vermögen zu einem tugendhaften Wandel. Die Uebung nun in deutlichen Begriffen und ausführlichen Beweiſen hat man in der Mathematik, wenn man ſie mit gehörigem Fleiſſe erlernet, und daher giebet ſie das Vermögen, die Vernunftlehre ohne einigen Fehltritt auszuüben. Und um dieſer Urſachen willen muß die Mathematik vor der Vernunftlehre erlernet werden, wenn man in richtiger Ordnung, ohne einigen Zeitverluſt, ſtudiren will. Es iſt aber ohne mein Erinnern klar, daß man dieſen Nutzen von der Mathematik nicht zu erwarten hat, wenn nicht die von den alten Geometris gebrauchte Lehrart, in allem auf das ſorgfältigſte in Acht genommen wird: denn nicht die mathematiſche Wahrheit, ſondern die Ordnung, in welcher ſie gründlich erkannt wird, iſt das Mittel, wodurch der Verſtand des Menſchen geändert wird. Daher fället dieſer Nutzen der Mathematik weg, wenn man ihre Lehren auf gemeine Art vorträget, nach welcher ſie mehr in das Gedächtniß, als in den Verſtand gefaſſet werden. Dieſes war die Urſache, warum ich meine Anfangsgründe der mathematiſchen Wiſſenſchaften herausgab, und darin-

nen auch bey ſolchen Sachen, die in mathematiſcher Gewißheit völlig abzuhandeln viel zu weitläuftig fallen würden, die in der Geometrie bey den Alten übliche Ordnung, ſo viel möglich, in Acht nahm. Ja weil es denen, welche die Wahrheit einzuſehen anfangen, nicht anders ergehet, als einem, der aus dem Dunkelen ins Helle kommet, daß er nemlich den allzugroßen Glanz des Lichtes nicht vertragen kann, ſondern dadurch einigen Schmerz in ſeinen Augen empfindet; ſo habe ich auch in den deutſchen Anfangsgründen die völlige Schärfe weder im Erklären, noch im Beweiſen in Acht genommen, hingegen dieſen Mangel, den Anfänger und in gründlicher Erkenntniß ungeübte für eine Vollkommenheit anſehen, in dem lateiniſchen Werke, ſonderlich den beyden Grundſäulen der mathematiſchen Wiſſenſchaften, der Arithmetik und Geometrie, erſetzet, da ich ſowohl im Erklären, als im Beweiſen ſo weit gegangen, als immer jemand fordern kann. Nemlich die Natur thut weder in der Seele, noch in dem Cörper einen Sprung, ſondern alle Veränderungen geſchehen nach und nach. Derowegen, wenn der Verſtand des Menſchen geändert werden ſoll, kann er nicht auf einmal zu dem höchſten Grade der Vollkommenheit gebracht werden; vielmehr muß der Anfang zur Vollkommenheit unter vielen rückſtändigen Unvollkommenheiten gemacht werden. Unterdeſſen muß aber doch der Anfang auch ein Anfang ſeyn, und nicht allein einer heiſſen, das iſt, auch bey der erſten Erlernung der Mathematik muß einige Veränderung

im

im Verſtande vorgehen, und dadurch einige Fertigkeit erreichet werden, zu welcher man nicht würde kommen ſeyn, wenn man deren ſtatt etwas anderes getrieben hätte. Demnach muß die Mathematik mit den erſten Anfängern dergeſtalt vorgenommen werden, daß ſie unvermerkt das Bild der richtigen Ordnung in ihrem Verſtande erblicken, und von der Gründlichkeit einigen Geſchmack bekommen. Derowegen weil vielen meine Anfangsgründe der mathematiſchen Wiſſenſchaften zu weitläuftig geſchienen, als daß ſie mit Anfängern in der gemeiniglich ihnen vorgeſetzten Kürze der Zeit könnten durchgegangen werden; über dieſes auch einigen zu theuer vorkommen, und daher begehret worden, daß ich einen Auszug zu bequemern Gebrauche der Anfänger, ſonderlich auf Schulen, verfertigen möchte; ſo habe ich wegen der großen Begierde, die ich bey mir ſpüre, Verſtand und Tugend unter den Menſchen zu einem höhern Grade zu bringen, als bisher unter ihnen angetroffen wird, mich leicht dahin bewegen laſſen, dieſe Arbeit dergeſtalt über mich zu nehmen, daß ich ihnen einen Auszug gewähren möchte, der an Gröſſe nicht die Hälfte der Anfangsgründe erreichte, und doch in Anſehung des Hauptnutzens ihnen nichts nachgäbe. Damit aber dieſer Nutzen nicht auſſenbliebe, ſo achte ich für nöthig, noch was von dem rechten Gebrauche dieſes Buchs zu erinnern. Man muß vor allen Dingen dahin ſehen, daß die Anfänger in der Arithmetik, Geometrie und Trigonometrie wohl geübet werden. Und kann man den Anfang ſchon

mit den kleinen Knaben machen, welche die Anfangsgründe der lateiniſchen Sprache auswendig lernen. Mit dieſen nimmet man aus der Arithmetik blos das Ausſprechen der Zahlen und die vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen vor, jedoch dergeſtalt, daß man ſie allezeit fraget, warum ſie dieſes ſo und nicht anders machen, damit ſie nicht allein den Grund der Rechnung einſehen, und ſie daher beſſer behalten, ſondern auch angewöhnet werden, nichts ohne Grund von jemanden anzunehmen; ingleichen in allem, was ſie ſehen und hören, um ſeinen Grund ſich zu bekümmern: als welche Aufmunterung des Verſtandes ein lehrbegieriges Gemüthe machet, und zur Beſſerung des Verſtandes mehr beyträget, als unerfahrne glauben dürften. Wenn ſie eine Rechnungsart wohl verſtehen, muß man ſie auf die Erklärung führen, die davon im Anfange des Buches gegeben worden, und durch Gegenhaltung der von ihnen gemachten Exempel zeigen, wie ſie dasjenige darinnen erblicken, was in der Erklärung ſtehet. Hierdurch werden ſie lernen einen Unterſcheid machen zwiſchen dem, was ſie deutlich und undeutlich begreifen; dabey unvermerkt erlernen, wie man aus einzelen Exempeln den darinnen verborgenen allgemeinen Begriff herausſuche, und zugleich ſich gewöhnen, auf ihr Thun und Laſſen Acht zu haben, auch nichts ohne Verſtand vorzunehmen. Hören ſie nun nach der Zeit bey reiferem Verſtande die Regeln, nach welchen er in Erkenntniß der Wahrheit ſich richtet, und die ich in meinem Buche von den Kräften des

menſch-

menſchlichen Verſtandes vorgetragen habe, ſo wird ihnen das durch vorige Uebung erlangte Bild bald vor Augen ſchweben, und werden ihnen die Exempel, darauf ſie ſich beſinnen, alles klar und verſtändlich machen. In der Geometrie lehret man Anfängern Anfangs nur die Figuren kennen, jedoch dergeſtalt, daß ſie nicht allein den Namen zu nennen wiſſen, wenn man ihnen die Figur zeiget, ſondern auch dasjenige herſagen können, woraus ſie die Figur erkennen und von andern unterſcheiden, zu welchen Fragen die daſelbſt gegebene Erklärungen dienlich ſind. Hierdurch lernen ſie deutliche Begriffe von undeutlichen unterſcheiden, welches das erſte iſt, ſo in gründlicher Erkenntniß der Wahrheit zu beobachten. Nach dieſem muß man ſie auf die Zeichnung der Figuren führen, wodurch ſie erkennen, wie ſie möglich ſind, und zugleich inne werden, daß man alsdann erſt eine Sache recht begreife, wenn man verſtehet, wie ſie ſeyn kann. Alsdann kann man auch die Lehrſätze und die übrigen Aufgaben vornehmen, jedoch auf ſolche Weiſe, daß man nach den Bedingungen der Lehrſätze die Figuren zeichnen läſſet, und nach dieſem durch die Hülfe der Inſtrumente verſuchet, ob der Satz richtig befunden wird, und dasjenige eintrift, was in der Aufgabe aufgegeben worden: welche Proben dergeſtalt einzurichten ſind, daß ſie ſo viel von dem Beweiſe in ſich enthalten, als möglich iſt. Ein mehreres findet man von dieſen mechaniſchen Beweiſen, wie ich ſie zu nennen pflege, unter dem Worte demonſtratio mechanica in meinem

Lexico mathematico. Endlich kann man zuletzt die Geometrie durchgehen, wie ſie in dem Buche gedruckt iſt, jedoch dergeſtalt, daß man die Beweiſe durch Fragen durchnimmet, in der Ordnung, wie die Vorderſätze mit ihren Hinterſätzen in denen dazu nöthigen Schlüſſen in einer unverrückten Reihe auf einander folgen. Da man denn allezeit von demjenigen den Anfang machen muß, was entweder die Betrachtung der Figur, oder die Bedingungen der Lehrſätze und die Auflöſung der Aufgabe an die Hand geben, und dadurch ſich anderer Sätze erinnert, die vorhin ausgemacht worden, damit man etwas neues daraus ſchlieſſen kann, wie ſolches in meinem Lexico mathematico unter dem Worte demonſtratio deutlicher gewieſen. Und finde ich es ſehr dienlich, wenn man alle Sätze ordentlich unter einander hinſchreibet, wenn man darauf kommet. Auf ſolche Weiſe wird man nicht allein einen Geſchmack von gründlicher Erkenntniß bekommen, ſondern auch zugleich einer Sache ordentlich nachzudenken angeführet werden. Hat man die Arithmetik und Geometrie auf eine ſolche Art nach und nach durchgenommen, ſo wird man auch ohne Anſtoß in den übrigen Diſciplinen fortkommen können. Jedoch wollte ich rathen, daß man in denſelben durch nöthige Experimente oder Verſuche erläuterte, was ſich dadurch zeigen läſſet: welches ſchon vorher geſchehen könnte, ehe man in der Geometrie ſich an die ernſthaften Beweiſe wagete. Wenn man dieſes Buch auf die vorgeſchriebene Weiſe brauchen wird, ſo zweifele ich nicht, es werde mit

dem Studiren bald ein anderes Anſehen gewinnen. Gott gebe, daß es bald geſchehen möge! Noch muß ich dieſes erinnern, daß in der andern Auflage hin und wieder einiges verbeſſert, auch einiges von neuem hinzugeſetzet, und einige wenige Druckfehler, welche in die erſte Auflage eingeſchlichen waren, ſowohl im Texte, als den Figuren geändert worden. Halle den 21. Jul. 1713.

Zuſatz.

In neuerer Auflage hat man die fehlende Beweiſe §. 198. 199. 203. 206. Geom. aus denen Anfangsgründen hinzugefüget, und weil zu denenſelben ſolche Lehrſätze, die ſich in dem Auszuge nicht befanden, nöthig waren, ſo ſind einige mit einem * bemerkte §§. aus denen Anfangsgründen zwiſchen den §. 197. und 198. imgleichen zwiſchen den §. 205. und 206. eingerückt worden. Die dazu gehörigen Kupfer ſind gleichfalls hinzugefügt, und nur die Zeichnung zum Beweis des 31ſten Lehrſatzes, vom Verhältniß der Kugel gegen den Cylinder etwas geändert und deutlicher gemacht worden. Man hofft, hierdurch nicht nur Anfängern, ſondern auch Lehrenden einen Gefallen erwieſen zu haben, welche ſonſt genöthiget ſind, die fehlende Beweiſe bey Erklärung des Auszuges dazu zu dictiren. Halle, den 15. April 1755.

Vor=

Vorrede
zur neuen Ausgabe.

Die auf dem Titel genannten Profeſſoren zu Erlangen wurden ſchon vor 6 Jahren um eine umgeänderte Ausgabe des Wolfiſchen Auszugs erſucht, aber immer durch den Gedanken, bey der großen Menge neuerer Lehrbücher vielleicht eine überflüßige Arbeit zu übernehmen, abgehalten, jenem Geſuche zu willfahren. Wegen der noch immer häufigen Nachfrage, nach dieſem ſonſt ſo beliebten Lehrbuche, mußten wir uns aber endlich doch für überzeugt halten, daß es auch jetzt noch öfters zum Unterrichte müſſe gebraucht werden, und daß, wenn wir es theils umänderten, theils mit neuen, dem jetzigen Zuſtande der Mathematik angemeſſenen Zuſätzen vermehrten, wir vielleicht vielen einen Gefallen erweiſen dürften. Wir entſchloſſen uns demnach, den wiederholten Bitten des Verlegers nachzugeben, und liefern alſo hier Wolfs Auszug, zwar groſſentheils in ſeinem alten Gewande (denn Wolf ſollte ja Wolf bleiben) aber in der Hoffnung, daß er ſich auch künftig ſeiner Exiſtenz nicht wird ſchämen dürfen. Wir glauben, daß er nunmehr zum allererſten Unterrichte in der Mathematik (und dieſen Geſichtspunkt muß man ja nicht auſſer Acht laſſen) wieder eben ſo nützlich ſeyn wird, als er es vor 50 Jahren war, wenn bey dem Vortrage diejenigen Zuſätze erläutert, und weiter ausgeführt werden, welche wir oft nur ganz

in der Kürze berührt haben. Sie hier alle zu erwähnen, würde zu nichts nützen, man wird ſie gehörigen Orts in dem Buche finden. **Abänderungen** des Wolfiſchen Vortrags ſind meiſtens mit den Anfangsbuchſtaben unſerer Nahmen M. L. bemerkt, und die **neuen Zuſätze** mit Hinzufügung lateiniſcher Buchſtaben, z. E. §. 12 a) u. f. von dem Texte unterſchieden worden. Ohne Noth haben wir Wolfs Vortrag nirgends abgeändert. Daß aber nach dem jetzigen Zuſtande der Wiſſenſchaft insbeſondere die angewandte Mathematik Anlaß zu ſtarken Abänderungen und Zuſätzen gegeben haben, wird man voraus erwarten. Hieher rechnen wir den ſchärfern Beweis der Lehre vom Hebel, die unentbehrlichſten Lehren von den beſchleunigenden Kräften, und den dabey nöthigen Beſtimmungen der Momente der Trägheit, den ſchärfern Beweis vom Gleichgewichtsgeſetze flüßiger Maſſen, das nöthigſte aus der Lehre vom Barometer und Thermometer, die beynahe gänzliche Umarbeitung der Hydraulik — weil das, was Wolf darüber ſagte, für keine Gattung von Leſern unterrichtend ſeyn konnte — die häufigen Einſchaltungen und Abänderungen in der Aſtronomie, das wichtigſte der Lehre von den Parallaxen, in der Artillerie etwas von den Bahnen der geworfenen Körper u. ſ. w. Ueberhaupt haben wir überall Winke gegeben, Lehrlinge frühzeitig zu überzeugen, daß man viel mehr als bloße Arithmetik und Geometrie verſtehen müſſe, um zu gründlichen und brauchbaren Kenntniſſen in der Mathematik zu gelangen. Die ſtärkſte Abänderung hat die Baukunſt erlitten. So wenig derjenige der

bey=

beyden Herausgeber, welche dieſe Abänderung übernommen, Wolfen tadelt, daß er es zu ſeiner Zeit, wo es überhaupt an Lehrbüchern über die Baukunſt, in deutſcher Sprache noch ſo ſehr fehlte, für nützlich hielt, von den Säulenordnungen, und allen ihren einzeln Theilen, und ſonſtigen Zeichnungen und Bauriſſen, mit einer Weitläuftigkeit in ſeinem Auszuge zu handeln, die ihm damals das Anſehen gab, als ob er würklich Baukunſt enthalte, und Baumeiſter bilden könne, ſo ſehr zweckwidrig ſchien ihm dieſe Anleitung für die jetzige Ausgabe. Geſetzt auch, daß andere hierüber anders urtheilen ſollten, ſo wird man doch ſo billig ſeyn, einzugeſtehen, daß es unmöglich iſt, ſich in einem ſolchen Handbuche in alle Theile der Baukunſt einzulaſſen. Der enge Raum, in welchen man durch die Mannigfaltigkeit der mathematiſchen Wiſſenſchaften eingeſchränkt iſt, verſtattet kaum, das Nothwendigſte und Wichtigſte vorzutragen, und obgedachter Herausgeber hoft, daß man in dieſer Rückſicht mit ſeinem Vortrage zufrieden ſeyn wird.

In der alten Ausgabe vom Wolf, kam nichts von der höhern Geometrie und Analyſis vor, und die gemeine Algebra war faſt gar nicht zu brauchen. Auch kam in der Trigonometrie nichts von den jetzt ſo unentbehrlichen trigonometriſchen Formeln vor. Dieſen Mängeln iſt in der neuen Ausgabe durchaus abgeholfen, ſo weit als es der uns vorgeſetzte Zweck, nemlich daß Wolfs Auszug nur für die erſten Anfänger dienen ſoll, verſtattete. Man wird ſich ſicher tröſten können, daß dagegen andere entbehrlichere Dinge weggelaſſen worden

ſind.

ſind. Die Bearbeitung der einzeln Wiſſenſchaften haben die Herausgeber folgendermaaßen unter ſich vertheilt:

Mayer.	Langsdorf.
Rechenkunſt.	Geometrie.
Algebra.	Trigonometrie.
Höhere Geometrie.	Mechanik.
Analyſis des Unendl.	Hydroſtatik.
Optik.	Aerometrie.
Katoptrik.	Hydraulik.
Dioptrik.	Baukunſt.
Perſpektiv.	
Aſtronomie.	
Geographie.	
Chronologie.	
Gnomonik.	
Artillerie.	
Fortification.	

Wir haben dieſe Wiſſenſchaften in der Ordnung auf einander folgen laſſen, welche uns die natürlichſte ſchien, alſo nicht z. E. die Algebra zuletzt, wie in der alten Ausgabe. Die Kupfer ſind durchaus neu geſtochen, und entbehrliche mit nützlichern vertauſcht worden. Die Figuren zu den aſtronomiſchen Zuſätzen befinden ſich auf der Tafel, welche die höhere Geometrie enthält. Ein brauchbares nach den §§en eingerichtetes Regiſter macht den Beſchluß.

Erlangen im März 1797. Die Herausgeber.

Kur=

Kurzer Unterricht
von der
Mathematiſchen Lehrart.

§. 1.

Die Lehrart der Mathematicorum, das iſt, die Ordnung, deren ſie ſich in ihrem Vortrage bedienen, fänget an von den Erklärungen, gehet fort zu den Grundſätzen, und hiervon weiter zu den Lehrſätzen und Aufgaben: überall aber werden Zuſätze und Anmerkungen nach Gelegenheit angehänget.

§. 2. Die **Erklärungen** (*Definitiones*) ſind deutliche Begriffe, dadurch die Sachen von einander unterſchieden werden, und daraus man das übrige herleitet, was man von ihnen erkennet. Es ſind aber dieſelben zweierley: Entweder Erklärungen der Wörter (*definitiones nominales*), oder Erklärungen der Sachen (*definitiones reales*).

§. 3. **Die Erklärungen der Wörter** geben einige Kennzeichen an, daraus die Sache erkannt werden kann, die einen gegebenen Namen führet. Als wenn in der Geometrie geſaget wird: ein Quadrat ſey eine Figur, welche vier gleiche Seiten und gleiche Winkel hat.

§. 4. Die **Erklärungen** der **Sachen** ſind ein klarer und deutlicher Begriff von der Art und Weiſe, wie die Sache möglich iſt. Als wenn in der Geometrie geſaget wird: ein Circul werde beſchrieben, wenn eine gerade Linie ſich um einen feſten Punkt beweget.

§. 5. Wir nennen einen **Begriff** eine jede Vorſtellung in dem Verſtande.

§. 6. Es iſt aber mein **Begriff klar**, wenn meine Gedanken machen, daß ich die Sache erkennen kann, ſo bald ſie mir vorkommt; als z. E. daß ich weiß, es ſey diejenige Figur, welche man einen Triangel nennet.

§. 7. Hingegen iſt der **Begriff dunkel**, wenn meine Gedanken nicht zulangen, die Sache, ſo mir vorkommt, zu erkennen. Als wenn mir eine Pflanze gezeiget wird, und ich bin zweifelhaft, ob es eben dieſelbige ſey, die ich zu anderer Zeit geſehen, und die dieſen oder jenen Namen führet.

§. 8. Der **klare Begriff iſt deutlich**, wenn ich einem ſagen kann, aus was für Merkmaalen ich die vorkommende Sache erkenne. Als wenn ich ſage, ein Circul ſey eine Figur, die in eine in ſich ſelbſt laufende krumme Linie eingeſchloſſen, deren jeder Punkt von dem Mittelpunkte deſſelben gleich weit weg iſt.

§. 9. Ein **klarer Begriff** aber iſt **undeutlich**, wenn man einem die Merkmaale nicht ſagen kann, daraus man die vorkommende Sache erkennet: dergleichen ihr von der rothen Farbe habet.

§. 10. Es iſt ein **deutlicher Begriff vollſtändig**, wenn man auch von den Merkmaalen, die er einſchließt, deutliche Begriffe hat. Als wenn man in der angegebenen Erklärung des Circuls (§. 8.) auch einen deutlichen Begriff von der geraden Linie, von dem Punkte, von einem feſten Punkte und von der Bewegung um denſelben hat.

§. 11. Hingegen iſt er **unvollſtändig**, wenn man von den Merkmaalen, die er in ſich faſſet, keine deutliche Begriffe hat.

§. 12. In den mathematiſchen Wiſſenſchaften befleißiget man ſich vor allen Dingen auf deutliche und vollſtändige Begriffe, ſowohl in den Erklärungen der Sachen, als in den Erklärungen der Wörter.

§. 13. Daher findet man in den folgenden Erklärungen keine Wörter, welche nicht entweder ſchon in den vorhergehenden wären erläutert worden, oder als anders woher bekannt angenommen werden können.

§. 14. Ja wenn man in einigen Fällen mit einem undeutlichen Begriffe vergnüget ſeyn kann, ſo muß er ſo beſchaffen ſeyn, daß man dazu bald ohne Mühe gelangen kann, und dannenhero von einer Sache, um deren Gegenwart man ſich nicht ſonderlich zu bemühen hat.

§. 15. Was die Erklärungen der Sachen betrift, ſo zeigen dieſelbigen, wie eine Sache möglich iſt, das iſt, auf was für Art und Weiſe ſie entſtehen kann (§. 4). Und derowegen hat man bey denſelben auf zweyerley zu ſehen, nemlich auf dieienigen Dinge, welche zu ihrer Möglichkeit etwas beytragen, und auf dasienige, was ſie dazu beytragen. Z. E. wenn ein Circul erkläret wird, daß er entſtehe, wenn ſich eine gerade Linie um einen feſten Punkt herum beweget; ſo erfordert man zu ſeiner Möglichkeit einen Punkt und eine gerade Linie; der Punkt ſoll unbeweglich ſeyn, und alſo die Bewegung der Linie reguliren; die gerade Linie aber ſoll ſich dergeſtalt bewegen, daß ſie wieder an den Ort kommt, wo die Bewegung ſich angefangen hatte.

§. 16. Die Erklärungen, ſowohl der Wörter, als der Sachen, können entweder vor ſich insbeſondere erwogen, oder mit andern verglichen werden. Betrachtet ihr dasjenige, was in den Erklärungen enthalten iſt,

und ſchließet etwas unmittelbar daraus; ſo nennen wir ſolches einen **Grundſatz**. Z. E. wenn ihr bey der Erklärung des Circuls bedenket, daß die Linie, welche ſich um den Mittelpunkt herum beweget, immer einerley Länge behält: ſo werdet ihr bald begreifen, daß alle Linien, welche aus dem Mittelpunkte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich ſind. Dieſe Wahrheit nun iſt ein Grundſatz. In dieſem Verſtande brauchet der Herr von **Tſchirnhauſen** dieſes Wort; insgemein aber nennet man einen **Grundſatz** einen allgemeinen Satz, den man ohne Beweis einräumet. Und ſo nehmen das Wort *Euclides* und alle alte und neue Geometrae.

§. 17. Die Grundſätze zeigen, entweder daß etwas ſey, oder daß etwas könne gethan werden. Ein Grundſatz von der erſten Art iſt, den wir erſt aus der Erklärung des Circuls hergeleitet, daß nemlich alle Linien, die aus dem Mittelpunkte an die Peripherie gezogen werden, einander gleich ſind. Hingegen ein Grundſatz von der andern Art iſt, der aus Erklärung der geraden Linie fließet, daß nemlich von einem jeden Punkte zu einem jeden Punkte eine gerade Linie könne gezogen werden. Im Lateiniſchen nennet man die Grundſätze der erſten Art Axiomata; die Grundſätze aber der andern Art Poſtulata.

§. 18. Weil nun die Grundſätze unmittelbar aus den Erklärungen gezogen werden, haben ſie keines Beweiſes nöthig, ſondern ihre Wahrheit erhellet, ſo bald man die Erklärungen anſiehet, daraus ſie fließen. Man kann demnach nicht eher verſichert ſeyn, ob der Grundſatz wahr ſey oder nicht, bis man die Möglichkeit der Erklärungen unterſuchet hat. Sonſt hat man nichts mehr, als daß die Grundſätze richtig ſind, woferne die Erklärungen möglich ſind. Man ſiehet hieraus zugleich die Urſache, warum **Tſchirnhauſen** die Grundſätze als ſolche

che Sätze beſchrieben, die durch eine Erklärung begriffen werden (§. 16.).

§. 19. Mit den Grundſätzen werden unterweilen die Erfahrungen vermenget. Man nennet aber eine **Erfahrung** dasjenige, welches man erkennet, wenn man auf ſeine Empfindungen Acht hat. Z. E. ich ſehe, daß, wenn ein Licht angezündet wird, alle Dinge, die um mich ſind, ſichtbar werden; dieſe Erkenntniß wird eine Erfahrung genennet. Und demnach ſind die Erfahrungen Sätze von einzeln Dingen; weil ich nichts als einzele Dinge empfinden kann.

§. 20. Wenn man verſchiedene Erklärungen gegen einander hält, und daraus ſchließet, was durch einzele Betrachtungen zu erkennen unmöglich war, ſo nennet man ſolches einen **Lehrſatz** (Theorema). Z. E. wenn man in der Geometrie einen Triangel mit einem Parallelogrammo vergleichet, welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat, und in dieſer Vergleichung theils unmittelbar aus den Erklärungen dieſer beiden Flächen, theils aus andern Eigenſchaften derſelben, die aus ihren Erklärungen ſchon vorher gefunden worden, ſchließet, daß der Triangel nur halb ſo groß iſt, als das parallelogrammum; wird dieſer Satz: **der Triangel iſt die Hälfte eines** *Parallelogrammi*, **welches mit ihm einerley Grundlinie und Höhe hat**, ein Lehrſatz genennet.

§. 21. Es iſt aber bey jedem Lehrſatze auf zweyerley zu ſehen, nemlich einmal auf den Satz, darnach auf den Beweis. Jener ſaget aus, was einer Sache unter gewiſſen Bedingungen zukommen könne oder nicht: dieſer aber erkläret, wie unſer Verſtand dazu gebracht wird, daß er ſich ſolches von der Sache gedenken kann.

§. 22. Die Gründe des Beweiſes ſind theils die Erklärungen derjenigen Wörter und Sachen, die in dem

Lehrſatze enthalten ſind, theils auch die aus gedachten Erklärungen von eben dieſen Sachen ſchon vorhin hergeleitete Eigenſchaften. Weil man nun in der Mathematik nichts zu den Gründen annehmen läſſet, als was entweder in den vorhergeſetzten Erklärungen, oder daher geleiteten Grund- und Lehrſätzen enthalten; ſo pfleget man die Erklärungen und Lehrſätze jederzeit anzuführen, auf welche man den Beweis gründet; theils damit ein jeder ſiehet, daß die angenommene Gründe des Beweiſes ihre Richtigkeit haben; theils damit diejenigen, welche die Gründe noch nicht erkannt, oder auch wohl wieder vergeſſen haben, nachſchlagen können und ſich ihrer Gewißheit verſichern.

§. 23. Die Art und Weiſe, aus den geſetzten Gründen zu ſchließen, iſt keine andere, als die längſt in allen Büchern von der Logica oder Vernunftkunſt beſchrieben worden. Es ſind die Beweiſe oder Demonſtrationes der Mathematicorum nichts anders, als ein Haufen nach den Regeln der Vernunftkunſt zuſammengeſetzter Schlüſſe. Daß demnach in denſelben alles durch die ſo genannten Syllogiſmos geſchloſſen wird; nur daß man zuweilen, oder wol meiſtens einen von den Vorderſätzen wegläſſet; weil er entweder dem Leſer, der ſich den Beweis zu gedenken bemühet, vor ſich einfället, oder aus der beygefügten Citation leicht kann errathen werden. Dieſes hat nicht allein *Clavius* an dem Beweiſe des erſten Lehrſatzes in den Elementis *Euclidis;* ſondern auch *Herlinus* und *Daſipodius* durch einige Bücher dieſer Elementorum, und *Heniſchius* durch die ganze Rechenkunſt gewieſen.

§. 24. Die Aufgaben handeln von etwas, ſo gethan oder gemacht werden ſoll, und werden in drey Theile eingetheilet, in den Satz, die Auflöſung, und den Beweis. In dem Satze geſchiehet der Vortrag von dem, was gemacht werden ſoll. Die Auflöſung erzählt

alles,

alles, was man thun muß, und wie man eins nach dem andern zu verrichten hat, damit geſchehe, was man verlanget. Endlich der Beweis führet aus; wenn das geſchiehet, was in der Auflöſung vorgeſchrieben wird, ſo müſſe man auch nothwendig erhalten, was man in dem Satze verlangte. Solchergeſtalt wird jede Aufgabe in einen Lehrſatz verwandelt, wenn ſie bewieſen werden ſoll. Es heiſſet nemlich überhaupt: Wenn man alles thut, wie es die Auflöſung erfordert, ſo geſchiehet, was man thun ſollte.

§. 25. Zuweilen geſchiehet es, daß man um beſonderer Urſachen willen einen Satz auf einen beſondern Fall appliciret, oder auch aus demſelben einen andern Satz herleitet. Dergleichen Arten der Wahrheiten werden **Zuſätze** (Corollaria) genennet.

§. 26. Endlich in den **Anmerkungen**, die ſowohl den Erklärungen, als Grund- und Lehrſätzen, imgleichen den Aufgaben beygefüget werden, pfleget man dasjenige, was noch dunkel ſeyn möchte, zu erläutern, den Nutzen der vorgetragenen Lehren anzudeuten; die Hiſtorie der Erfindung beyzubringen, und was etwa ſonſt nützliches zu wiſſen vorfället.

§. 27. Wer die bisher erläuterte Methode oder Lehrart betrachtet, wird ohne Mühe innen werden, daß ſie allgemein iſt, und in allen Wiſſenſchaften gebraucht werden ſoll, wenn man anders richtige Erkenntniß der Dinge verlanget. Man nennet es aber die mathematiſche, zuweilen auch gar die geometriſche Methode oder Lehrart, weil bisher faſt die Mathematiker allein, ſonderlich in der Geometrie, ſich derſelben bedienet.

§. 28. Und darum, weil in der Mathematik dieſe Lehrart auf das allergenaueſte in Acht genommen wird, rühmet man von ihr, daß ſie den Verſtand des Men-

ſchen ſchärfe, das iſt, geſchickt mache, in alle Dinge, die er erkennen lernet, tiefer und richtiger einzuſehen, als ein anderer, der ſich ſo genau und ordentlich zu denken nicht angewöhnet.

§. 29. Es werden alſo dieſes vortreflichen Nutzens diejenigen nicht theilhaftig, welche blos einige mathematiſche Aufgaben, und andere im menſchlichen Leben zwar nützliche, aber an und vor ſich ſelbſt zur Mathematik eigentlich nicht gehörigen Sachen lernen, oder auch von den mathematiſchen Wahrheiten nur eine gemeine Erkenntniß erlangen.

Ende des Unterrichts von der Lehrart.

Anfangs-Gründe der Rechenkunſt.

Erklärung.

1.

Die Rechenkunſt iſt eine Wiſſenſchaft zu rechnen, das iſt, aus einigen gegebenen Zahlen andere zu finden, von denen eine Eigenſchaft in Anſehung der gegebenen Zahlen bekannt gemacht wird. Z. E. man ſoll eine Zahl finden, die ſo groß iſt, wie 6 und 8 zuſammen.

1 a) Von den vielen über die Arithmetik oder Rechenkunſt herausgekommenen Schriften nenne ich nur einige der vorzüglichſten. v. Clausbergs demonſtrative Rechenkunſt 4 Theile. Leipz. 1748. F. Chr. Lor. Karſtens Rechenbuch. Bützow. 1786. Karſtens Lehrbegriff der geſammt. Math. 1. und 2. Theil. Willichs gründliche Vorſtellung der Reeſiſchen allgemeinen Regel, 2 Bände. Göttingen 1759. Michelſens Anleitung zur juriſtiſchen, politiſchen und ökonomiſchen Rechenkunſt. Halle 1782. Reimers Anweiſung zur Rechenkunſt. Hamburg 1776. Roſenzweigs allgemeine Regel der Rechenkunſt oder Kettenpraktik. Augsburg 1780. Kochs vollſtändiges Rechenbuch, 4 Theile 1784. Bürjas ſelbſt lernende Algebraiſt, oder deutliche Anweiſung zur ganzen Rechenkunſt 2 Theile. Berlin 1786. Käſtners Fortſetzuug der Rechenkunſt. Göttingen 1786. Von Florencourts Abhandlungen aus der juriſtiſchen und politiſchen Rechenkunſt. Altenburg 1781. Hanfs Lehrbuch der Arithmetik zum Gebrauche bey eigenem und fremden Unterrichte. Gieſſen 1793. N. Schmidts Rechenkunſt. Leipzig 1774. iſt ſehr vollſtändig in Abſicht auf die Reeſiſche allgemeine Regel.

Anmerkung.

2. Die Wiſſenſchaft bedeutet eine Fertigkeit, alles dasjenige, was man von einer Sache behauptet, aus unumſtößlichen Gründen darzuthun.

Erklärung.

3. **Wenn man viele einzele Dinge von einer Art zuſammennimmt, entſtehet daraus eine Zahl.** Z. E. wenn man zu einer Kugel noch eine andere leget, ſo hat man zwey Kugeln. Leget man noch eine darzu, ſo hat man drey, u. ſ. w.

Zuſatz.

4. Alſo erfordert jede Zahl eine gewiſſe Einheit, und laſſen ſich keine Zahlen mit einander vergleichen, auch nicht zuſammenſetzen, welche nicht aus einerley Einheiten entſtanden. Z. E. wenn ich ſage 6; ſo muß eine jede Einheit, die zu dieſer Zahl genommen wird, ein Ding von einer Art, als etwan ein Hund, ein Apfel, ein Haus, ein Thaler, ein Groſchen ſeyn ꝛc.

Zuſatz.

5. Eine Zahl wird größer gemacht, oder vermehret, wenn man andere Zahlen von ihrer Art hinzuſetzet: hingegen wird ſie vermindert, wenn man eine oder mehrere Zahlen von ihrer Art wegnimmt. Und weiter kann man keine Veränderung mit den Zahlen vornehmen. Es ſind aber **Zahlen von einerley Art**, die aus einerley Einheiten beſtehen (§. 4.).

Zuſatz.

6. Wenn eine Zahl vermehret wird, ſind die Zahlen, ſo zu derſelben geſetzt werden, entweder alle vor ſich derſelben gleich; als wenn man 6 etlichemal nimmt: oder ſie ſind größer und kleiner als dieſelbe; als wenn man 6, 3, 5, ꝛc. zuſammennimmt. Und dannenhero ſind zwey verſchiedene Arten, eine Zahl zu vermehren.

Zuſatz.

7. Eben ſo iſt klar, daß, wenn eine Zahl vermindert wird, man entweder eine oder mehrere kleinere Zahlen nach einander von derſelben wegnimmt; oder auch nur eine Zahl ſo vielmal von ihr wegthut, als man kann. Und demnach ſind zwey verſchiedene Arten, eine Zahl zu vermindern.

Anmerkung.

8 Hieraus ſind die vier Rechnungsarten, nemlich Addiren, Subtrahiren, Multipliciren und Dividiren entſtanden, wie aus folgenden Erklärungen abzunehmen.

Erklärung.

9. **Addiren heiſſet eine Zahl finden, welche verſchiedenen Zahlen von einer Art zuſammengenommen gleich iſt.** Die gegebenen Zahlen werden die **ſummirenden**; die gefundene aber wird die **Summe**, oder das **Aggregat** genennet.

Zuſatz.

10. Weil eine jede Zahl aus vielen Einheiten zuſammengeſetzet iſt (§. 3.): ſo geſchiehet das Addiren, wenn man zu der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach zählet.

Anmerkung.

11. Die Einheiten der Zahlen ſtellet man ſich anfangs durch die Finger vor, und verrichtet das zum Addiren nöthige Zählen ſo lange durch die Finger, bis man in dem Gedächtniſſe behalten, wie viel eine jede kleine Zahl zu einer anderen Zahl genommen, ausmachet; z. E. daß zwey und drey fünfe, ſechs und achte aber vierzehn iſt.

Erklärung.

12. Subtrahiren oder abziehen iſt ſo viel als **eine Zahl finden, welche mit einer gegebenen Zahl von einer Art zuſammengenommen, einer**

ner andern gegebenen Zahl gleich iſt. Die Zahl, welche durchs Subtrahiren gefunden wird, heiſſet die Differenz, oder der Unterſcheid der gegebenen Zahlen.

Zuſatz.

13. Weil eine jede Zahl aus vielen Einheiten beſtehet (§. 3.): ſo geſchiehet das Subtrahiren, wenn man von der einen gegebenen Zahl die Einheiten der andern nach und nach wegnimmt.

Anmerkung.

14. Was in der Anmerkung über die vorhergehende Erklärung, von dem Addiren (§. 11.) erinnert worden, findet auch hier bey dem Subtrahiren ſtatt.

Erklärung.

15. Multipliciren iſt eine Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, in welcher die eine gegebene ſo vielmal enthalten iſt, als die andere von den gegebenen Eines in ſich begreift. Die Zahl, ſo gefunden wird, heiſſet das Produkt, oder FACTVM: die gegebenen Zahlen werden die FACTORES genennet.

Zuſatz.

16. Multipliciren iſt alſo nichts anders, als eine Zahl etlichemal zu ſich ſelbſt addiren (§. 9.).

Erklärung.

17. Dividiren iſt eine Zahl finden aus zwey gegebenen Zahlen, welche andeutet, wie vielmal die eine gegebene Zahl in der andern enthalten iſt, und dannenhero Quotus, oder der Quotient, unterweilen auch der Exponent genennet wird.

Zuſatz.

Zuſatz.

18. Alſo iſt dividiren nichts anders, als eine Zahl von einer andern etlichemal ſubtrahiren. (§. 12.).

Zuſatz.

19. Und wie vielmal die eine gegebene Zahl (welche der Diviſor genennet wird) in der anderen (die man den Dividendum nennet) enthalten iſt, ſo vielmal muß Eins in dem Quotienten enthalten ſeyn.

Grundſatz.

20. **Eine jede Zahl und Größe iſt ihr ſelber gleich.**

Anmerkung.

21. Dieſer Grundſatz hat ſeinen Nutzen, weil man eine Zahl anſehen kann, wie ſie durch verſchiedene Zuſammenſetzungen oder Veränderungen anderer Zahlen herauskommt. Z. E. Sechs entſtehet, wenn ich 4 und 2 addire: wenn ich 3 durch 2 multiplicire; wenn ich 2 von 8 ſubtrahire; wenn ich 12 durch 2 dividire. Alſo ſind vermöge unſeres Grundſatzes die Summe von 4 und 2, das Produkt aus 3 und 2, die Differenz zwiſchen 2 und 8, der Quotient aus 12 und 2 einander gleich.

Grundſatz.

22. **Wenn zwey Zahlen oder Größen einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie einander ſelber gleich.**

Anmerkung.

23. Ich habe z. E. drey Haufen Geld. In dem erſten ſind ſo viel Thaler, als wie in dem andern; in dem dritten gleichfalls ſo viel als in dem andern. Alſo muß auch ſo viel in dem dritten als in dem erſten ſeyn. Exempel machen die Erklärungen und Grundſätze klar, welches ich einmal für allemal erinnere.

Grundſatz.

24. **Wenn man gleiches zu gleichem addiret, ſo kommen gleiche Summen heraus. Wenn man aber gleiches zu dem größern und**

zu dem kleinern addiret: ſo iſt die Summe in dem erſten Falle größer, als in dem andern.

Grundſatz.

25. Wenn man gleiches von gleichem ſubtrahiret: ſo bleibet gleiches übrig. Wenn man aber gleiches von dem gröſſeren und kleineren ſubtrahiret: ſo bleibet in dem erſten Falle mehr übrig, als in dem anderen.

Grundſatz.

26. Wenn man gleiches durch gleiches multipliciret: ſo kommen gleiche Produkte heraus. Wenn man aber das größere und das kleinere durch gleiches multipliciret: ſo iſt das Produkt in dem erſten Falle größer, als in dem anderen.

Grundſatz.

27. Wenn man gleiches durch gleiches dividiret: ſo ſind die Quotienten einander gleich. Wenn man aber das größere und das kleinere durch gleiches dividiret: ſo iſt der Quotient in dem erſten Falle größer, als in dem anderen.

Zuſatz.

28. Daher, wenn zwey ein Exempel rechnen, und keiner von beiden fehlet, muß einerley herauskommen: ſo ſie aber verſchiedenes herausbringen, muß einer von beiden gefehlet haben.

Grundſatz.

29. Was größer iſt als eine von zwey gleichen Größen, das iſt auch größer als die andere von denſelben.

Grundſatz.

30. Das Ganze iſt ſeinen Theilen zuſammengenommen gleich; und alſo größer als ein jedes von ſeinen Theilen.

Will=

Willkührlicher Satz.

31. **Man gehe im Zählen nicht weiter fort, als bis auf zehen. Wenn man bis zehen gezählet, ſo fange man wieder von neuem an, nur daß man jederzeit dazu ſetze, wie vielmal man ſchon zehen gezählet.**

Anmerkung.

32. Dieſes iſt das allgemeine Geſetz, darnach man ſich im Zählen richtet; und weil wir deſſelben von Jugend auf ſo gewohnt ſind, ſcheinet es eine Nothwendigkeit zu haben. Die Urſache aber, warum man nur bis auf zehen zählet, iſt ſonder Zweifel daher zu holen, weil die Menſchen die Sachen an ihren Fingern zu zählen pflegen, ehe ſie im Rechnen geübet §. 11).

32 a) Dies iſt wenigſtens der natürlichſte Grund, den auch ſchon Ariſtoteles angiebt. Man heiſt dies Geſetz nach 10 zu zählen, das Decadiſche, und die Art die Zahlen nach demſelben zu ſchreiben und auszuſprechen, das Decadiſche Zahlenſyſtem. Uebrigens ſieht man leicht, daß es ſehr viel andere Zahlenſyſteme geben könnte. Hierher gehört die Leibnitziſche Dyadik, nach welchem Syſteme nur immer zwey Einheiten einer gewiſſen Art zuſammengezählet, und daraus höhere oder gröſſere Einheiten zuſammengeſetzt werden.

Zuſatz.

33. Alſo hat man für jede von den zehen Zahlen einen beſondern Namen vonnöthen, und wiederum andere Namen, dadurch die Vielheit der Zehner bemerket wird. Jene ſind **eines, zwey, drey, vier, fünf, ſechs, ſieben, acht, neun, zehen;** dieſe aber **zwanzig, dreyßig, vierzig, funfzig, ſechzig, ſiebenzig, achtzig, neunzig, hundert.**

Willkührlicher Satz.

34. **Gleichwie man zehenmal zehen hundert nennet; alſo nennet man ferner zehenmal hundert tauſend; tauſendmal tauſend eine Million, tauſendmal tauſend Millionen eine Billion; tau-**

tauſendmal tauſend Billionen eine Trillion; oder dreyfache Million, u. ſ. w.

34 a) Man heiſt die aus den einfachen Einheiten zuſammengeſetzten Zehner, Hunderter, Tauſender, ꝛc. Millionen, Billionen, ꝛc. auch Einheiten von höhern Ordnungen, und zwar, wie ſie hier genannt ſind, Einheiten der erſten, zweyten, dritten, ꝛc. ſechſten, zwölften ꝛc. Decimal=Ordnung.

Anmerkung.

35. Dieſe Benennung geſchiehet blos zu dem Ende, damit man ſich in großen Zahlen nicht verwirre, ſondern von jedem Theile derſelben einen deutlichen Begriff formiren könne.

Willkührlicher Satz.

36. Die neun Zahlen bemerke man mit folgenden Zeichen: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. Damit man aber auch die Zehener, Hunderte, Tauſende u. ſ. w. dadurch andeuten könne, ſo gebe man ihnen ihre Bedeutung von der Stelle, in welcher ſie ſtehen. Nemlich wenn ſie entweder allein, oder in der erſten Stelle zur Rechten anzutreffen ſind, ſollen ſie Einer bedeuten, in der anderen Zehener, in der dritten Hunderte, in der vierten Tauſende u. ſ. w. Die leeren Stellen werden mit der Null 0 vollgefüllet, welche nemlich andeutet, daß darinnen keine Zahl anzutreffen.

Aufgabe.

37. Eine geſchriebene Zahl auszuſprechen, das iſt, einem jeden Zeichen in derſelben ſeinen Werth zuzueignen.

Auflöſung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Claſſen, von der Rechten an gegen die Linke zu, vermittelſt kleiner Strichlein, und eignet jeder Claſſe drey Stellen

zu. Am Ende gegen die Linke mögen drey oder wenigere übrig bleiben.

2. Ueber die Zahl, welche nach dem andern Strichlein kommt, machet einen Punkt, und über die, ſo nach dem vierten folget, zwey Punkte, u. ſ. w.

3. Sprechet ein bleßes Strichlein durch **Tauſend** aus, einen Punkt durch **Million**, zwey Punkte durch **Billion**, u. ſ. w. Hingegen die erſte Zahl gegen die Linke in einer Claſſe, durch **Hunderte**; die mittlere durch **Zehener**, uud die letzte durch **Einer**. So iſt geſchehen, was man verlangte. Z. E. Wenn ihr folgende Zahl ausſprechen wollet, 2‴, 125, 473″, 613, 578′, 432, 597. ſo ſaget: zwey Trillionen, hundert fünf und zwanzig tauſend, vierhundert drey und ſiebenzig Billionen, ſechshundert dreyzehen tauſend, fünfhundert acht und ſiebenzig Millionen, vierhundert zwey und dreyßig tauſend, fünfhundert ſieben und neunzig.

37 a) Dieſe (37) vorgegebene Zahl beſtehet alſo aus Zifern von unterſchiedenen Decimalordnungen oder Decimalwerthen, und die äußerſte Zifer zur linken Hand nemlich die 2‴ würde hier ſeyn von der 18ten Ordnung. Wollte man ſie allein ſchreiben, ſo müßte man 18 Nullen an ſie hängen, ſtatt deſſen man ſich bequem des ſogenannten Ordnungsexponentens, bedient, d. i. einer Zahl, welche man gerade über die erwähnte 2 ſetzt, und dadurch andeutet, daß dieſe 2 in der 18ten Stelle linker Hand der ſimplen Einheiten ſtehe Z. E. $\overset{18}{2}$ und ſo in andern Fällen.

Beweis.

Es iſt alles klar aus den vorhergeſetzten willkührlichen Sätzen (31. 34. 36.).

Aufgabe.

38. **Verſchiedene Zahlen zu addiren.**

Auflöſung.

1. Schreibet die gegebenen Zahlen dergeſtalt unter einander, daß die einfache unter den einfachen, die

Zehener unter den Zehenern, die Hunderte unter den Hunderten u. ſ. w. zu ſtehen kommen (§. 4.).

2. Ziehet unter die geſchriebenen Zahlen einen Strich, um die Verwirrung zu vermeiden: und

3. zählet beſonders zuſammen die Einer, und ſchreibet unter ſie ihre Summe. Enthält die etliche Zehener in ſich, ſo zählet dieſelben zugleich mit den gegebenen Zehenern zuſammen, und ſetzet ihre Summe gleichfalls unter die Reihe der Zehener. Wenn ihr ſo fortfahret, werdet ihr endlich die verlangte Summe aller Zahlen herausbekommen.

Oder: Streichet in jeder Reihe ſo vielmal zehen weg, als ihr könnet, und zählet ſtets ſo viel Einheiten zu der folgenden, wie vielmahl ihr zehen weggeſtrichen: was übrig bleibet, ſetzet unter den Strich an ſeinen gehörigen Ort, wie vorhin.

Z. E. wenn ihr folgende Zahlen addiren ſollet,

$$\begin{array}{r} 3578 \\ 524 \\ 63 \\ \hline 4165 \end{array}$$

ſo ſprechet: 4 und 3 iſt 7, noch 8 darzu iſt 15. Setzet 5 unter die **Einer**: den 1 **Zehener** aber zählet zu den gegebenen **Zehenern**, und ſprechet ferner, 1 (nemlich **Zehener**) und 6 ſind 7 (**Zehener**,) noch 2 darzu ſind 9, noch 7 dazu ſind 16 (**Zehener**). Setzet die 6 **Zehener** unter die **Zehener** der gegebenen Zahlen, und die übrigen 10 **Zehener**, das iſt 1 **Hundert**, zählet zu den **Hunderten** der gegebenen Zahlen ꝛc.

Beweis.

Vermöge der geſchehenen Rechnung enthält die gefundene Zahl in ſich alle **Einer**, alle **Zehener**, alle **Hunderte**, alle **Tauſende** u. ſ. w. der vorgegebenen Zahlen, das iſt, alle ihre Theile. Und alſo iſt ſie ſo groß,

groß, wie alle gegebene zuſammengenommen (§. 3.): folgends ſind die gegebenen Zahlen zuſammen addiret worden (§. 9.). W. Z. E.

Anmerkung.

39. Wenn ihr alle Theile der gegebenen Zahlen als lauter Einer anſehet, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß ihr in die Summe nur allezeit den Ueberſchuß der ſummirten Zahlen über 9 ſchreibet. Denn an ſtatt funfzehen ſchreibet ihr die Zahlen 1 und 5, welche 6 machen, wenn man ſie beide für Einer hält, und alſo der Ueberſchuß der Zahl funfzehen über neune ſind. Eben ſo ſchreibet ihr an ſtatt ſechzehen unter die Reihe der Zehener 6, und unter die Hunderte, welche beide Zahlen zuſammengenommen 7 ausmachen, wenn man ſie für Einer anſiehet, und demnach der Ueberſchuß von ſechzehen über neune ſind u. ſ. w. Hieraus iſt klar, daß man bey Summirung der Zahlen bey jeder Reihe ſo viel Neunen wegläſſet, als man Einheiten zu der folgenden Reihe zählet.

Anmerkung.

40. Wollet ihr demnach wiſſen, ob die gefundene Zahl ſo groß ſey, wie die gegebenen zuſammengenommen, ſo merket 1) die beſagten Einheiten auf der Seite, und nach vollbrachter Rechnung zählet ſie zuſammen, damit ihr ſehet, wie vielmal 9 im Summiren weggelaſſen worden. 2) Werfet über dieſes noch aus der Summe ſo vielmal 9 weg, als ihr könnet, und zählet die im Summiren weggelaſſenen mit dazu; die Zahl aber, ſo übrig bleibet, merket ſowohl, als die Anzahl der weggeworfenen Neunen. 3) Endlich gebet auch Acht, wie vielmal ihr aus den gegebenen Zahlen 9 wegwerfen könnet, und was zuletzt für eine Zahl übrig bleibet. Denn, ſo die Anzahl der weggeworfenen Neunen beiderſeits gleich iſt, auch einerley Zahl beyderſeits übrig bleibet, ſo iſt die gefundene Zahl ſo groß, wie die gegebenen zuſammengenommen (§. 25), und ihr ſeyd daher gewiß, daß ihr nach der Regel richtig verfahren (§. 38). Als, in dem vorigen Exempel ſind währender Rechnung drey Neunen weggelaſſen worden: und eine läſſet ſich noch von der gefundenen Summe wegwerfen, worauf 7 übrig bleiben. Wenn man aber aus den gegebenen Zahlen, die über der Linie ſtehen, gleichfalls 4 mal 9 ausſtreichet, bleiben auch 7 übrig. Demnach iſt recht addiret worden. Man kann ſich auch der Richtigkeit im Rechnen verſichern, wenn man ein Exempel auf verſchiedene Art rechnet, entweder auf beyde vorgeſchriebene Manieren, oder daß man einmal von unten hinauf, das anderemal von oben herunter die Zahlen in einer Reihe

zuſammen zählet. Denn einerley Irrthum läſſet ſich nicht wohl begehen, wenn man auf verſchiedene Art rechnet.

40 a) Dieſe ſogenannte Neunerprobe wird allemahl zutreffen, wenn richtig gerechnet worden iſt, aber nicht umgekehrt wird das Additionsexempel allemahl richtig ſeyn, wenn die Neunerprobe zutrift. Man ſetze z. E. in die Summe 4165 der oben angegebenen Zahlen ſtatt der 1 eine 2, und ſtatt der 4 eine 3, ſo daß ſtatt der wahren Summe die falſche 3265 geſetzt würde, ſo wird dennoch die Neunerprobe zutreffen, und man kann alſo aus ihr nicht allemahl mit Zuverläßigkeit auf die Richtigkeit der Rechnung ſchließen.

Anmerkung.

41. Die Mathematiker haben ein beſonderes Zeichen, dadurch ſie die Addition andeuten, nemlich das Zeichen +, welches ſie durch mehr ausſprechen. Demnach ſchreiben ſie die Summe zweyer Zahlen, als 3 und 7, alſo: 3 + 7.

Anmerkung.

42. In benannten Zahlen ſtreichet man ſo viele aus, als zuſammen ein Ganzes von der größeren Art ausmachen, und ſetzet dafür eines zu der folgenden Reihe. Z. E. von den Pfennigen ſtreichet man ſo viel mal 12 aus, als man kann, und ſetzet dafür jedesmal 1 zu den Groſchen, weil 12 Pfennige einen Groſchen machen. Von den Groſchen wirfet man auf einmal 24 weg, und ſchreibet dafür 1 zu den Thalern, weil 24 Groſchen einen Thaler machen. Und auf eine gleiche Art verfähret man in andern Fällen. Als:

15 Thlr.	20 gr.	10 pf.
25 —	14 —	2 —
30 —	16 —	6 —
72 Thlr.	3 gr.	6 pf.

Aufgabe.

43. **Eine kleinere Zahl von einer größern zu ſubtrahiren.**

Aufloͤſung.

1. Schreibet die kleinere Zahl unter die größere, auf die Art, wie im **Addiren** geſchehen (§. 38.).
2. Ziehet unter die geſchriebenen Zahlen eine Linie.

3. Sub=

3. Subtrahiret beſonders die **Einer** von den **Einern**, die **Zehener** von den **Zehenern**, die **Hunderte** von den **Hunderten** u. ſ. w. und ſetzet allezeit die Zahl, ſo übrig bleibet, an ihren gehörigen Ort unter die Linie: nemlich was bey den **Einern** übrig bleibet, unter die **Einer**, was bey den **Zehenern** übrig bleibet, unter die **Zehener** u. ſ. w.

4. Geſchiehet es aber, daß eine gröſſere Zahl von der kleinern weggenommen werden ſoll; ſo nehmet aus der folgenden Reihe eines weg, und ſetzet es in die vorhergehende, wo es zehen gilt (§. 36.) Alſo kann von der um **zehen** vermehrten Zahl die **Subtraction** geſchehen; die Zahl aber in der folgenden Stelle, iſt um **eines** kleiner worden, welches durch einen Punkt bemerket wird.

5. Endlich, wenn in der folgenden Stelle zur Linken 0 ſtehet, gehet ſo weit fort gegen die Linke, bis ihr eine Zahl antreffet, und nehmet von derſelben 1 weg, ſo iſt es eben ſo viel, als wenn ihr in alle leere Stellen 9, und in die, wo man nicht **ſubtrahiren** konnte, 10 ſetzet (§. 36.).

Nach dieſen Regeln kann man eine jede gegebene Zahl **ſubtrahiren**.

Z. E. wenn ihr folgende Zahlen von einander **ſubtrahiren** ſollet,

$$\begin{array}{r} 9\,8^{\cdot}\,0^{\cdot}\,0^{\cdot}\,4^{\cdot}\,0^{\cdot}\,3\,4^{\cdot}\,5\,9 \\ 4\,7\,4\,3\,8\,6\,5\,2\,6\,3 \\ \hline 5\,0\,5\,6\,5\,3\,8\,1\,9\,6 \end{array}$$

ſo ſprechet: 3 von 9 läſſet 6, und ſchreibet 6 unter die Linie in die Stelle der **Einer**. Sprechet ferner: 6 (nemlich **Zehener**) von 5 kann ich nicht (wegnehmen). Borget demnach 1 von 4 in der folgenden Stelle; ſo bleibet in derſelben 3, und ihr habet 15 an ſtatt der 5.

Nun nehmet 6 von 15, ſo bleiben 9 übrig, welche ihr wiederum unter die Linie in die Stelle der **Zehener** ſchreibet. Hierauf fahret fort, und ſprechet: 2 von 3 läſſet 1; 5 von 3 kann ich nicht (**ſubtrahiren**), derowegen borge ich 1 von 4, und ſetze es in die leere Stelle, ſo habe ich in derſelben 10; davon nehme ich 1 weg, ſo bleiben in derſelben 9, und anſtatt 3 bekomme ich 13. Nun nehmet 5 von 13, ſo bleiben 8 übrig, und 6 von 9 läſſet 3. Weil 8 von 3 wieder nicht angehet, ſo nehmet 1 von 8, und ſetzet es in die erſte leere Stelle, ſo habet ihr daſelbſt 10 und dorten noch 7. Von den 10 nehmet 1 weg, und ſetzet es in die andere leere Stelle gegen die Rechte, ſo bleiben an ſtatt 10 noch 9, und in dieſer habt ihr 10. Davon nehmet wieder 1 weg, ſo bleiben in derſelben noch 9, und anſtatt 3 bekommt ihr 13. Sprechet nun: 8 von 13 läſſet 5; 3 von 9 läſſet 6; 4 von 9 läſſet 5; 7 von 7 läſſet 0; 4 von 9 läſſet 5. Wenn ihr nun das übrige allezeit unter die Linie an ſeinen gehörigen Ort ſchreibet, ſo habt ihr die verlangte Zahl gefunden.

Beweis.

Vermöge der geſchehenen Rechnung, hält die gefundene Zahl in ſich den Reſt aller **Einer**, aller **Zehener**, aller **Hunderte**, aller **Tauſende** u. ſ. w. das iſt, den Reſt aller Theile. Da nun der Reſt aller Theile zuſammen dem ganzen Reſte gleich iſt (§. 30.); ſo iſt die gefundene Zahl der Reſt, welcher übrig bleibet, wenn man eine Zahl von der andern wegnimmt, und folgends mit der weggenommenen Zahl zuſammen der andern gegebenen Zahl gleich. Derowegen geſchiehet durch die gegebenen Regeln die **Subtraction** (§. 12.); W. Z. E.

Anmerkung.

44. Wollet ihr wiſſen, ob ihr recht gerechnet, ſo addiret, nach der Aufgabe (§. 38), die gefundene Zahl zu der kleineren von den gegebenen: die Summe iſt die größere (§. 12.).

9·8·0·0·4·0·3·4·5·9
4 7 4 3 8 6 5 2 6 3
5 0 5 6 5 3 8 1 9 6
9 8 0 0 4 0 3 4 5 9

Anmerkung.

45. Das Zeichen der Subtraction iſt —, welches man durch weniger ausſpricht: daher ſchreibt man den Unterſcheid zweyer Zahlen, als 8 und 5, alſo: 8 — 5, und ſpricht ihn aus: 8 weniger 5.

Anmerkung.

46. In benannten Zahlen iſt die Subtraction von der vorigen nur darinnen unterſchieden, daß die von einer größeren Art geborgte Zahl nicht 10, ſondern ſo viel gilt, als die größere die kleinere in ſich begreifet. Z. E. 1 von denen Groſchen geborget, gilt in der Stelle der Pfennige 12; hingegen 1 von den Thalern geborget, in der Stelle der Groſchen 24: 1 von den Pfunden geborget, in der Stelle der Lothe 32, als:

von	12 Thlr.	18 gr.	4 pf.	von	32 Pf.	17 L.
abgezogen	8 —	20 —	6 —	—	12 —	24 —
bleiben	3 Thlr.	21 gr.	10 pf.		19 Pf.	25 L.

Aufgabe.

47. Das Einmal Eins aufſetzen, das iſt, ein Täflein verfertigen, in welchem alle Produkte zu finden, die herauskommen, wenn man die Einer durch einander multipliciret.

Auflöſung.

1. Theilet jede Seite eines Quadrats in 9 gleiche Theile, und zerſchneidet es durch Querſtriche in lauter kleine Fächer.
2. Oben in der erſten Reihe derſelben und zur Linken ſchreibet die Zahlen von 1 bis 9 in ihrer natürlichen Ordnung.
3. Addiret 2 zu ſich ſelbſt, und ſetzet das Produkt 4 unter die 2; dazu addiret noch 2, ſo iſt 6 das Pro-

dukt aus 3 in 2: zu 6 addiret noch einmal 2, ſo habt ihr 8, das Produkt aus 2 in 4.

4. Wenn ihr nun auf gleiche Weiſe die übrigen Zahlen findet, und in ihre gehörige Fächer eintraget; ſo iſt das Einmal Eins fertig, welches man machen ſollte.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Anmerkung.

48. Das Einmal Eins muß man auswendig lernen, wenn man im Multipliciren und Dividiren hurtig fortkommen will. So lange man es aber noch nicht inne hat, muß es jederzeit, wenn man multipliciret oder dividiret, bey der Hand ſeyn.

Aufgabe.

49. Eine gegebene Zahl durch eine andere gegebene Zahl zu multipliciren.

Auflöſung.

1. Schreibet die eine Zahl dergeſtalt unter die andere, wie in der Addition geſchehen (§. 38).
2. Unter die geſchriebenen Zahlen ziehet eine Linie.
3. Schreibet aus dem Einmal Eins darunter, alle Produkte aus jedem Theile der unteren Zahl in je-

den

den von der oberen, und zwar dergeſtalt, daß ihr allezeit die Zehener von einem Produkte zum folgenden Produkte zählet, und jede Reihe der Produkte um eine Stelle weiter hineinrücket.

4. Endlich addiret (§. 38.) die Produkte zuſammen: ſo iſt die Summe derſelben das Produkt, welches man finden ſollte.

Z. E. wenn ihr 38476 durch 35 multipliciret, ſo ſchreibet die Zahlen folgender Geſtalt unter einander:

```
  38476
     35
-------
 192380
115428
-------
1346660
```

und ſprechet: 5 mal 6 iſt 30. Schreibet die 0 unter die 5 und ſprechet weiter: 5 mal 7 iſt 35, 3 dazu (ſo euch zuvor überblieb) iſt 38. Schreibet 8 neben 0 gegen die Linke, und ſprechet ferner: 4 mal 5 iſt 20, 3 dazu iſt 23. Schreibet 3 neben 8, und ſaget: 5 mal 8 iſt 40, 2 dazu iſt 42. Schreibet 2 neben 3, und ſaget abermal; 3 mal 5 iſt 15, 4 dazu iſt 19. Schreibet 19 neben 2, ſo habet ihr die obere Zahl 5 mal genommen. Verfahret nun auf gleiche Weiſe mit 3, und ſaget 3 mal 6 iſt 18. Schreibet 8 um eine Stelle weiter hinein gegen die Linke, und ſprechet ferner 3 mal 7 iſt 21, 1 dazu iſt 22. Schreibet 2 neben die 8 gegen die Linke u. ſ. w. Endlich addiret die beyden gefundenen Zahlen, ſo iſt die Summe 1346660 das geſuchte Produkt.

Beweis.

Vermöge der geſchehenen Rechnung und des **Einmal Eins**, (§. 47.) begreifet die erſte Reihe der Zahlen, die addiret werden, die obere Zahl ſo vielmal in ſich, als die erſtere von der unteren gegen die Rechte **Eines**

in ſich enthält. Und weil die folgenden Reihen immer um eine Stelle weiter hinein gerücket werden, ſo begreifet jede von denſelben die obere Zahl ſo vielmal in ſich, als jede von den folgenden der unteren Eines in ſich enthält (§. 36.). Derowegen, wenn man alle Reihen zuſammen addiret, ſo muß die Summe die obere Zahl ſo vielmal in ſich enthalten, als die untere Eines in ſich begreifet (§. 9.). Folglich hat man die obere Zahl durch die untere multipliciret (§. 15.). W. Z. E.

Anmerkung.

50. Wenn an einer Zahl Nullen hangen, ſo darf man dieſelben nur hinten an das Produkt der übrigen Zahlen an einander anhängen, wie aus beygeſetzten Exempeln zu erſehen.

381	4750
200	300
76200	1425000

Sonſt iſt noch zu merken, daß das Zeichen der Multiplication ein bloßer (.) oder (×) iſt. Z. E. wenn ich blos andeuten will, daß 3 durch 4 multipliciret werden ſoll: ſo ſchreibe ich 3. 4, welches ſo viel heiſſet: als 3 durch 4 multipliciret. Dividiret man (§. 51.) das Product durch eine von den gegebenen Zahlen, z. E. 1346660 durch 35, ſo kommt die andere Zahl 38476 heraus. Und dieſes iſt die Probe, ob man recht gerechnet oder nicht (§. 15. 17.).

Aufgabe.

51. Eine gegebene Zahl durch eine andere kleinere Zahl zu dividiren.

Auflöſung.

Der erſte Fall. Wenn der Diviſor oder Theiler nur ein Einer iſt, ſo

1. Setzet ihn unter die erſte Zahl zur Linken, und fraget, wie vielmal er in derſelben enthalten ſey; welches ihr aus dem Einmal Eins erfahret. Die Zahl, ſo ſolches andeutet, ſetzet an ſtatt des Quotienten hinter den zur Rechten gemachten Strich

2. Mul-

2. Mit dieſem Quotienten multipliciret den Diviſor, und ziehet das Produkt von der Zahl ab, die ihr dividiret, ſtreichet dieſelbe aus, und ſetzet, was überbleibet, darüber.

3. Rücket den Diviſorem um eine Stelle fort, und fraget abermals, wie vielmal derſelbe in der zur Linken übergebliebenen und zur Rechten über ihm ſtehenden Zahl zuſammen enthalten ſey, und verfahret im übrigen wie vorhin.

Wenn ihr dieſes durch alle Zahlen fortführet, ſo werdet ihr den verlangten Quotienten finden.

Z. E. Man ſoll 7856 durch 3 dividiren.

```
1 12 |
7856 | 2618
3333 |
```

Setzet 3 unter 7, und ſprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Schreibet 2 hinter den zur Rechten gemachten Strich, und ſprechet ferner: 2 mal 3 iſt 6: 6 von 7 läſſet 1. Rücket 3 unter 8, und ſaget: 3 in 18 habe 6 mal. Setzet 6 zu dem erſten Theile des Quotienten, und ſprechet: 3 mal 6 iſt 18; 18 von 18 hebet ſich auf. Wenn ihr nun auf gleiche Weiſe fortfahret, ſo findet ihr den ganzen Quotienten 2618, und bleiben 2 übrig. Daraus zu erſehen, das die vorgegebene Zahl ſich nicht völlig in 3 Theile theilen läſſet.

Beweis.

Weil man aus dem Einmal Eins wiſſen kann, wie vielmal eine Zahl aus der Claſſe der **Einer** in einer andern Zahl enthalten iſt, welche aus der **Multiplication** der **Einer** durch einander entſtanden (§. 47.); ſo iſt klar, daß die gefundene Zahl andeutet, wie vielmal der Diviſor in den **Tauſenden, Hunderten, Zehenern und Einern**, das iſt, in der vorgegebenen Zahl (§. 30.) enthalten ſey. Derowegen iſt ſie der geſuchte Quotient, und man hat die vorgegebene Zahl durch die andere dividiret (§. 17.). W. Z. E.

Der

Der andre Fall. Wenn der Diviſor aus mehr a's einem Theile beſtehet, ſo fanget

1. an, denſelben unter der erſten Zahl zur Linken und ſo fort gegen die Rechte zu ſchreiben, und machet wie vorhin hinter die Zahl einen Strich; damit der Quotient nicht mit der Zahl, die man dividiren ſoll, vermenget werde.

2. Unterſuchet durch Hülfe des **Einmal Eins**, wie vielmal die erſte Zahl des Diviſors in der erſten Zahl der andern, die man dividiren ſoll, enthalten ſey (§. 47.).

3. Multipliciret durch dieſen Quotienten den ganzen Diviſor, und gebet Acht, ob ſich das Produkt von den Zahlen, die über ihm ſtehen, abziehen läſſet.

4. Wenn es angehet, ſo ſchreibet die vorhin gefundene Zahl in der Stelle des Quotienten hinter den Strich, und ziehet das Produkt würklich ab. Die Zahlen, von welchen ihr abziehet, ſtreichet aus, und was übrig bleibet, ſetzet darüber. Gehet es aber nicht an, ſo nehmet zum Quotienten eines oder auch mehrere weniger, bis ihr das Produkt abziehen könnet.

5. Rücket euren Diviſor um eine Stelle fort gegen die Rechte, und verfahret wie vorhin, bis endlich der Diviſor nicht weiter fortgerücket werden kann: ſo iſt geſchehen, was man verlangete.

6. Wollet ihr wiſſen, ob ihr recht gerechnet: ſo multipliciret den Quotienten durch den Diviſor, und addiret dazu, was überblieben iſt; ſo kommet die Zahl heraus, die zu dividiren aufgegeben ward.

Z. E. Man ſoll 7856 durch 32 dividiren. Setzet 32 unter 78 und ſprechet: 3 in 7 habe ich 2 mal. Multipliciret 2 mit 32, ſo kommet heraus 64. Weil nun dieſes Produkt ſich von 78 abziehen läſſet, ſo ſchreibet 2 anſtatt des Quotienten, und was nach geſchehener Subtraction übrig bleibet, 14, ſchreibet über 78. Rücket euren Diviſor um eine Stelle fort, und ſprechet 3 in 14 habe ich 4 mal. Multipliciret 4 mit 32, ſo kommet heraus 128. Weil nun dieſes Produkt ſich von 145 abziehen läſſet; ſo ſchreibet 4 in die Stelle des Quotienten, und was nach geſchehener Subtraction übrig bleibet, 17, ſchreibet über die ausgeſtrichenen Zahlen darüber. Rücket euren Diviſor abermal um eine Stelle fort, und ſprechet: 3 in 17 habe ich 5 mal. Multipliciret 32 mit 5. Weil das Produkt 160 ſich von 176 abziehen läſſet; ſo ſchreibet 5 zu den Quotienten, und was nach geſchehener Subtraction übrig bleibet, 16, ſchreibet über die ausgeſtrichenen Zahlen darüber. Die gefundene Zahl 245 iſt der verlangte Quotient.

```
  11 |
  22 |
 147 |
7856 | 245
3222 |
  33 |
```

Probe:

```
 245
  32
----
 490
735
----
7840
  16
----
7856
```

Beweis.

Der Beweis iſt faſt eben wie in dem erſten Falle. Nur iſt zu merken, daß, weil man vermöge des Einmal Eins nicht wiſſen kann, wie vielmal der ganze Diviſor in den darüber geſchriebenen Zahlen enthalten iſt, man ſetze, er ſtecke ſo vielmal darinnen, als die erſte

ſte Zahl des Diviſors zur Linken in der über ihr geſchriebenen Zahl. Denn ob dieſes gleich nicht jederzeit eintrift; ſo kann es einen doch nicht in Irrthum verleiten, weil die Probe gleich angeſtellet wird, wenn man den Diviſor durch den angenommenen Quotienten multipliciret, und ihn alſo vermittelſt derſelben ſo lange um eines vermindert, bis man den rechten Quotienten erhält. Die angegebene Probe iſt aus den Erklärungen der Multiplication (§. 15.) und Diviſion (§. 18.) klar.

Anmerkung.

51a) Wolf trägt hier das ſo genannte **Ueber ſich dividiren** vor, d. h. er ſetzt die Reſte, welche ſich nach Abziehung der einzeln Produkte aus dem Diviſor in jeden gefundenen Theil des Quotienten ergeben, über den Dividendus, welches in der Ausübung etwas unbequem iſt, zumahl da auch die einzeln Produkte nicht ordentlich hingeſchrieben werden, und alſo Rechnungsfehler ſchwer zu entdecken ſind. Sicherer iſt das **unter ſich dividiren**, wobey die jedesmahligen Produkte ordentlich untergeſchrieben und abgezogen werden, wie beyſtehende Ausführung des obigen Beyſpiels ausweiſet. Den Diviſor ſetzt man zur linken Seite des Dividendus, und den Quotienten zur rechten.

Diviſ.	Dividendus	Quotient
32	7856	245
	m 64 : :	
	145 :	
	n 128 :	
	176	
	p 160	
	16	

Hier bezeichnen m, n, p, die einzeln Produkte aus dem Diviſor 32, in die der Ordnung nach auf einander folgenden Theile 2; 4; 5; des Quotienten 245, wobey denn zu überlegen iſt, daß die Decimalwerthe dieſer Produkte ſich allemahl aus den Decimalwerthen jener Quotiententheile, und dieſe aus denjenigen Theilen des Dividendus ſich ergeben, mit denen man jedesmahl den Diviſor verglichen hat. So bedeutet z. E. das Produkt

dukt m nicht 64 ſimple Einheiten, ſondern 64 Hunderter, weil die 2 im Quotienten, durch deren Multiplication mit dem Diviſor 32 jenes Produkt m entſtanden iſt, nicht 2 ſimple Einheiten, ſondern 2 Hunderter, bedeutet, und dieſe 2 Hunderter im Quotienten entſtanden ſind, indem man eigentlich frug, wie oft ſteckt die 32 oder der Diviſor in den 78 Hunderten des Dividendus, oder wie viele Hundertmahle ſteckt er darinne. Man hat aber während der Arbeit ſelbſt an die verſchiedenen Decimalwerthe der Theile des Quotienten nicht zu denken, nur muß man die einzeln Produkte wie m, n, p, allemahl gehörig unter diejenigen Zahlen, wie 78; 145; 176; mit denen man jedesmahl den Diviſor verglichen hat, unterſetzen — der nach Abziehung eines jeden Produkts übrig gebliebene Reſt darf nie größer als der Diviſor ſeyn, ſonſt hat man den gefundenen Theil des Quotienten zu klein genommen. Die weitere Ausführung, mit Erwägung derjenigen Fälle, wo dieſer oder jener Theil in Quotienten 0 wird, iſt dem mündlichen Unterrichte vorbehalten.

Anmerkung.

51 b) Das Zeichen der Diviſion iſt ein Colon, welches man zwiſchen den Dividendus und Diviſor ſetzt. Letzterer kömmt allemahl rechter Hand des Zeichens zu ſtehen. Z. E. 7856 : 32 bedeutet 7856 dividirt mit 32.

Auſſerdem hat man auch noch in der Mathematik das Zeichen der Gleichheit =. Z. E. um anzudeuten, daß 3 und 7 zuſammen 10 geben, ſchreibt man $3 + 7 = 10$. Das Zeichen wodurch angezeigt wird, daß ein Ding größer oder kleiner ſey, als ein anderes, iſt >. Z. E. $8 > 3$ bedeutet, daß 8 größer ſey als 3. Die kleinere Größe wird allemahl gegen die Spitze dieſes Zeichens geſetzt, daher man auch ſchreiben kann $3 < 8$, welches anzeigt, daß 3 kleiner als 8 ſey.

Um die Verbindung mehrerer arithmetiſchen Arbeiten anzudeuten, bedient man ſich der Parentheſen, in welche man jede beſondere Arbeit einſchlieſt. Z. E. $(8 + 3) . 2$ zeigt an, man ſoll 8 und 3 zuſammen addiren, und die ganze Summe mit 2 multipliciren. So wird man leicht die Bedeutung folgender Ausdrücke verſtehen

$$(8 + 3) . (2 + 5) = 11 . 7 = 77$$

$$((8 + 3) . (2 + 5) - 15) : 2 = (77 - 15) : 2 = 62 : 2 = 31.$$

und ſo in andern Fällen.

Erklä-

Erklärung.

52. Wenn man zwey Zahlen (4 und 12) dergeſtalt mit einander vergleichet, daß man auf ihren Unterſchied (8) ſiehet, der durch die Subtraction gefunden wird, nennet man ihre Relation, die ſie gegen einander haben, eine arithmetiſche Verhältniß: ſiehet man aber auf den Quotienten (3), der durch die Diviſion gefunden wird, eine geometriſche Verhältniß. Der Quotient, welcher andeutet, wie vielmal die kleinere Zahl in der gröſſeren enthalten iſt, heiſſet der Name der Verhältniß (NOMEN ſive EXPONENS RATIONIS.)

52 a) Der Exponent der arithmetiſchen Verhältniß iſt der Unterſchied zwiſchen den beyden Gliedern der Verhältniß.

Erklärung.

53. Wenn in zweyen oder mehrerern arithmetiſchen Verhältniſſen (3. 5. und 6. 8.) der Unterſchied der Glieder; in geometriſchen (3. 12 und 5. 20.) der Name der Verhältniß einerley iſt, ſo nennet man ſie ähnlich, und ihre Aehnlichkeit eine Proportion. Die ähnlichen Verhältniſſe werden auch gleiche Verhältniſſe genennet.

Anmerkung.

54. Die Zahlen, ſo eine arithmetiſche Proportion mit einander machen, ſchreibet man alſo: 3. 5 ⁚ 6. 8. oder beſſer nach meiner Art: 3 — 5 = 6 — 8; die in einer geometriſchen neben einander ſtehen, dergeſtalt 3. 12. :: 5. 20. oder beſſer mit dem Herrn von Leibnitz, 3 : 12 = 5 : 20. In beyden ſpricht man: Wie ſich verhält die erſte Zahl zu der andern, ſo die dritte zu der vierten. Dieſe Redensart hat in dem erſten Falle den Verſtand, um wie viel die erſte Zahl gröſſer oder kleiner iſt, als die andere, um eben ſo viel iſt die dritte Zahl gröſſer oder kleiner, als die vierte. Hingegen in dem andern Falle muß man ſie dergeſtalt erklären: wie vielmal die erſte Zahl die andere in ſich enthält, oder in derſelben ent-

enthalten iſt, eben ſo vielmal enthält die dritte Zahl die vierte in ſich, oder iſt in derſelben enthalten.

Erklärung.

55. Zuweilen vertritt das andere Glied zugleich die Stelle des dritten, und dann nennet man es PROPORTIONEM CONTINVAM. Iſt nun dieſelbe arithmetiſch, ſo ſchreibet man ſie alſo: ∴ 3. 6. 9. oder auch 3 — 6 = 6 — 9; iſt ſie geometriſch, folgendermaßen ÷ 3. 6. 12. oder auch 3 : 6 = 6 : 12.

Erklärung.

56. Eine Progreſſion wird genennet eine Reihe Zahlen, die in einer arithmetiſchen oder auch geometriſchen Verhältniß fortgehen; als im erſten Falle 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. 24. 27: im andern 3. 6. 12. 24. 48. 96. Und zwar nennet man die erſte eine arithmetiſche: die andere aber eine geometriſche Progreſſion.

Grundſatz.

57. Wenn zwey Verhältniſſe einer dritten gleich ſind, ſo ſind ſie einander ſelber gleich. Z. E. 1 : 4 = 3 : 12 und 1 : 4 = 5 : 20. Derowegen iſt 3 : 12 = 5 : 20.

Lehrſatz.

58. Wenn man zwey Zahlen (3 und 6) durch eine Zahl (4) multipliciret; ſo verhalten ſich die Produkte (12 und 24), wie die multiplicirten Zahlen (3 und 6).

Beweis.

Denn wenn ich eine Zahl (4) durch zwey andere (3 und 6) multiplicire, ſo iſt dieſelbe in dem andern Produkte ſo viel mahl mehr enthalten, als in dem erſten, als die erſte Zahl (3) in der anderen (6) enthalten

iſt (§. 15). Alſo, weil in unſerem Exempel 6 zweymal ſo groß iſt als 3; ſo nehme ich auch 4 zweymal ſo viel, wenn ich durch 6 multiplicire, als wenn ich durch 3 multiplicire; maaſſen das dreyfache zweymal genommen das ſechsfache ausmachet. Nehmlich im erſten Falle nehme ich 4 dreymal; im anderen Falle zweymal dreymal. Derowegen iſt klar, daß das erſte Produkt (12) in dem andern (24) ſo vielmal enthalten iſt, als die erſte multiplicirte Zahl (3) in der andern (6); als in dem ganzen Exempel zweymal. W. Z. E.

Zuſatz.

59. Wenn man zwey Zahlen durch eine dritte dividiret, ſo müſſen die Quotienten ſich verhalten, wie die dividirten Zahlen: denn man kann ſie anſehen, als wären ſie durch Multiplication der Quotienten mit dem Diviſor entſtanden (§. 15. 17.)

Erklärung.

60. **Wenn man ein Ganzes in gleiche Theile genau eintheilet, und nimmet einen oder etliche Theile derſelben, ſo nennet man es einen Bruch.**

Willkührlicher Satz.

61. **Man ſchreibet ihn aber mit zwey Zahlen, ſo unter einander geſetzet und durch einen Strich von einander unterſchieden werden, von denen die untere andeutet, in wie viel gleiche Theile das Ganze eingetheilet worden, die obere aber, wie viel ſolcher Theile mir zugehören. Jene wird der Nenner, dieſe der Zähler genennet.** Z. E. der Thaler ſoll in drey gleiche Theile getheilet werden, und ich ſoll zwey derſelben bekommen, ſo ſchreibe ich den Bruch alſo: $\frac{2}{3}$.

Zuſatz.

Zuſatz.

62. Daher urtheilet man die Größe des Bruches aus der Verhältniß des **Zählers** zu dem **Nenner**. Denn ſtecket jener in dieſem vielmal, ſo iſt der Bruch klein, als $\frac{3}{37}$; ſtecket er wenigmal darinnen, ſo iſt er groß, als $\frac{2}{3}$. Hingegen wenn die **Zähler** in ihren **Nennern** gleichvielmal enthalten ſind, ſo ſind die Brüche einander gleich, als $\frac{3}{6}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{5}{10}$; $\frac{25}{50}$. Und daher iſt er mehr als ein Ganzes, wenn der Zähler größer als der Nenner, als $\frac{35}{24}$. Denn $\frac{24}{24}$ iſt ein Ganzes, und alſo habe ich $\frac{11}{24}$ über ein Ganzes.

62 a) Solche Brüche, deren Zähler größer iſt, als der Nenner, heiſſen auch **uneigentliche** oder **Baſtardbrüche**. Sie enthalten die Einheit ein oder etlichemahl, und oft noch ein Stück darüber. Man findet die Menge ganzer Einheiten, die ein vorgegebener uneigentlicher Bruch enthält, durch die Diviſion des Zählers mit dem Nenner. Der übrig bleibende Reſt zeigt die noch darüber enthaltene Anzahl von ſolchen Theilen, als der Nenner des Bruchs angiebt. Z. E.

$$\frac{35}{8} = \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{8}{8} + \frac{3}{8} = 4 + \frac{3}{8},$$

welches man ſchlechtweg auch ſo ſchreibt

$$\frac{35}{8} = 4\frac{3}{8},$$

wo 35 dividirt mit 8 den Quotienten 4 giebt und 3 zum Reſte läßt.

62 b) Will man umgekehrt $4\frac{3}{8}$ durch einen uneigentlichen Bruch ausdrücken, ſo multiplicirt man 4 mit 8, addiret 3 dazu und ſetzt den Nenner 8 darunter. $\frac{35}{8}$.

62 c) Wenn man frägt, wie oft ſteckt eine größere Zahl in einer kleinern Z. E. 2 in 1, ſo kann dies wohl nicht durch eine ganze Zahl beantwortet werden, weil eine größere Zahl nicht ganz in einer kleinern enthalten ſeyn kann. Aber ein Stück der größern wird die kleinere ausmachen. So verſtattet es ſchon der Sprachgebrauch, zu ſagen, zwey ſteckt in Eins ein Halbmahl, oder $1 : 2 = \frac{1}{2}$. Eben ſo ſteckt 3 in 1 ein Drittelmahl, und folglich in 2 Zweydrittelmahl, d. h. $1 : 3 = \frac{1}{3}$; $2 : 3 = \frac{2}{3}$.

So iſt denn überhaupt jeder Bruch als ein Quotient zu betrachten, der Zähler des Bruchs als Dividendus, und der Nen-

ner als Diviſor. Daher der Ausdruck 15 : 8 auch ſo geſchrie-
ben werden kann $\frac{15}{8}$ und umgekehrt 8 : 15 $= \frac{8}{15}$.

62 d) Hieraus folgt nun auch, daß, wenn bey der Diviſion einer Zahl mit einer andern zuletzt ein Reſt bleibt (wie in dem Beyſpiele (§. 51) 7856 : 32 den Reſt 16 ließ) man an den Quotienten 245 ſo weit man ihn in ganzen Einheiten gefunden hat, allemal noch einen Bruch hängen müſſe, deſſen Zähler dieſer Reſt 16, der Nenner aber der Diviſor 32 iſt, wenn man anders den vollſtändigen Quotienten verlangt, d. h. wie oft der Diviſor ganz in dem Dividendus, und was für ein Stück des Diviſors noch in dem vom Dividendus übrig gebliebenen Reſte ſtecke. Alſo wäre für 7856 : 32 der vollſtändige Quotient

$$= \frac{7856}{32} = 245\frac{16}{32} = 245\frac{1}{2}$$

d. h. 32 ſteckt in 7856; 245 und $\frac{1}{2}$ mahl. Nemlich man muß 32; 245 mahl und noch die Hälfte von 32 alſo 16 nehmen um den Dividendus 7856 zu erhalten.

62 e) Wenn man bloß den Zähler eines Bruchs mit einer ganzen Zahl multipliciret, und den Nenner ungeändert läßt, ſo wird der Bruch ſo viel mal größer, als es jene ganze Zahl anzeigt. Multipliciret man aber bloß den Nenner, und läßt den Zähler ungeändert, ſo wird der Bruch ſo viel mal kleiner. Z. E. $\frac{4}{3}$ iſt offenbar 4 mahl ſo viel als $\frac{1}{3}$ oder $\frac{4}{3} = 4 . \frac{1}{3}$. Multipliciret man aber den Nenner des Bruchs $\frac{1}{3}$ mit 4 ſo iſt $\frac{1}{12}$ viermahl kleiner, als $\frac{1}{3}$, weil das Ganze in 4 mahl mehr Theile getheilt iſt.

Umgekehrt: dividirt man den Zähler eines Bruchs mit einer ganzen Zahl, und läßt den Nenner ungeändert, ſo wird der Bruch ſo viel mahl kleiner; dividiret man aber die Nenner und läßt den Zähler ungeändert, ſo wird der Bruch ſo viel mahl größer, als jene ganze Zahl anzeigt.

Zuſatz.

63. Wenn man demnach den Nenner und Zähler eines Bruchs z. E. $\frac{4}{6}$ zugleich durch einerley ganze Zahl (2) multipliciret oder dividiret, ſo ſind die Brüche ($\frac{8}{12}$ und $\frac{2}{3}$) welche man erhält, dem gegebenen ($\frac{4}{6}$) gleich (§. 58. 59.) oder der Werth eines Bruchs bleibt ungeändert, wenn man deſſen Zähler und Nen-

Nenner gemeinſchaftlich mit einerley multipliciret oder dividiret.

Aufgabe.

64. Einen Bruch aufheben, das iſt, an ſtatt eines gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) einen andern zu finden, der mit kleineren Zahlen geſchrieben wird, aber dem gegebenen, dem Werthe nach, gleich iſt.

Aufloͤſung.

Dividiret den Nenner (48) und den Zähler (20) des gegebenen Bruches ($\frac{20}{48}$) durch einerley Zahl (4), ſo formiren (§. 63) die herauskommenden Zahlen (12 und 5) den neuen Bruch ($\frac{5}{12}$).

64 a) Bey dieſer Aufgabe ſind diejenigen Tafeln, worinn man die Diviſores einer vorgegebenen Zahl ſogleich vorfindet, ſehr nützlich. Eine ſolche Diviſoren- oder Factorentafel findet ſich unter andern in Georg Vega's logarithmiſchen, trigonometriſchen und andern zum Gebrauche der Mathematik eingerichteten Tafeln und Formeln. Wien 1783. IIte Tafel.

Wenn Zähler und Nenner eines Bruchs keine gemeinſchaftlichen Diviſores haben, ſo kann man den Bruch nicht aufheben.

Aufgabe.

65. Verſchiedene Brüche unter einerley Benennung zu bringen, d. i. ſtatt einiger Brüche, die verſchiedene Nenner haben, andere zu finden, die einerley Nenner haben, und den gegebenen gleich ſind.

Aufloͤſung.

1. Wenn zwey Brüche gegeben ſind, ſo multipliciret jedes einzeln Bruchs Zähler und Nenner, allemahl durch den Nenner des andern.

2. Sind aber **mehrere** gegeben, ſo wird der Zähler und Nenner eines jeden Bruchs durch das Produkt aus den Nennern aller übrigen multipliciret, ſo ſind die neuen Brüche den vorgegebenen gleich. (§. 63.)

Exempel.

$5)\ \frac{2}{3};\ 3)\ \frac{4}{5} = \frac{10}{15};\ \frac{12}{15}$

$24)\ \frac{2}{3};\ 12)\ \frac{1}{6};\ 18)\ \frac{3}{4} = \frac{48}{72};\ \frac{12}{72};\ \frac{54}{72}.$

Aufgabe.

66. **Brüche zu addiren.**

Auflöſung und Beweis.

Weil die Nenner die Namen ſind (§. 61.), ſo dürfet ihr nur die Zähler **addiren.** Da man aber nur Zahlen von Einer Art zuſammenſetzen kann (§. 4), ſo müſſet ihr erſt die Brüche unter Eine Benennung bringen (§. 65.), wenn ſie verſchiedene Nenner haben.

Exempel.

$\frac{2}{3} + \frac{4}{5} = \frac{10}{15} + \frac{12}{15} = \frac{22}{15} = 1\frac{7}{15}$ (§. 62).

$\frac{2}{3} + \frac{1}{6} + \frac{3}{4} = \frac{48}{72} + \frac{12}{72} + \frac{54}{72} = \frac{114}{72} = 1\frac{42}{72} = 1\frac{7}{12}$ (§. 62. 64.).

Aufgabe.

67. **Einen Bruch von dem andern zu ſubtrahiren.**

Auflöſung.

1. Bringet die Brüche unter Eine Benennung (§. 65.), wenn ſie verſchiedene Nenner haben.
2. **Subtrahiret** den Zähler des einen von dem Zähler des andern, und laſſet den Nenner unverändert.

Zum Exempel:

$\frac{2}{3} - \frac{3}{7} = \frac{14}{21} - \frac{9}{21} = \frac{5}{21}.$

Beweis.

Beweis.

Der Beweis iſt wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Aufgabe.

68. **Einen Bruch durch einen Bruch zu multipliciren.**

Auflöſung.

Multipliciret Nenner mit Nenner, und Zähler mit Zähler, ſo iſt geſchehen, was man verlangte.

Zum Exempel:

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; \text{ und } \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{7} = \frac{12}{35}.$$

Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen andern multipliciren ſoll, ſo verlangt man ein ſolches Stück des erſtern, als der andere anzeigt (§. 15. 60.) Z. E. $\frac{4}{5}$ durch $\frac{3}{7}$ multipliciren, iſt eben ſo viel, als $\frac{4}{5}$ in 7 Theile eintheilen, und 3 dieſer Theile nehmen, man ſoll **Dreyſiebentheile** des Bruchs $\frac{4}{5}$ angeben. Damit man nun erſtlich den Bruch $\frac{4}{5}$ in 7 Theile eintheilen könne, ſo gedenke man ſich denſelben durch gemeinſchaftliche Multiplication ſeines Nenners und Zählers mit 7, in den gleichgültigen Bruch $\frac{28}{35}$ verwandelt (§. 63). Hievon iſt der ſiebende Theil

$$= \frac{28 : 7}{35} = \frac{4}{35}$$

d. h. man hätte nur nöthig gehabt, ſogleich bloß des Bruchs $\frac{4}{5}$ Nenner 5 mit 7 zu multipliciren (wie auch aus §. 62 c) erhellet). Wenn man nun dieſen Bruch $\frac{4}{35}$ als den 7ten Theil des Bruchs $\frac{4}{5}$, dreymahl nimmt, d. h. den Zähler 4 mit 3 multipliciret, ſo bekömmt man $\frac{12}{35}$, welcher Bruch denn die verlangten Dreyſiebentheile des vorgegebenen $\frac{4}{5}$ ausdrücken wird. Hier iſt nun 12 = 4 . 3 und 35 = 5 . 7 . d. h. Zwey Brüche $\frac{4}{5}$; $\frac{3}{7}$ in ein-

ander zu multipliciren, verfahre man ſo wie in der Auflöſung gezeigt worden. W. z. E.

Anmerkung.

69. Es iſt dannenhero nicht Wunder, daß in der Multiplication immer weniger herauskommet, als ein jeder von den Brüchen, die man durch einander multiplicirет, indem es in der That eine Diviſion iſt. Denn wenn ich z. E. mit $\frac{1}{2}$ multiplicire, ſo nehme ich ein halbmal, was ich multipliciren ſoll; und alſo wird es in der That in zwey Theile getheilet, und ich bekomme einen davon.

Anmerkung.

70. Wenn man einen Bruch durch eine ganze Zahl multipliciren ſoll, ſo iſt nicht nöthig erſt zu erinnern, daß man nur den Zähler multipliciren darf; indem der Nenner nur der Name iſt (§. 61.) Z. E. $\frac{3}{7}$ mit 2 multipliciret, bringen $\frac{6}{7}$. Und ſo haben wir es auch in dem Beweiſe gemacht.

70a) Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, darf man ſeinen Nenner auch nur mit dieſer Zahl dividiren (§. 62 e).

Aufgabe.

71. Einen Bruch ($\frac{4}{5}$) durch einen andern ($\frac{2}{3}$) zu dividiren.

Auflöſung.

1. Kehret den Bruch, durch den man dividiren ſoll, um; z. E. anſtatt $\frac{2}{3}$ ſchreibet $\frac{3}{2}$.
2. Multipliciret hierauf, wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 68.); ſo kommet der Quotient $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$ (§. 62.) $= 1\frac{1}{5}$ (§. 64.) heraus.

Beweis.

Wenn man einen Bruch durch einen andern dividiret, ſo fraget man, wie vielmal der eine in dem andern enthalten ſey, (§. 17.) Wenn man nun die Brüche zu gleichen Nennern bringet, ſo muß einer ſo vielmal in dem andern enthalten ſeyn, als der Zähler des einen

nen in dem Zähler des andern; weil in dieſer Vergleichung der gemeine Nenner, als der gemeine Name der Dinge, die gezählet werden, nicht anzuſehen (§. 61.) Allein, indem zwey Brüche zu Einer Benennung gebracht werden, erwächſet der Zähler des erſten, wenn man ſeinen Zähler durch den Nenner des andern multiplicirt; hingegen der Zähler des andern, wenn man ſeinen Zähler durch den Nenner des erſten multipliciret (§. 65.) Alſo bekommet man die beyden Zahlen, ſo durch einander zu dividiren ſind, wenn man den Diviſor umkehret, und hernach die Brüche in einander multipliciret. W. Z. E.

Anmerkung.

71 a) Da in der Mathematik ſehr häufig die Decimalbrüche vorkommen, ſo iſt nöthig hier einiges davon beyzubringen.

I. Decimalbrüche heiſſen ſolche, bey denen man ſich die Einheit in Zehn oder Hundert, Tauſend ꝛc. Theile eingetheilt vorſtellt, Brüche alſo, deren Nenner aus einer Eins mit einer gewiſſen Anzahl Nullen beſtehen. Z. E.

$$\frac{3}{10};\ \frac{8}{100};\ \frac{7}{1000}$$

u. d. g.

II. Sie gehen nach eben dem Decimalgeſetze fort, nach welchem die ganzen Zahlen geſchrieben und ausgeſprochen werden (§. 34 a). Sie laſſen ſich alſo auch nach jenem Geſetze ſchreiben, ohne daß man nöthig hat, ihre Nenner unterzuſetzen. So wie nun eine Zifer linker Hand der Stelle der ſimplen Einheiten ſich auf Zehner, Hunderter, Tauſender, und ſo fort bezieht, je nachdem ſie in der erſten, zweyten, dritten ꝛc. Stelle linker Hand der ſimplen Einheiten ſteht, ſo bedeute eine Zifer in der erſten, zweyten, dritten ꝛc. Stelle rechter Hand der Einer, die Zehntheilchen, Hunderttheilchen, Tauſenttheilchen ꝛc.

III. Man bezeichne die Stelle der ſimplen Einheiten mit einem Punkt oder Comma, ſo würde ein Ausdruck dieſer Art 536,387 ſo viel bedeuten, als 536 Ganze 3 Zehntheilchen 8 Hunderttheilchen 7 Tauſendtheilchen u. ſ. w. oder 536 Ganze und 387 Tauſendtheilchen, und es wäre ſo gut, als wenn man ſchriebe $536\frac{387}{1000}$.

IV. So würde denn, wenn keine ganze Einheiten vorhanden wären

$$0{,}3 \text{ ſo viel bedeuten als } \tfrac{3}{10};$$
$$0{,}08 \quad — \quad — \quad — \quad \tfrac{8}{100}$$
$$0{,}007 \quad — \quad — \quad — \quad \tfrac{7}{1000}$$

u. ſ. w.

V. Man kann jeden vorgegebenen Bruch z. E. $\frac{3}{4}$ in einen gleichgültigen Decimalbruch auf folgende Art verwandeln. Geſetzt man ſollte ihn durch Hunderttheilchen ausdrücken, ſo iſt erſtlich, wenn man Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{3}{4}$ mit 100 multiplieiret $\frac{3}{4} = \frac{300}{400}$ (§. 63.) und nun ferner, wenn man, um ſtatt des Nenners 400 den Nenner 100 zu bekommen, Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{300}{400}$ gemeinſchaftlich mit 4 dividiret (§. 63).

$$\frac{3}{4} = \frac{300}{400} = \frac{300:4}{400:4} = \frac{75}{100},$$

das heißt

$$\frac{3}{4} = 0{,}75 \text{ (III. IV.)}$$

Man hänge alſo an den Zähler 3 des vorgegebenen Bruchs ſo viel Nullen als nöthig iſt, um mit dem Nenner 4 die Diviſion zu vollenden. Hier z. B. 2 Nullen, ſo geht die Diviſion auf, und der Quotient iſt 75. Von dieſem ſchneide man von der rechten Hand gegen die Linke ſo viel Decimalſtellen bis an das Comma ab, ſo viel man Nullen an den obigen Zähler gehängt hatte, ſo iſt der vorgegebene Bruch in Decimaltheile verwandelt. Es verſteht ſich, daß man an den Zähler 3 erſt eine Null hängt und nachſieht, ob die Diviſion mit dem Nenner 4 aufgeht. Bleibt ein Reſt, ſo hängt man an dieſen wieder eine Null und dividirt fort, und ſo an die folgenden Reſte immer wieder eine Null, bis die Diviſion aufgeht. So wird man in einem jedem Falle die richtige Anzahl der von dem Quotienten abzuſchneidenden Decimalſtellen erhalten.

Geht die Diviſion nicht auf, ſo kann man den vorgegebenen Bruch nie völlig genau durch Decimaltheile ausdrücken. In dieſem Falle, ſo wie in jedem andern, wo die Diviſion ſehr lange dauern würde, ehe ſie aufgeht, begnügt man ſich nur mit einer gewiſſen Menge der gefundenen Decimaltheile, und läßt die folgenden, als unbeträchtlich, weg.

Zum Exempel:

$$\frac{1}{3} = 0,3333 \ldots\ldots$$
$$\frac{17}{3} = 5,6666 \ldots\ldots$$

VI. Die Addition und Subtraction der Decimalbrüche, geſchiehet wie bey ganzen Zahlen, nachdem man ſie ſo geordnet hat, daß die Commata über einander ſtehen.

Z. E.

	5,237	9,63248
	4,81	7,04637
	0,7421	2,58611 = Reſt
Summe =	10,7891	

VII. Bey der Multiplication verfahre man wie bey ganzen Zahlen, ſchneide aber zuletzt von dem Produkte ſo viel Decimalſtellen ab, als beyde Factores zuſammen hinter ihrem Comma enthalten. Z. E.

$$\begin{array}{r} 3,243 = A \\ 0,52 = B \\ \hline 6486 \\ 16215 \\ \hline \text{Produkt} = 1,68636 = A \cdot B \end{array}$$

Daß dies Produkt hinter dem Comma, 5 Decimalſtellen haben müſſe, erhellet ſo:

Die äußerſte Zifer zur rechten Hand in dem einen Factor A, nemlich die 3, bedeutet eigentlich $\frac{3}{1000}$, und die äuſſerſte in dem Factor B, $\frac{2}{100}$. Aber $\frac{3}{1000}$ multiplicirt mit $\frac{2}{100}$ giebt (§. 68) $\frac{6}{100000}$; Alſo bedeutet die äußerſte Zifer in dem Produkte, nemlich die 6, eigentlich Hunderttauſendtheilchen, d. i. ſie muß in der 5ten Stelle rechter Hand des Comma ſtehen. (IV.)

VIII. Die Diviſion zweyer Decimalbrüche wird ebenfalls wie bey ganzen Zahlen bewerkſtelligt; von dem Quotienten werden aber ſo viel Decimaltheile abgeſchnitten, als der Dividendus mehrere enthält, als der Diviſor. Wäre nemlich in (VII.) der Dividendus = 1,68636, der Diviſor = 0,52, ſo käme umgekehrt für den Quotienten die Zahl 3,243.

IX. Wä-

IX. Wäre 1,6 zu dividiren mit 0,625 ſo hänge man an den Dividendus 1,6 rechter Hand ſo viel Nullen, als erſtlich nöthig ſind, ſo viel Zifern im Dividendus zu haben, daß man mit 0,625 herein dividiren kann. Geht die Diviſion nicht ſogleich nach dem gefundenen erſten Theile des Quotienten auf, ſo hänge man an den Reſt, und an die folgenden Reſte Nullen, und ſetze die Diviſion fort, wie in (V), ſo wird ſich aus der Menge von Decimalſtellen im Dividendus (zu dieſen die Nullen mit hinzugerechnet, welche man nach und nach an die Reſte hieng) und im Diviſor ergeben, wie viel man im gefundenen Quotienten Decimalſtellen abſchneiden müſſe (VIII).

```
0,625 | 1,600 | 2,56 Quotient.
      | 1,250 |
      ---------
         3500
         3125
        ------
          3750
          3750
        ------
           0
```

Erklärung.

72. Wenn man eine Zahl (2) durch ſich ſelbſt multipliciret, ſo nennet man das Produkt (4) das Quadrat derſelben Zahl; ſie aber die Quadratwurzel, in Anſehung dieſes Quadrats.

Erklärung.

73. Multipliciret man die Quadratzahl (4) ferner durch ihre Wurzel (2); ſo heiſſet das neue Produkt (8) eine Cubikzahl, und in Anſehung derſelben die Wurzel (2) nunmehro die Cubikwurzel.

Erklärung.

74. Die Quadratwurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heiſſet diejenige Zahl finden, die durch ſich ſelbſt multipliciret die gegebene Zahl hervorbringet.

Erklä-

Erklärung.

75. Hingegen die Cubikwurzel aus einer gegebenen Zahl ausziehen, heiſſet diejenige Zahl finden, die durch ihre Quadratzahl multiplicirt die gegebene Zahl hervorbringet.

Anmerkung.

76. Wenn man die Quadrat- und Cubik-Wurzel ausziehen will, muß man die Quadrat- und Cubik-Zahlen aller Zahlen von 1 bis 9 wiſſen. Darzu dienet folgendes Täfelein.

Wurzeln.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Quadrat.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cub. Zahl.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Aufgabe.

77. Aus einer gegebenen Zahl die Quadratwurzel auszuziehen.

Auflöſung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Claſſen von der Rechten gegen die Linke zu, und gebet jeder zwey Zifern: denn ſo viel Theile hat die Wurzel als Claſſen herauskommen. In der letzten Claſſe aber zur Linken kann auch eine Zifer ſtehen.
2. Suchet in dem Wurzel-Täfelein (§. 76.) das Quadrat auf, welches der Zahl in der erſten Claſſe am nächſten kommet, und ziehet es von derſelben ab. Die dazu gehörige Wurzel aber ſetzet in die Stelle des Quotienten.
3. Hierauf dupliret den gefundenen Quotienten, und ſchreibet das Produkt unter die linke Zahl der folgenden Claſſe; und weiter fort zurücke gegen die Linke, wenn es aus viel Zifern beſtehet; dividiret auf gewöhnliche Weiſe, und ſetzet den Quotienten

an gehörigen Ort, ſo habet ihr den andern Theil der Wurzel.

4. Eben dieſen Quotienten ſetzet unter die rechte Zahl derſelben Claſſe, und denn multipliciret mit dem gefundenen Quotienten die untergeſchriebenen Zahlen und ziehet das Produkt von den obern Zahlen des Quadrats ab.

5. Wenn ihr nun die dritte und vierte Regel bey allen Claſſen anbringet, ſo kommet die verlangte Quadratwurzel heraus.

6. Wenn ihr aber die Wurzel durch ſich ſelbſt multipliciret; ſo kommet die gegebene Quadratzahl wieder heraus. Und dieſes iſt die Probe, daraus ihr ſehet, ob ihr recht gerechnet oder nicht (§. 74).

```
 1|79|56 (134          Probe:  134
 1| :: ::                      134
 ---------                   -----
   79 ::                       536
   23 ::                      402
   69 ::                     134
 ---------                   -----
   10|56                     17956
    2|64
   10|56
 ---------
    0
```

Anmerkung.

78. Wenn die vorgegebene Zahl kein vollkommenes Quadrat iſt, ſo kann man Zehen-Theilchen, Hundert-Theilchen, u. ſ. w. haben, wenn man 2, 4 u. ſ. w. Nullen hinten anhänget und die Rechnung fortſetzet. Denn wenn man die Einheit in der Quadrat-Zahl in 100 gleiche Theile theilet, welches geſchiehet, wenn man ſie durch 100 multipliciret, ſo wird die Wurzel in zehen Theile getheilet (§. 72.); z. E. wenn man aus 345 die Wurzel ziehen ſoll, ſo geſchiehet ſolches folgender maaſſen:

```
    3|45   (18 57/100)
    1|::
  --------
    2|45
     |28
    2|24
  ------------------
     2 1|0 0
       3|6 8
     1 8|2 5
  ------------------
       2|7 5|0 0
        |3 7|0 7
       2|5 9|4 9
     ------------
        1 5|5 1
```

Will man die Probe anſtellen, ob man recht gerechnet: ſo multipliciret man die gefundene Zahl durch ſich ſelbſt, und addiret zu dem Produkte, was noch übrig geblieben war. Wenn nun die vorgegebene Zahl mit ſo viel Nullen, als man anhänget, herauskömmet; ſo iſt die Rechnung richtig (§. 74.) Z. E.

```
    1857
    1857
   -------
   12999
   9285
  14856
  1857
  -------
  3448449
     1551
  -------
  3450000
```

Aufgabe.

79. Aus einer gegebenen Zahl die Cubikwurzel auszuziehen.

Auflöſung.

1. Theilet die gegebene Zahl in Claſſen von der Rechten gegen die Linke, und gebet jeder Claſſe drey Zahlen. Denn

Denn ſo viele Theile hat die Wurzel als Claſſen herauskommen.

2. Suchet in dem Wurzel-Täfelein (§. 76.) die Cubikzahl, welche derjenigen, ſo in der letzten Claſſe zur Linken ſtehet, am nächſten kommt, ziehet dieſelbe davon ab, uud ſetzet die dazu gehörige Wurzel in die Stelle des Quotienten. Solchergeſtalt habet ihr den erſten Theil der Wurzel.

4. Dieſen multipliciret mit ſich ſelbſten, und das herauskommende Quadrat mit drey, ſetzet das Produkt unter die Cubikzahl anſtatt des Diviſors, dergeſtalt, daß deſſen letzte Zahl zur Rechten unter die erſte zur Linken in der folgenden Claſſe zu ſtehen kommet, und dividiret gewöhnlicher maaßen: ſo kommet der andere Theil der Wurzel heraus.

4. Alsdenn multipliciret den Diviſor in den neuen Quotienten, und ſchreibet das Produkt darunter: unter der mittlern Zahl derſelben Claſſe fahet an von der Rechten gegen die Linke zu ſchreiben, das Produkt von dem Quadrate des neuen Quotienten dreymal genommen in den vorhergehenden: und endlich unter der dritten, die Cubikzahl des neuen Quotienten. Addiret dieſe drey Produkte, und ziehet die Summe ab von den in der gegebenen Zahl noch übrigen Ziſern.

Wenn man nun nach der dritten und vierten Regel bey den übrigen Claſſen fortfähret, ſo kommt endlich die verlangte Cubikwurzel heraus.

	47	437	928	(362
	27	:::	:::	
	20	437	:::	
Diviſor	(2	7)::	:::	
Fact. ex Div. in N. Q.	16	2 ::	:::	
— ex tr. □ N. Q. in P.	3	24:	:::	
Cubus novi Quoti		216	:::	
Summa Factorum	19	656	:::	

	781	928
Diviſor	(388	8)::
Fact. ex Div. in N. Q.	777	6 ::
— ex tr. □ N. Q. in P.	4	32:
Cubus novi Quoti		8
Summa Factorum	781	928
	000	000

Anmerkung.

80. Wenn man die Einheit in der Cubikzahl in 1000 gleiche Theile theilet (welches geſchiehet, wenn man ſie durch 1000 multiplicirt): ſo wird die Wurzel in zehen Theile getheilet (§ 73.). Dannenhero, wenn eine gegebene Zahl keine vollkommene Cubikzahl iſt, darf man nur 3 Nullen für die Zehentheilchen, noch 3 für die Hundertheilchen u. ſ. w. anhängen, und die Rechnung nach der ordentlichen Regel fortſetzen. Z. E. es ſey aus 3 die Cubikwurzel zu ziehen.

```
3|000|000 (1 44/100
1|: : :|: : :
─────────────
2|0 0 0
 |(3): :
1| 2 : :
 | 48
 |  64
─────────────
1 744
─────────────
  256|0 0 0
  (58|8) : :
  235|2 : :
    6|7 2 :
     |  64
─────────────
  441|9 8 4
─────────────
   14|0 1 6
```

Will man wiſſen, ob man recht gerechnet, oder nicht, ſo muß man die gefundene Zahl in ſich ſelbſt, und das herauskommende Produkt noch einmal in dieſelbe multipliciren, und was in der Rechnung übrig geblieben, dazu addiren. Denn wenn die vorgegebene Zahl mit ſo viel Nullen herauskommet, als man angehänget, ſo iſt die Rechnung richtig (§. 85.).

Probe:

Probe:

144	Wurzel
556	
576	
144	
20736	Quadratzahl
144	
82944	
82944	
20736	
2985984	
14016	
3000000	Cubikzahl.

80a) Der Beweis dieſes Verfahrens für die Ausziehung der Quadrat- und Cubikwurzel iſt für die erſten Anfangsgründe zu weitläuftig, und Anfänger konnen ſich daher mit dem beygebrachten begnügen. Indeſſen will ich nur noch erinnern, daß das Zeichen für die Quadratwurzel dieſes iſt $\sqrt{}$, für die Cubikwurzel aber $\sqrt[3]{}$, dergeſtalt, daß alſo $\sqrt{25}$ ſo viel bedeutet, als die Quadratwurzel aus 25. Hingegen bezeichnet $\sqrt[3]{8}$ die Cubikwurzel von 8, und da dieſe $= 2$ iſt, ſo ſchreibt man $\sqrt[3]{8} = 2$.

80b) Man kann beweiſen, daß Quadrat- oder Cubikwurzeln wie (§. 78 und 80) bey deren Ausziehung zuletzt ein Reſt bleibt, nie völlig genau gefunden werden können, wenn man auch die Ausziehung ohne Ende fortſetzt. Man heiſt ſolche Wurzeln Irrationalwurzeln. Man kann ſich ihrem wahren Werthe durch Decimaltheile, wie in den angeführten §§en immer mehr und mehr nähern, aber ihn nie völlig erreichen. So iſt alſo z. B. die Cubikwurzel aus 3 eine Irrationalgröße, und ihr Werth bis auf Hunderttheilchen $= 1\frac{44}{100}$ oder 1,44. Die Tauſendtheilchen u. ſ. w. könnte man durch die weitere Befolgung des Verfahrens §. 80. finden, wenn es zu einem gewiſſen Gebrauche nöthig wäre.

Lehrſatz.

81. In einer geometriſchen Proportion iſt das Produkt des erſten Gliedes in das vierte, gleich dem Produkte aus dem andern in das dritte.

$$3 : 6 = 4 : 8$$
$$\underline{\quad 4 \qquad 3 \quad}$$
$$24 = 24$$

Beweis.

Das andere Glied entſtehet, wenn man das erſte; und das vierte, wenn man das dritte durch den Namen der Verhältniß multipliciret (§. 53). Derowegen wenn man das erſte Glied durch das vierte multipliciret, ſo iſt das Produkt aus dem erſten und dritten Gliede, und dem Namen der Verhältniß erwachſen. Multipliciret man das andere Glied durch das dritte, ſo iſt das Produkt gleichfalls aus dem erſten und dritten Gliede, und dem Namen der Verhältniß erwachſen. Derowegen müſſen die beyden Produkte gleich ſeyn (§. 26.) W. Z. E.

81 a) Wir wollen überhaupt die vier Glieder einer Proportion mit a; b; c; d; bezeichnen, ſo daß $a : b = c : d$. Weil nun a in b ſo oft enthalten ſeyn muß, wie c in d (§. 54) und alſo die beyden Brüche $\frac{b}{a}$ und $\frac{d}{c}$ einander gleich ſeyn müſſen, ſo müſſen ſie auch einander gleich bleiben, wenn man ſie nach (§. 65) unter einerley Benennung bringt. Alſo $\frac{b.c}{a.c} = \frac{a.d}{a.c}$. Folglich $b.c = a.d$. Dieſer Beweis iſt allgemein, und in mancher Rückſicht dem Wolfiſchen vorzuziehen. Auch iſt es gut, wenn Anfänger ſich in den Beweiſen dieſer oder jener Sätze nach und nach an die Bezeichnung der Zahlen mit Buchſtaben gewöhnen, und ſich dadurch zur Buchſtabenrechenkunſt vorbereiten.

Zuſatz.

82. Wenn demnach drey Zahlen proportional ſind, daß die mittlere zwey Stellen vertritt (§. 55.); ſo iſt das

das Produkt aus den beyden äuſſerſten der Quadratzahl der mittleren gleich (§. 72.).

Lehrſatz.

83. **Wenn vier Zahlen oder Größen proportional ſind; ſo verhält ſich auch wechſelsweiſe, wie die erſte zu der dritten, ſo die andere zu der vierten.**

Beweis.

Das andere Glied kommt heraus, wenn man das erſte durch den Exponenten multipliciret, das vierte aber, wenn man das dritte durch eben denſelben Exponenten multipliciret (§. 53.) Derowegen verhält ſich das andere Glied zu dem vierten, wie das erſte zu dem dritten (§. 58.). W. Z. E.

Aufgabe.

84. **Zwiſchen zwey gegebenen Zahlen die mittlere geometriſche Proportional-Zahl zu finden.**

Aufloſung.

1. Multipliciret die beyden gegebenen Zahlen (8 und 72) durch einander.
2. Aus dem Produkte (576) ziehet die Quadratwurzel (24) (§. 77.): ſo habt ihr die verlangte Zahl (§. 82.)

Aufgabe.

85. **Zu drey gegebenen Zahlen (3, 12, 5,) die vierte, oder auch zu zweyen die dritte geometriſche Proportional-Zahl zu finden.**

Aufloſung.

1. Multipliciret die andere (12) durch die dritte (5), oder, in dem andern Falle, die andere durch ſich ſelbſt.

2. Das Produkt (60) dividiret durch die erſte (3); ſo iſt der Quotient (20) die vierte (§. 81.), oder, in dem andern Falle, die dritte (§. 82.).

Anmerkung.

86. Die Auflöſung dieſer Aufgabe nennet man insgemein die Regel Detri, weil aus 3 Zahlen die vierte gefunden wird. Und hat dieſelbe einen unausſprechlichen Nutzen, ſo wohl in dem gemeinen Leben, als in allen Wiſſenſchaften. Es iſt aber aus der Aufgabe leicht zu erfahren, daß man die Regel Detri nirgend anbringen kann, als wo man vorher aus der Beſchaffenheit der Sachen verſichert iſt, daß eine geometriſche Proportion unter ihnen anzutreffen. Z. E. Es iſt ein großes Gefäſſe mit Waſſer angefüllet, und unten an dem Boden ein enges Löchlein, dadurch es herauslaufen kann. Man hat befunden, daß in 2 Minuten 3 Kannen herausgelaufen. Die Frage iſt, wenn 200 Kannen herauslaufen werden? Hier ſind drey Zahlen gegeben, die vierte ſoll man finden. Allein es iſt bekannt, daß das Waſſer anfangs geſchwinde, hernach langſam läufet, und alſo die Zahl der ausgelaufenen Kannen der Zeit, in welcher ſie herauslaufen, keinesweges proportional. Derowegen kann man auch dieſe Frage durch die Regel Detri nicht auflöſen.

Anmerkung.

87. Allein im Handel iſt der Werth der Waare allezeit ihrer Größe gleich. Denn wenn einer zweymal ſo viel nimmt, zahlet er doppelt: nimmt er dreymal ſo viel als ein anderer, ſo zahlet er dreyfach Geld. Daher kann man aus dem gegebenen Werthe von einer gewiſſen Größe einer Waare, den Werth einer andern Größe, oder auch der Größe der Waare von einem gegebenen Werthe finden. Z. E. 3 Pfund kommen 4 Thaler, wie viel kommen 17 Pfund? Hier iſt klar, wie vielmal 3 Pfund in 17 Pfund enthalten ſind, eben ſo vielmal die 4 Thaler, als der Werth der 3 Pfunde, in dem Werthe der 17 Pfund enthalten ſeyn müſſen, den ich ſuche, und nach der Regel Detri alſo finde:

3 Pf. — 17 Pf. — 4 Thlr.

4
—
68

(2
68 | $22\frac{2}{3}$ Thl.
33

Oder

Oder: für 4 Thaler bekommt man 3 Pfund, wie viel wird man für $22\frac{2}{3}$ Thaler bekommen? Hier iſt abermal klar, daß wie vielmal der Werth von 3 Pfund, nemlich 4 Thaler, in dem Werthe der geſuchten Pfunde, nemlich $22\frac{2}{3}$ Thaler enthalten, eben ſo vielmal die 3 Pfund in den geſuchten Pfunden enthalten ſeyn müſſen, die man durch die Regel Detri ſolchergeſtalt findet.

4 Thl. — $22\frac{2}{3}$ Thl. — 3 Pf.

3

68

4 |
68 | 17 Pf.
44 |

Woraus zugleich zu erſehen, wie man in der Regel Detri die Probe anſtellen kann, ob man recht gerechnet, oder nicht.

Anmerkung.

88. Eben ſo verhält ſich der Lohn der Arbeiter, wie die Zahl der Zeiten, in welchen ſie gearbeitet, wenn man auf Tage oder Stunden mit ihnen gedungen. Ingleichen die Größe der verrichteten Arbeit iſt der Zeit proportional, wenn man eine Stunde ſo viel arbeitet, als die andere; ingleichen die Zahl der Arbeiter, wenn einer ſo viel arbeitet, als der andere, u. ſ. w. Z. E. in einer Stunde lieſet einer 6 Blätter in einem Buche. Die Frage iſt, in wie viel Stunden er 360 Blätter leſen wird? Die verlangte Zahl findet man nach der Regel Detri alſo:

6 Bl. — 360 Bl. — 1 St.

1

360 |
66 | 60 St.

Anmerkung.

89. Unterweilen geſchiehet es, daß zwiſchen den Zahlen keine ſolche Proportion zu finden, dergleichen zwiſchen den Sachen, die gezählet werden, anzutreffen, wenn nemlich nicht alle Zahlen von einerley Art ſind. Da denn nöthig iſt, daß ſie zu einerley Art gebracht werden, ehe man die Regel Detri anbringen kann, als wenn man

die Thaler in Groſchen, die Groſchen in Pfennige, die Pfunde in Lothe, die Stunden in Minuten, u. ſ. w. verwandelt. Z. E. 3 Pfund und 4 Loth koſten 2 Thaler 4 Groſchen: was kommen 2 Pfund? Die Rechnung geſchiehet alſo:

3 Pf. 4 L. — 2 Pf. — 2 Thl. 4 gr.
32   32   24
100 L. — 64 L. — 52
52
128
320
3328

3328 | $33\frac{28}{100}$ gr.
1100 | oder $33\frac{7}{25}$ gr.

(§. 64.)

Anmerkung.

90. Es geſchiehet meiſtentheils, daß die übrigen Brüche eine ganz andere Eintheilung des Ganzen erfordern, als insgemein gebräuchlich. Als in dem vorhergehenden Exempel ſoll der Groſchen in 25 Theile eingetheilet werden; wir aber theilen ihn in 12 ein. Derowegen muß man einen andern Bruch finden, der ſo viel gilt, wie die gegebene $\frac{7}{25}$ und zum Nenner 12 hat. Da nun der geſuchte Zähler des Bruchs in 12 ſo vielmal enthalten ſeyn muß, als der gegebene Zähler 7 in ſeinem Nenner 25 (§. 62.): ſo kann auch dieſe Verwandelung durch die Regel Detri folgendergeſtalt geſchehen (§. 85):

25 — 7 — 12
7
84

2 (9
8 4 | $3\frac{9}{25}$ pf.
2 5

Weil der Pfennig nicht weiter eingetheilet wird, ſo muß man die $\frac{9}{25}$, welche etwas mehr als $\frac{1}{3}$ von einem Pfennige ſind, weglaſſen: ſonſt könnte man ihren Werth gleichfalls nach der Regel Detri finden.

Anmerkung.

91. Man findet in den arithmetiſchen Schriften auch eine verkehrte Regel Detri, die man aber nicht nöthig hat, wenn man die

Zahlen

Zahlen dergeſtalt neben einander ſetzet, wie es die Proportion erfordert. Z. E. 125 Soldaten werden mit einem Feſtungsbau innerhalb 6 Monaten fertig. Es iſt aber die Frage: wie viel Soldaten muß man haben, daß der Bau innerhalb 2 Monaten fertig wird? Hier iſt klar, daß, wie vielmal 2 Monate in 6 Monaten enthalten ſind, eben ſo vielmal die Zahl der Soldaten, welche 6 Monate mit der Arbeit zubringen, in der Zahl derer enthalten ſey, welche in 2 Monaten fertig werden ſollen. Denn je geſchwinder die Arbeit fortgehen ſoll, je mehr Soldaten muß man dazu haben. Die Rechnung geſchiehet demnach alſo.

2 Mon. — 6 Mon. — 125 Sold.
6
750

xx
750 | 375 Sold.
222

Anmerkung.

92. Unterweilen muß man die Regel Detri zweymal anbringen, ehe man die verlangte Zahl finden kann. Woraus einige ohne Noth eine beſondere Regel gemacht, und ſie die Regel de quinque ingleichen Regulam compoſitam genennet. Z. E. 300 Thaler bringen in 2 Jahren 36 Thaler Intereſſe: wie viel tragen 20000 Thaler in 12 Jahren? Hier ſuchet man erſtlich durch die Regel Detri, wie viel 20000 Thaler in 12 Jahren tragen, folgendergeſtalt:

300 Thl. — 20000 Thl. — 36 Inter.
36
720000

x
720000 | 2400 Thl.
333300

2 J. — 12 J. — 2400 Thl.
12
4800
24
28800

28800 | 14400 Thl.
22222

Anmerkung.

93. Es laſſen ſich dergleichen Exempel auch durch eine einige Anwendung der Regel Detri rechnen. Denn weil 2 mal 300 Thaler ſo viel in einem Jahre Intereſſe bringen, als 300 in zweyen, und 12 mal 20000 in einem Jahre ſo viel geben, als 20000 in 12 Jahren: ſo darf ich nur die Umſtände der Zeit weglaſſen, und ſagen: 2 mal 300, das iſt 600 Thaler, geben (nemlich in einem Jahre) 36 Thaler Intereſſe, was geben 12 mal 20000, das iſt 240000 Thaler (nemlich wiederum in einem Jahre?)

```
300 Thlr. 2 J. — 20000 Thl. 12 J. — 36 Inter.
  2               12
-----          ---------
600 ,           240000
                  36
               ---------
                1440000     22
                  72        864ØØ00 | 14400
               ---------    ØØØØØ00 |  Thlr.
                8640000
```

Und dieſe letzte Manier iſt rathſamer, als die erſte, weil in der erſtern öfters verdrüßliche Brüche vorkommen.

Anmerkung.

94. Bey einigen Exempeln muß man die Regel Detri nothwendig etlichemal anbringen; als in den Geſellſchaftsrechnungen ſo vielmal, als Perſonen ſind, die an dem Gewinn oder Verluſt in der Handlung Antheil haben. Denn weil derjenige doppelt Geld gewinnet und verlieret, der doppelt Zulage giebet, u. ſ. w. ſo verhält ſich jederzeit die ganze Zulage zu eines jeden Zulage insbeſondere, wie der ganze Gewinn oder Verluſt zu eines jeden Gewinn oder Verluſt insbeſondere. Z. E. es haben drey Perſonen in einer Handlung 2000 Thaler gewonnen. Der erſte hat gegeben 1000 Thaler. Der andere 500 Thaler. Der dritte 3000 Thaler. Man ſoll finden, wie viel jedem von dem Gewinn gebühre? Dieſes geſchiehet folgendergeſtalt:

Zula-

Zulage des Erſten	1000 Thl.	
— des Andern	500 —	
— des Dritten	300 —	
Ganze Zulage	1800 Thlr.	

1800 Thl. — 1000 Thl. — 2000 Thl.
2000
2000000

111
12222
2000000 | $1111\frac{2}{18}$ Thl. Gewinn des Erſten.
1888800
122

1800 Thl. — 500 Thl. — 2000 Thl.
2000
1000000

111
888
1000000 | $555\frac{10}{18}$ Thl. Gewinn des Anderen.
188800
11

1800 Thl. — 300 Thl. — 2000 Thl.
2000
600000

22
2666
600000 | $333\frac{6}{18}$ Thl. Gewinn des Dritten,
188800
11

Probe.

$1111\frac{2}{18}$ Gewinn des Erſten.
$555\frac{10}{18}$ Gewinn des Anderen.
$333\frac{6}{18}$ Gewinn des Dritten.

2000 Thl. ganzer Gewinn.

Anmer-

Anmerkung.

95. Es giebet auch viel andere Exempel, die auf eine gleiche Weiſe gerechnet werden. Als wenn man nicht allein in der Medicin, ſondern auch in andern Künſten und Wiſſenſchaften das Gewicht der Ingredientien weiß, die man mit einander in Zubereitung eines Dinges vermiſchen ſoll, und man will wiſſen, wie viel von jedem zu nehmen iſt, damit das Vermiſchte ein verlangtes Gewicht habe. Z. E. eine Medicin hat 3 Ingredientien, von dem einen kommen dazu 4 Loth, von dem andern 5 Loth, von dem dritten 2 Loth. Die Frage iſt, wie viel man von jedem nehmen muß, daß man von der Medicin 8 Pfund habe. Die Rechnung geſchiehet folgendermaaßen:

Gewicht	des erſten	Ingred.	4	Loth
	des andern		5	—
	des dritten		2	—
		Summe	11	Loth.

11 Loth — 8 Pf. — 4 Loth.
32
256 Loth.
4
1024

131
1024 | 93 $\frac{1}{11}$ Loth Gewicht des erſten Ingred.
111
1

11 L. — 8 Pf. — 5 L.
32
256
5
1280

1
174
1280 | 116 $\frac{4}{11}$ L. Gewicht des andern Ingr.
1111
11

11 Loth

11 Loth — 8 Pf. — 2 L.

32

256 L.

2

512

46 $\frac{6}{11}$ Loth Gewicht des dritten Ingr.

Probe:

Gewicht	des erſten	Ingr.	93 $\frac{1}{11}$ L.
	des andern		116 $\frac{4}{11}$ L.
	des dritten		46 $\frac{6}{11}$ L.
	Summe		256 Loth.

Anmerkung.

96. Man hat in verſchiedenen Fällen einige Vortheile in der Regel Detri, welche insgemein die Welſche Practica genennet werden. Uns begnüget, die nützlichſten davon zu erzehlen. Weil die Regel Detri zu drey gegebenen Zahlen die vierte Proportionalzahl ſuchet (§. 85.), wenn man aber zwey Zahlen durch eine Zahl dividiret, die herauskommenden Quotienten mit ihren einerley Verhältniß haben (§. 29.); ſo dividiret die erſte und andere, oder auch (§. 83.) die erſte und dritte Zahl, und brauchet die herauskommenden Quotienten anſtatt derſelben in der Rechnung, wie aus beygefügten Exempeln zu erſehen.

3 Pf. koſten 9 Thl. wie viel 7 Pf.

3) 1 3 3

Facit 21 Thl.

14 Pf. koſten 26 Thl. wie viel 7 Pf.

7) 2) 2) 1

Fac. 13 Thl.

Anmer-

Anmerkung.

97. Wenn entweder die erſte oder dritte Zahl 1, und die andere von beyden nicht allzugroß, die mittlere aber aus Zahlen von vielerley Arten zuſammengeſetzet iſt, ſo hat man nicht nöthig, die in der 4 Anmerkung §. 89.) vorgeſchriebene Reduction anzuſtellen, wie folgendes Exempel ausweiſet.

1 Pf. koſtet 3 Thl. 8 gr. 6 pf. wie viel 5 Pf.
5

Fac. 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Nemlich ich ſehe hier bald, daß 2 mal 6 pf. einen Groſchen machen, und alſo 5 mal 6 pf., 2 gr. 6 pf., wiederum 3 mal 8 gr. einen Thlr., und alſo noch 2 mal 8 darüber, 16 gr. Dannenhero addire ich den Thaler zu den übrigen 15 Thl. und die 2 gr. zu den 16 gr. So iſt das verlangte Facit 16 Thl. 18 gr. 6 pf.

Anmerkung.

98. Wenn die zwey gleichnamige Zahlen von einander um 1 unterſchieden ſind, kann man einen beſondern Vortheil brauchen, der ſich durch Exempel am bequemſten zeigen läſſet. Z. E. 5 Pf. koſten 30 Thl. wie viel 4 Pf.? Weil 4 Pf. um den 5ten Theil weniger koſten müſſen, als 5 Pf. ſo dividire ich nur 30 durch 5 und den Quotienten 6 ziehe ich von 30 ab, ſo bleibet das Facit 24 Thl. übrig. Item 8 Pf. kommen 24 Thl. wie viel 9 Pf.? Weil 9 Pf. um $\frac{1}{8}$ mehr als 8 koſten, ſo darf ich nur den achten Theil von 24, nemlich 3 Thl. zu 24 Thl. addiren, ſo kommet das Facit 27 Thl.

Anmerkung.

99. Unterweilen kann man verſchiedene Vortheile bey einem Exempel anbringen.

100 Pf. koſten 30 Thl. 4 gr. wie viel 50 Pf.
50) 2 2)

Fac. 15 Thl. 2 gr.

Item: 60 Pf. koſten 80 Thl. was 2520 Pf.
60) 1 6) 42

480 6
7) 7

Fac. 3360 Thl.

99) a

99 a) Ein Holländer, Nahmens Reeß, hat dieſen Vortheilen noch mehrere andere beygefügt, wodurch zumahl in zuſammengeſetzten Fällen, wo man oft viele Proportionen anſetzen müßte, um das Facit zu erhalten, die Rechnung ſehr erleichtert wird. So wohl dieſe Reeßiſchen Vortheile, als auch die mannichfaltigen Anwendungen der Regel de Tri, auf allerley im gemeinen Leben vorkommenden Rechnungsarten, ſind in den §. 1 a) genannten Büchern mit mehreren zu erſehen.

Ende der Rechenkunſt.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Algebra.

1.

Die Algebra iſt eine Wiſſenſchaft, aus einigen gegebenen endlichen Größen andere ihres gleichen, von denen in Anſehung der gegebenen etwas bekannt gemacht wird, vermittelſt gewiſſer Gleichungen zu finden.

Anmerkung.

2. Z. E. ihr ſollt zwey Zahlen finden, die mit einander multipliciret eine gegebene Zahl 60, hingegen zuſammen addiret eine andere gegebene Zahl 17 bringen. Alſo werden euch gegeben zwey Zahlen, und ihr ſollet aus denſelben zwey andere Zahlen finden, von welchen euch bekannt gemacht wird, daß ihre Summe der kleineren, ihr Produkt aber der größeren von den gegebenen Zahlen gleich ſeyn ſoll. Die Algebra nun lehret euch nicht allein in gegenwärtigen Falle die verlangten Zahlen, ſondern auch eine allgemeine Regel finden, nach welcher ihr alle Exempel von dieſer Art rechnen könnet.

Erklärung.

3. Die Buchſtaben-Rechenkunſt wird diejenige genennet, welche anſtatt der Zifern allgemeine Zeichen der Größen brauchet, und damit die gewöhnlichen Rechnungsarten verrichtet.

Erklärung.

4. Eine Größe nennen wir alles dasjenige, was ſich vermehren und vermindern läßt, in ſo weit es ſich vermehren und vermindern läßt.

Willkührlicher Satz.

5. **Man benenne die gegebenen Größen jederzeit mit den erſten Buchſtaben des Alphabets** a, b, c, d, **u. ſ. w. die unbekannten aber, welche man ſuchet, mit den letzten** x, y, z.

Willkührlicher Satz.

6. **Das Zeichen der Addition iſt +, der Subtraction aber —. Jenes wird durch** plus **dieſes durch** minus **ausgeſprochen. (§. 51 b) Arithm.)**

Anmerkung.

7. Z. E. die Summe zweyer Größen a und b wird geſchrieben a + b, und ausgeſprochen: a plus b. Hingegen die Differenz zweyer Größen wird geſchrieben durch a — b, und ausgeſprochen: a minus b. Als es bedeute a 7 Thaler, b 8 Groſchen, ſo bedeutet a + b; 7 Thl. + 8 gr. das iſt, 7 Thl. u. 8 gr. hingegen a — b 7 Thl. — 8 gr. das iſt, 7 Thl. weniger 8 gr.

Willkührlicher Satz.

8. **Die Multiplication hat entweder gar kein Zeichen, ſondern man ſetzet die Buchſtaben, welche einander multipliciren, ohne einiges Zeichen neben einander: oder man deutet ſie durch ein liegendes Creuz × oder einen Punkt (.) an.**

9. Wenn a durch b multipliciret werden ſoll, ſo ſchreibet das Produkt × ab, oder a . b, oder a × b. Wir werden uns des letztern Zeichens niemals bedienen.

Willkührlicher Satz.

10. **Wenn eine Größe viele andere aufeinmal multipliciret, ſo ſchließet man ſie in eine Parentheſin () ein, und ſetzet jene ohne einiges Zeichen vor oder hinter die Parentheſin: oder man ſetzet zwiſchen dieſelben einen Punkt. (§. 51 b. Arithm.)**

11. Das Produkt von a + b — c in d, ſchreibet entweder alſo: (a + b — c) d, oder dergeſtalt: d (a + b — c). Insgemein ſchreibet man dieſes Produkt alſo $(\overline{a + b - c}) \times d$, oder auch $d \times \overline{a + b - c}$.

11 a) Die letztere zwo Arten ſind jetzt nicht mehr gebräuchlich.

Willkührlicher Satz.

12. Das Zeichen der Diviſion ſind zwey Punkte (:), oder man ſchreibet die Buchſtaben, welche einander dividiren ſollen, wie einen Bruch in der Rechenkunſt. (§. 51 b und §. 62 c Arithm.)

Anmerkung.

13. Wenn a durch b dividiret werden ſoll; ſo ſchreibet man den Quotienten entweder a : b, oder $\frac{a}{b}$, und ſpricht es beiderſeits aus: a durch b dividiret.

Willkührlicher Satz.

14. Wenn eine Größe viele andere auf einmal dividiret, oder viele andere Eine dividiren; ſo werden, wie in der Multiplication, die vielen in eine Parentheſin () eingeſchloſſen, oder man kann auch an deren ſtatt einen bloßen Bruchſtrich brauchen.

Anmerkung.

15. Wenn a + b durch c dividiret werden ſoll, ſo ſchreibet den Quotienten entweder

$$(a + b) : c, \text{ oder } \frac{a + b}{c}$$

Sollet ihr a durch b + c dividiren, ſo iſt der Quotient

$$a : (b + c) \text{ oder } \frac{a}{b + c}$$

Wiederum wenn ihr a + b durch c + d dividiret, ſo ſchreibet den Quotienten

$$(a + b) : (c + d) \text{ oder } \frac{a + b}{c + d}$$

oder auch

$$\overline{a + b} : c, \quad a : \overline{b + c}, \quad \overline{a + b} : \overline{c + d}.$$

15 a) Auch dieſe letztern Bezeichnungsarten kommen nur in ältern Schriften vor.

Erklärung.

15 b) Es giebt Größen, welche eine ſolche Beziehung auf einander haben, daß eine die andere vermindert. Z. E. **Schulden** und **Vermögen**; **Vorwärtsgehen** und **Rückwärtsgehen** u. d. g. Man heiſt ſie **entgegengeſetzte Größen**, und nennt eine von dieſen Größen, welche man will, **bejahend**, die andere **verneinend**, oder die eine **poſitiv**, die andere **negativ**. Z. E. Wenn man das Vermögen **poſitiv** nennt, ſo wären die Schulden, als das entgegengeſetzte des Vermögens, **negativ**. Man bezeichnet diejenige Größe von zwey entgegengeſetzten, welche man die poſitive genannt hat, mit dem Additionszeichen +, und die entgegengeſetzte, oder negative mit dem Subtractionszeichen oder mit —, weil die negative, wenn ſie zur poſitiven gerechnet wird, als etwas abzuziehendes zu betrachten iſt. Jedermann wird zugeben, daß 8 Thlr. Vermögen und 5 Thl. Schulden in Summa nur 3 Thl. Vermögen ausmachen, und eben ſo 8 Thl. Schulden und 5 Thl. Vermögen zuſammen noch 3 Thl. Schulden betragen, d. h. $+8-5=+3$ und $-8+5=-3$. Wenn zwey entgegengeſetzte Größen zuſammen gerechnet werden ſollen, ſo verzehrt allemahl die kleinere von der größern ſo viel, als ſie ſelbſt beträgt, und was von der größern übrig bleibt, das iſt in dieſem Falle eigentlich die **Summe** oder das **Aggregat**.

15 c) **Zuſ.** So iſt denn allgemein Z. E. $+8a+5a=+13a$; $+8a-5a=+3a$; $-8a+5a=-3a$; $-8a-5a=-13a$, was nun auch a bedeuten mag. In (§. 15 b) bedeutete a Rthl. Wenn vor einer Größe kein Zeichen ſteht, ſo wird ſie als poſitiv verſtanden; ſo ſchreibt man denn ſehr oft ſtatt $+8a$ auch ſchlechtweg $8a$.

15 d) **Zuſ.** Wenn die bejahte und verneinte Größe einerley Zahlenwerth haben, ſo heben ſie ſich beym Zuſammenrechnen auf, und geben Null. Alſo iſt $+3$ und -3 zuſammen $=0$; oder allgemein $+3a-3a=0$. Man kann alſo in einem gewiſſen Sinne, die negative Größe als weniger als Nichts betrachten, weil erſt eine eben ſo große bejahte zu ihr gerechnet werden muß, wenn wirklich Null oder Nichts herauskommen ſoll. Aber dieſer Ausdruck Weniger als Nichts, iſt nur **Beziehungsweiſe**, und nicht **abſolut** zu nehmen. Denn allerdings ſind z. E. Schulden Et-

was, aber als Vermögen betrachtet, oder in Beziehung auf Vermögen ſind ſie weniger als nichts.

Erklärung.

15 e) Von einer Größe A, ſie ſey wie man will, bejaht oder verneint, eine andere B, gleichfalls bejahte oder verneinte **abziehen**, heiſt eine dritte Größe C finden, welche zu der abzuziehenden B addirt, diejenige A zur Summe giebt, von der der Abzug geſchehen ſollte. Dieſe Größe C heiſt man den **Reſt**.

15 f) Wie dieſer beſchaffen ſeyn müſſe, je nachdem B bejaht oder verneint angenommen wird, erhellt aus folgenden Beyſpielen.

Sollte z. E. von $A = +9$ abgezogen werden $B = +4$ ſo muß der Reſt C heiſſen $= +9 - 4 = +5$ d. h. die $+4$ abziehen, iſt ſoviel als -4 zu $+9$ addiren, welches ohnehin klar iſt. Denn nun iſt $C + B = +9 - 4 + 4 = +9 = A$, wie ſichs der Erklärung §. 15 c zufolge gebührt.

Wäre aber A wie vorhin $= +9$; B aber negativ $= -4$ ſo muß $C = +9 + 4 = +13$ ſeyn, wenn $C + B = A$ ſeyn ſoll, d. h. -4 von $+9$ abziehen, iſt ſo viel als $+4$ zu $+9$ addiren. Denn nun iſt wieder $C + B = 9 + 4 - 4 = +9 = A$.

So iſt denn allgemein

$$a - (+b) = a - b$$

und $$a - (-b) = a + b$$

d. h. eine Größe von einer andern abziehen, iſt ſo viel, als jene entgegengeſetzt nehmen, und zu dieſer addiren.

15 g) **Zuſ.** Da eine Größe **verneint** nehmen, nichts anders heiſt, als ſie in das entgegengeſetzte verwandeln, ſo wird umgekehrt eine Größe **poſitiv** nehmen, ſo viel bedeuten, als ſie nicht in das entgegengeſetzte verwandeln, ſondern ſie nehmen, wie ſie iſt, ſie bejaht laſſen, wenn ſie bejaht iſt, und verneint laſſen, wenn ſie verneint iſt. Soll demnach z. E. -4 mit $+2$ multiplicirt werden, ſo ſoll man die -4 zweymahl würklich ſo nehmen, wie ſie iſt, und das Produkt kann alſo nichts anders als -8 ſeyn. Soll ich aber -4 mit -2 multipliciren, ſo ſoll ich die -4 zweymahl verneinen, d. h. in das Entgegengeſetzte verwandeln, alſo wird das Produkt jetzt $= +8$ ſeyn müſſen, denn dies enthält zweymahl das Entgegengeſetzte von -4. Soll $+4$ mit -2 multiplicirt, alſo zweymahl verneint oder entgegengeſetzt genommen werden, ſo kann nichts anders, als -8 herauskommen.

men. Endlich iſt klar, daß + 4 mit + 2 multiplicirt, + 8 geben muß.

15h) Zuſ. Hieraus folgt denn, daß wenn beyde Factores einerley Zeichen haben, das Produkt allemal poſitiv, wenn ſie aber verſchiedene Zeichen haben, daſſelbe negativ ſeyn müſſe, welches ſich in der Kürze ſo überſehen läßt.

$+4 \cdot +2 = +8$	$+a \cdot +b = +ab$
$-4 \cdot -2 = +8$	$-a \cdot -b = +ab$
$+4 \cdot -2 = -8$	$+a \cdot -b = -ab$
$-4 \cdot +2 = -8$	$-a \cdot +b = -ab$

15i) Zuſ. Alſo wäre umgekehrt für die Regeln der Diviſion

$$+8 : +2 = +4$$
$$+8 : -2 = -4$$
$$-8 : -2 = +4$$
$$-8 : +2 = -4$$

d. h. wenn Dividendus und Diviſor einerley Zeichen haben, ſo iſt der Quotient bejaht. Haben ſie verſchiedene Zeichen, ſo iſt er verneint.

Aufgabe.

16. **Einerley Größe mit einerley und verſchiedenen Zeichen zu addiren.**

Aufloͤſung.

1. Wenn ſie einerley Zeichen haben, ſo zählet ſie wie in der Rechenkunſt zuſammen.

2. Sind aber die Zeichen verſchieden, ſo ziehet von der größeren die kleinere ab, und ſetzet zu dem was überbleibet, das Zeichen der größeren. (§. 15 b)

Exempel.

$$\begin{array}{l} a + 2b - 3c - 5d \\ 3a - 2b + 6c + 2d \\ \hline 4a \quad\quad + 3c - 3d \end{array}$$

Anmerkung.

17. Einerley Gröſſen nennt hier Wolf ſolche, welche einerley Buchſtaben oder Benennungen haben, z. E. a und 3a; 3c und 6c. Nur ſolche können unmittelbar in eine kürzere Summe zuſammengezogen werden nach (§. 15 c). (M.)

Anmerkung.

18. Damit euch die Rechnung mit Buchſtaben deutlicher wird, ſo bildet euch ein, a bedeute 1 rthlr. b 1 gl. c 1 pf.

$7a - 9b + 5c$	7 thl. − 9 gl. + 5 pf.
$3a + 5b - 9c$	3 thl. + 5 gl. − 9 pf.
$10a - 4b - 4c$	10 thl. − 4 gl. − 4 pf.

Aufgabe.

19. **Größen wie in (§. 16.) mit einerley oder verſchiedenen Zeichen, von einander zu ſubtrahiren.**

Auflöſung.

1. Man verwandele die Theile der abzuziehenden Größen B in die entgegengeſetzten Zeichen, und
2. addire ſie alsdann mit dieſen entgegengeſetzten Zeichen zu den Theilen derjenigen Größe A, von der der Abzug geſchehen ſoll, ſo hat man den Reſt C nach (§. 15 f.).

Exempel.

$8a - 5c + 9d$	8 thl. − 5 gl. + 9 pf. = A
$6a - 8c - 7d$	6 thl. − 8 gl. − 7 gf. = B
$2a + 3c + 16d$	2 thl. + 3 gl. + 16 pf. = C

$$9b + 15c - 7d + 8e - f = A$$
$$6b + 20c - 9d - 9e + 7f = B$$
$$3b - 5c + 2d + 17e - 8f = C$$

Aufgabe.

20. Größen mit einerley **und verſchiedenen Zeichen durch einander zu multipliciren.**

Auf-

Auflöſung.

Verrichtet die Multiplication, wie in Zahlen (§. 49. Arithm.): nur merket, daß einerley Zeichen im Produkte +, verſchiedene aber − geben. (§. 15 h).

Exempel.

$$\begin{array}{rrrr}
 & a + b - d; & 10 = & 8 + 4 - 2 \\
 & a - b - d; & 2 = & 8 - 4 - 2 \\
\hline
 & -ad - bd + dd & & -16 - 8 + 4 \\
 & -ab - bb + bd & & -32 - 16 + 8 \\
 & aa + ab - ad & & 64 + 32 - 16 \\
\hline
 & aa - bb - 2ad + dd; & 20 = & 68 - 48
\end{array}$$

Zuſatz.

21. Wenn in einem Buchſtabenausdrucke Zahlfactores vorkommen, ſo multipliciret man dieſe auch mit, wie beyſtehendes Exempel ausweiſet.

$$\begin{array}{l}
3a + 8b - 3c \\
a - 5b + 2c \\
\hline
+6ac + 16bc - 6cc \\
-15ab - 40bb + 15bc \\
3aa + 8ab - 3ac \\
\hline
3aa - 7ab - 40bb + 3ac + 31bc - 6cc.
\end{array}$$

Die Zahlfactores in Ausdrücken wie 8b; 3c; heiſt auch Zahlcoefficienten. (M.)

Aufgabe.

22. **Größen mit einerley und verſchiedenen Zeichen durch einander zu dividiren.**

Auflöſung.

Wenn eine gegebene Größe durch die andere ſich würklich dividiren läſſet; ſo verfahret wie in Zahlen (§. 51. Arithm.), nur daß ihr die Regel von Veränderung der Zeichen wohl in Acht nehmet (§. 15 i).

Kann aber die Diviſion nicht würklich geſchehen; ſo bleibet es bey dem, was oben (§. 12. et ſeqq.) geſaget worden.

Exempel.

$$
\begin{array}{l}
a - b - d)\, aa - bb - 2ad + dd\, (a + b - d \\
\quad aa + ab - ad \\
\hline
\quad + ab - bb - ad + dd \\
\quad + ab - bb + bd \\
\hline
\quad + bd - ad + dd \\
\quad - ad + bd + dd \\
\hline
\qquad 0
\end{array}
$$

Anmerkung.

23. Weil die Buchſtaben nicht wie die Zahlen eine Bedeutung von der Stelle haben, in welcher ſie ſtehen, ſo dürfet ihr euch hier an keine Ordnung binden, ſondern möget den Quotienten ſuchen, in welchem Gliede ihr ihn findet: welches auch in den Subtrahiren des Produkts aus dem Diviſor in den Quotienten ſtatt findet.

23 a) Mehrere Beyſpiele der Diviſion, und die weitere Erläuterung, müſſen dem mündlichen Unterrichte vorbehalten ſeyn.

Erklärung.

24. Wenn man eine Größe durch ſich ſelbſt multipliciret; ſo heißet das Produkt, welches herauskommet, die andere Potenz oder Dignität derſelben Größe. Multipliciret ihr die andere Dignität noch einmal durch die erſte; ſo kommt die dritte Potenz oder Dignität heraus. Multipliciret ihr ferner die dritte durch die erſte; ſo kommt die vierte Potenz oder Dignität heraus. Multipliciret ihr die vierte durch die erſte; ſo kommet die fünfte Potenz oder Dignität heraus, u. ſ. w. Die erſte Stammgröße, ſo die erſte Dignität genennet wird, heiſſet auch die Wurzel

in Anſehung der anderen, dritten, vierten, fünften ꝛc. Dignität.

Willkührlicher Satz.

25. Den Grad der Potenz oder Dignität einer Größe deutet durch eine kleine Ziffer, oder, wenn er nicht determiniret iſt, durch einen kleinen Buchſtaben an, den ihr oben zur Rechten an denjenigen Buchſtaben ſetzet, wodurch die Größe benennet wird. Z. E. die andere, dritte, vierte ꝛc. Dignität von x iſt x^2, x^3, x^4, ꝛc. x^m. Dieſe Zahlen aber werden die Exponenten der Dignität genennet.

Zuſatz.

26. Dannenhero wenn ihr eine Dignität durch eine andere von eben der Wurzel multipliciren ſollet; ſo dürfet ihr nur ihre Exponenten zuſammen addiren.

Exempel.

x^3	y^m	x^m	x^n
x^4	y^n	x^r	x^n
x^7	y^{m+n}	x^{m+r}	x^{2n}

Zuſatz.

27. Hingegen wenn ihr die Dignität einer Größe durch eine andere Dignität derſelben dividiren ſollet; ſo dürfet ihr nur ihre Exponenten von einander ſubtrahiren.

Exempel.

x^7	y^7	y^{m+n}	x^m
x^4	y^3	y^n	x^n
x^3	y^4	y^m	x^{m-n}

27a) Nemlich vom Exponenten des Dividendus, muß man abziehen den Exponenten des Diviſors, ſo hat man den des Quotienten.

27 b) Für m = n, iſt

$$\frac{x^m}{x^m} = x^{m-m} = x^0;$$

Aber

$$\frac{x^m}{x^m} = 1 \text{ alſo auch } x^0 = 1.$$

27 c) Wäre ferner n > m z. E. n = 5; m = 2; ſo hätte man

$$\frac{x^2}{x^5} = x^{2-5}$$

(nach der Regel (§. 27 a))

$$= x^{-3}. \text{ Aber auch } \frac{x^2}{x^5} = \frac{1}{x^3};$$

alſo ſind die Ausdrücke

$$x^{-3} \text{ und } \frac{1}{x^3} \text{ und ſo überhaupt}$$

$$\frac{1}{x^\mu} \text{ und } x^{-\mu} \text{ gleichbedeutend.}$$

Zuſatz.

28. Endlich wenn ihr die Dignität einer Größe zu einer andern Dignität erheben ſollet; ſo dürfet ihr nur ihren Exponenten durch den Exponenten der andern multipliciren. Z. E. ihr ſollet x^3 zu der vierten Dignität erheben: ſo multipliciret 3 durch 4, und nehmet x^{12} für die geſuchte Dignität an.

Anmerkung.

29. Die Urſache iſt leicht zu errathen. Denn ihr ſollet den Exponenten 3 viermal zu ſich ſelbſt addiren (§. 27.) Dieſes aber geſchiehet, wenn ihr ihn durch 4 multipliciret (§. 13. Arithm.)

Zuſatz.

30. Folgends, wenn ihr aus einer gegebenen Dignität eine verlangte Wurzel ziehen ſollet, das iſt, diejenige Gröſſe finden, welche zu einer gewiſſen Dignität

erho-

erhoben worden (§. 74. 75. Arithm. und §. 25. Algebr.); ſo dürfet ihr nur ihren Exponenten durch den Exponenten der Wurzel dividiren. Z. E. die Wurzel der vierten Dignität aus x^{12} iſt x^3; die Wurzel m aus x^n iſt $x^{n:m}$.

Anmerkung.

31. Merket wohl dieſe Art die Wurzel zu zeichnen; denn ihr werdet ins künftige groſſen Vortheil davon haben.

Willkührlicher Satz.

32. **Wenn ihr die Wurzel aus einer Gröſſe ziehen ſollet, ſo ſetzet folgendes Wurzelzeichen vor ſie, und über daſſelbige den gehörigen Exponenten der Wurzel; in der Quadratwurzel aber könnet ihr den Exponenten weglaſſen.**

Alſo ſchreibet ihr die Cubikwurzel von x, $\sqrt[3]{x}$: hingegen die Wurzel der fünften Dignität von x ſchreibet ihr $\sqrt[5]{x}$.

Zuſatz.

33. Weil $\sqrt{x} = x^{1:2}$, $\sqrt[3]{x^2} = x^{2:3}$, $\sqrt[m]{x^n} = x^{n:m}$ (§. 30.); ſo könnet ihr jederzeit eine Formel in die Stelle der andern ſetzen, nachdem ihr von dieſer oder jener einen Vortheil haben könnet.

Erklärung.

34. **Dergleichen Größen, daraus die verlangte Wurzel nicht genau gezogen werden kann, werden Irrational-Gröſſen, oder wenn es Zahlen ſind, Irrational-Zahlen genennet.**

Dergleichen ſind $\sqrt{2}$, $\sqrt[3]{4}$, $\sqrt[5]{6}$. (§. 80 a).

Erklärung.

34 a) I. Von einer verneinten Größe ſind alle Potenzen eines geraden Exponenten bejaht, und alle Potenzen verneint,

deren

deren Exponenten ungerade ſind. Z. E. von -3 iſt das Quadrat oder

die zweyte Potenz $= -3 \cdot -3 = +9$
die dritte — $= +9 \cdot -3 = -27$
die vierte — $= -27 \cdot -3 = +81$

u. ſ. w.

Alſo iſt die Quadratwurzel von $+9$ ſowohl $+3$ als auch -3, welches man auch ſo ausdrückt $\sqrt{9} = \pm 3$ und ſo überhaupt $\sqrt{+a^2} = \pm a$.

II. Aber aus einer verneinten Größe z. E. aus -9 wäre die Quadratwurzel etwas **unmögliches**, weil ſie weder bejaht noch verneint ſeyn kann. Solche Wurzeln heiſt man **unmögliche Größen** (imaginariae). Der Ausdruck $\sqrt{-1}$ wäre alſo eine ſolche unmögliche Größe.

III. Alle Wurzeln eines **geraden** Exponenten aus einer **negativen** Größe ſind auf dieſe Art unmöglich, weil ſie weder bejaht noch verneint ſeyn können, denn ſo wohl von einer verneinten als bejahten Gröſſe, ſind die Potenzen eines geraden Exponenten bejaht. Alſo kann z. E. $\sqrt[4]{-81}$ weder $+3$ — noch -3 ſeyn, weil ſo wohl von $+3$ als -3 die vierte Potenz $= +81$ iſt. Demnach wäre $\sqrt[4]{-81}$ ebenfalls eine unmögliche Größe, ſo wie überhaupt $\sqrt[2n]{-a}$.

IV. Hingegen wenn der Wurzelexponent eine ungerade Zahl iſt, ſo iſt die Wurzel **bejaht**, wenn die Gröſſe woraus ſie gezogen werden ſoll, bejaht iſt, **verneint** aber, wenn dieſe verneint iſt. Z. E. $\sqrt[3]{+27}$ kann nur $= +3$ ſeyn, und $\sqrt[3]{-27}$ nur $= -3$. Hier wäre alſo $\sqrt[3]{-27}$ keine unmögliche Gröſſe.

V. Die Wurzel eines geraden Exponenten hat allemal zwey mögliche gleiche, aber einander entgegengeſetzte Werthe, wenn die Gröſſe, woraus ſie gezogen werden ſoll, bejaht iſt. Z. E. $\sqrt[4]{+81}$ iſt ſowohl $+3$ als auch -3.

Aufgabe.

35. Eine Aufgabe algebraiſch aufzulöſen.

Auflö-

Aufloͤſung.

1. Unterſcheidet mit Fleiß die bekannten Groͤſſen von den unbekannten, und benennet jene mit den erſten, dieſe mit den letzten Buchſtaben des Alphabets (§. 5.). Wenn die **Benennung** geſchehen; ſo

2. ſuchet eine **Gleichung**, daß ihr nemlich eine Sache mit zweyerley Namen beleget; denn ſo muͤſſen die beyden Werthe einander gleich ſeyn, (§. 20. Arithm.). Ihr muͤſſet aber ſo viel Gleichungen finden, als ihr unbekannte Groͤſſen habet. Wenn es nicht angehet; ſo iſt es ein Zeichen, daß ihr die eine unbekannte Groͤße ſo groß annehmen koͤnnet, als ihr wollet. Und pfleget man dergleichen Aufgaben **undeterminirte Aufgaben** zu nennen. Es ſind aber die Gleichungen entweder in der Aufgabe ſelbſt angedeutet, oder ihr muͤſſet ſie aus ihren Umſtaͤnden durch Huͤlfe derjenigen Lehrſaͤtze ſuchen, welche von der Gleichheit handeln.

3. Wenn in den Gleichungen bekannte und unbekannte Groͤſſen mit einander vermenget ſind; ſo muͤſſet ihr ſie dergeſtalt einrichten, daß auf einer Seite lauter bekannte, auf der andern aber nur Eine unbekannte ſtehen bleibet: welches geſchiehet, wenn ihr die Groͤßen, welche ſubtrahiret ſind, durch Addiren; welche addiret ſind, durch Subtrahiren; welche andere multipliciren, durch Dividiren; welche andere dividiren, durch Multipliciren wegbringet, oder auch die Wurzeln zu ihren Dignitaͤten erhebet, oder aus den Dignitaͤten die gehoͤrigen Wurzeln ausziehet: damit ihr immer eine Gleichheit erhaltet (§. 24. 25. 26. 27. Arith.)

Aufgabe.

36. **Aus der gegebenen Summe zweyer Groͤſſen und ihrem Unterſcheide die Groͤſſen ſelber zu finden.**

Auflö-

Auflöſung.

Es ſey die Summe $= a$, die kleinere Gröſſe $= x$,
der Unterſcheid $= b$, die gröſſere Gröſſe $= y$,
So iſt

$x + y = a$ (§. 9. Arithm.) $y - x = b$ (§. 12. Arithm.)

$$\begin{array}{l} x = x \text{ ſubtr.} \\ \hline y = a - x \end{array} \qquad \begin{array}{l} x = x \text{ add.} \\ \hline y = b + x \end{array}$$

demnach

$$\begin{array}{l} a - x = b + x \text{ (§. 12. Arithm.)} \\ \quad\; x \qquad\;\; x \text{ add.} \\ \hline a = b + 2x \\ b = b \text{ ſubtr.} \\ \hline a - b = 2x \\ \hline \quad 2 \text{ div.} \\ \frac{a - b}{2} = x \end{array}$$

Folgends iſt die gröſſere

$$y = \tfrac{1}{2} a - \tfrac{1}{2} b + b = \tfrac{1}{2} a + \tfrac{1}{2} b.$$

Regel.

Ziehet den Unterſchied der beyden Gröſſen (b) von der Summe (a) ab. Den Reſt dividiret durch zwey; ſo iſt der Quotient die kleine Gröſſe (x). Addiret den Unterſcheid zu der Summa; ſo iſt die Hälfte davon die große Gröſſe (y).

Z. E. es ſey $a = 30$, $b = 8$; ſo iſt $(a - b) : 2 = (30 - 8) : 2 = 22 : 2 = 11$, und $(a + b) : 2 = (30 + 8) : 2 = 38 : 2 = 19$.

Anmerkung.

37. Die hier in Worten abgefaßte Regel will weiter nichts ſagen, als was die Formel $\frac{a - b}{2} = x$ im Zeichen und

Buchſta-

Buchſtaben ausdrückt. So kann man in ähnlichen Fällen, wenn es nöthig ſeyn ſollte, Formeln in Worte übertragen. Auch iſt zu merken, daß öfters in den Gleichungen, da noch Bekanntes mit Unbekannten vermengt iſt, nützliche Lehrſätze enthalten ſind. Z. E. aus der Gleichung $a - b = 2x$ flieſt der Lehrſatz, daß wenn man von der Summe zwoer Größen, ihren Unterſchied abzieht, der Reſt zweymahl ſo groß, als die kleinere der beyden Gröſſen ſeyn werde.

Aufgabe.

38. **Eine Zahl zu finden, deren Hälfte, $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$ zuſammen um 1 gröſſer ſind, als die Zahl ſelbſt.**

Aufloͤſung.

Es ſey die geſuchte Zahl $= x$; ſo iſt

$$\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{4}x = x + 1$$

das iſt

$$(12x + 8x + 6x) : 24 = \tfrac{26}{24}x = x + 1$$

(§. 65. Arithm.)

mult. 24

$$26x = 24x + 24$$

$$24x = 24x \text{ ſubtr.}$$

$$2x = 24$$

2 div.

$$x = 12$$

Probe:

$$\tfrac{1}{2}x + \tfrac{1}{3}x + \tfrac{1}{4}x = 6 + 4 + 3 = 13.$$

Es iſt demnach nicht mehr als die einige Zahl 12, welche dieſe Eigenſchaft hat.

Aufgabe.

39. **Aus der gegebenen Summe zweyer Zahlen, und dem Produkte einer Zahl in die andere, die Zahlen ſelbſt zu finden.**

Auflö=

Aufloͤſung.

Es ſey die Summe $= a$, die halbe Differenz $= x$ das Produkt $= b$;

$$\left.\begin{array}{l}\text{ſo iſt die große Zahl } \tfrac{1}{2}a + x \\ \text{die kleine } \tfrac{1}{2}a - x\end{array}\right\} \text{§. 36.}$$

$$\begin{array}{rcll} \text{Und alſo } \tfrac{1}{4}aa - xx & = & b & \\ xx & = & xx & \text{add} \\ \hline \tfrac{1}{4}aa & = & b + xx & \\ b & = & b & \text{ſubtr.} \\ \hline \tfrac{1}{4}aa - b & = & xx & \\ \hline \sqrt{(\tfrac{1}{4}aa - b)} & = & x. & \end{array}$$

Es ſey $a = 14$, $b = 48$; ſo iſt $\sqrt{(\tfrac{1}{4}aa - b)} = \sqrt{(49 - 48)} = 1$, folgends die groſſe Zahl $\tfrac{1}{2}a + x = 7 + 1 = 8$, und die kleine $\tfrac{1}{2}a - x = 7 - 1 = 6$.

Aufgabe.

40. **Aus der gegebenen Summe zweyer Groͤſſen und der Differenz ihrer Quadrate die beiden Groͤſſen zu finden.**

Aufloͤſung.

Es ſey die Summe $= a$, die halbe Differenz der Groͤßen $= y$, die Differenz der Quadrate $= b$.

$$\begin{array}{ll} \text{So iſt die eine Groͤſſe} & \tfrac{1}{2}a + y \\ \text{Die andere} & \tfrac{1}{2}a - y \\ \text{Das Quadrat der erſten} & \tfrac{1}{4}aa + ay + yy \\ \text{Das Quadrat der andern} & \tfrac{1}{4}aa - ay + yy \\ \hline \text{Die Differenz } b = 2ay & \\ \qquad\qquad \overline{}\ 2a & \\ \text{folgends} \quad b : 2a = y. & \end{array}$$

Es ſey $b = 40$, $a = 10$; ſo iſt $y = 40 : 20 = 2$; folgends die eine Zahl $\tfrac{1}{2}a + y = 5 + 2 = 7$, die andere $\tfrac{1}{2}a - y = 5 - 2 = 3$.

Auf-

Aufgabe.

41. Aus der gegebenen Summe zweyer Gröſſen und der Summe ihrer Quadrate die beyden Gröſſen zu finden.

Auflöſung.

Es ſey die erſte Summe $= a$, die eine Gröſſe $\frac{1}{2}a + y$
die andere $= b$, die andere $\frac{1}{2}a - y$.
So iſt das Quadrat der erſten $\frac{1}{4}aa + ay + yy$
der andern $\frac{1}{4}aa - ay + yy$

Die Summe $b = \frac{1}{2}aa + 2yy$
folgends $b - \frac{1}{2}aa = 2yy$

$$\frac{1}{2}b - \frac{1}{4}aa = yy.$$
$$\sqrt{(\tfrac{1}{2}b - \tfrac{1}{4}aa)} = y.$$

Es ſey $a = 10$, $b = 58$; ſo iſt $\sqrt{(\frac{1}{2}b - \frac{1}{4}aa)} = \sqrt{(29 - 25)} = \sqrt{4} = 2$; folgends $\frac{1}{2}a + y = 5 + 2 = 7$ und $\frac{1}{2}a - y = 5 - 2 = 3$.

41 a) Es ſey $a = 12$; $b = 50$, ſo iſt $\frac{1}{2}b - \frac{1}{4}a^2 = 25 - 36 = -9$ negativ. Demnach $y = \sqrt{-9}$ unmöglich (§. 34 a) II.) folglich auch beyde Gröſſen $\frac{1}{2}a + y = 6 + \sqrt{-9}$, und $\frac{1}{2}a - y = 6 - \sqrt{-9}$ unmöglich, d. h. es giebt keine möglichen Gröſſen, deren Summe $= 12$ und Summe der Quadrate $= 50$ ſeyn könnte. Aber jene unmöglichen Gröſſen, blos als **Formeln** oder **Ausdrücke** betrachtet, werden der Aufgabe ein Gnüge leiſten. Denn wenn man das Quadrat von $6 + \sqrt{-9}$ macht, ſo iſt ſolches $= 36 + 12\sqrt{-9} - 9$; das Quadrat von $6 - \sqrt{-9}$ iſt $36 - 12\sqrt{-9} - 9$; Alſo die Summe derſelben $= 36 - 9 + 36 - 9 = 50$. Beyde unmögliche Gröſſen $6 + \sqrt{-9}$ und $6 - \sqrt{-9}$ zuſammen addirt, geben $6 + 6 = 12$. Hieraus erhellet wie imaginäre Gröſſen einer Aufgabe ein Gnüge leiſten können, wenn es gleich keine mögliche Gröſſen giebt, die ihr entſprechen können, wie in dem angeführten Beyſpiele. Bey einer Aufgabe kann man oft nicht gleich wiſſen, ob die geſuchten Gröſſen, mög-

liche Werthe haben werden. Die Auflöſung wird dies erſt zeigen, und daher erhellet der Nutzen, den man in der Algebra von den Ausdrücken der unmöglichen Gröſſen hat. So ſieht man denn überhaupt, daß obige Aufgabe allemahl unmögliche Werthe für die geſuchten Gröſſen geben wird, ſo lange $\frac{1}{2}b - \frac{1}{4}a^2$ etwas negatives iſt, alſo $\frac{1}{4}a^2 > \frac{1}{2}b$, d. h. $a > \sqrt{2b}$ angenommen wird.

Aufgabe.

42. Aus der gegebenen Tagereiſe zweyer Boten, und der Zeit, da der andere dem erſten nachgehet, die Zeit zu finden, in welcher er ihn einholet.

Auflöſung.

Es ſey die Tagereiſe des erſten $= a$, des andern $= b$
die geſuchte Zeit $= x$
die gegebene Zeit $= c$

So iſt die Reiſe des erſten in der gegebenen Zeit $= ac$, in der geſuchten $= ax$. Die Reiſe des anderen in der letzteren Zeit $= bx$. Da nun beyde einen gleichen Weg zurück geleget; ſo iſt

$$ac + ax = bx$$
$$ax = \quad ax \text{ ſubtr.}$$
$$ac = bx - ax = (b - a)x$$
$$b - a \text{ div.}$$
$$ac : (b - a) = x.$$

Es ſey $a = 6$, $b = 8$, $c = 4$; ſo iſt $x = 24 : (8 - 6) = \frac{24}{2} = 12$.

Aufgabe.

43. Aus der gegebenen Tagereiſe eines Boten und der Zeit, da er hinweg iſt, die Tagereiſe eines anderen Boten zu beſtimmen, der ihn in einer gegebenen Zeit einholen ſoll.

Auf-

Auflöſung.

Es ſey die Tagereiſe des erſten = a des anderen = x

die verfloſſene Zeit = b

die gegebene Zeit = c

ſo findet man wie in der vorhergehenden Aufgabe

$$ab + ac = cx$$

$$\frac{ab}{c} + a = x$$

Es ſey $a = 6$, $b = 4$, $c = 12$; ſo iſt $x = \frac{24}{12} + 6 = 2 + 6 = 8$.

Aufgabe.

44. Aus der gegebenen Weite zweyer Oerter von einander, aus welchen zu gleicher Zeit zwey Boten ausreiſen, und der Tagereiſe eines jeden, die Zeit zu beſtimmen, da ſie einander begegnen.

Auflöſung.

Es ſey die Weite = a, die geſuchte Zeit = x, die Tagereiſe des erſten = b,

des andern = c,

So iſt der Weg des erſten in der zu beſtimmenden Zeit = bx, des andern = cx; folgends, weil beyde zuſammen die ganze Weite der Oerter von einander durchreiſen

$$bx + cx = a$$

das iſt $(b + c)x = a$

$$x = a : (b + c).$$

Es ſey $a = 120$, $b = 6$, $c = 4$; ſo iſt $x = 120 : (6 + 4) = 120 : 10 = 12$. Sie begegnen alſo einander in dem zwölften Tage.

Aufgabe.

45. Aus dem gegebenen Werthe einer Kanne guten Weins zu beſtimmen, wie viel man Waſſer darunter miſchen muß, damit man das Maaß um einen verlangten geringern Preis geben kann.

Auflöſung.

Der höhere Preis ſey $= a$, das Waſſer $= x$.
der geringere $= b$,
das Kannenmaaß $= 1$.

Da nun der Preis von $1 = b$, ſo iſt der Preis von $1 + x = b + bx$ (§. 85. Arithm.), und daher, weil das Waſſer x nichts gilt,

$$b + bx = a \text{ (§. 20. Arithm.)}$$
$$bx = a - b$$
$$x = (a - b) : b$$

Es ſey $a = 16$, $b = 10$; ſo iſt $x = (16 - 10) : 10 = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$.

Aufgabe.

46. Aus dem gegebenen Preiſe zweyer Weine von verſchiedener Güte zu beſtimmen, wie viel man von dem geringeren zu dem beſſeren gieſſen muß, damit man ihn für einen verlangten Preis geben kann.

Auflöſung.

Es ſey der Preis des guten $= a$
des ſchlechten $= b$
des vermiſchten $= c$
das Kannenmaaß $= 1$

die Gröſſe des ſchlechten $= x$
ſo iſt ſein Preiß $= bx$
die Gröſſe des guten $= 1 - x$
ſein Preis $= a - ax$

Fol-

Folgends.

$$\begin{array}{l} a - ax + bx = c \\ ax \quad = ax \\ \hline a + bx = ax + c \\ bx = bx \\ \hline a = ax - bx + c \\ c \quad = \quad c \\ \hline a - c = ax - bx = (a-b)x \\ \hline (a-c):(a-b) = x \end{array}$$

Es ſey $a = 16$, $b = 10$, $c = 12$; ſo iſt $x = (16 - 12):(16 - 10) = 4 : 6 = \frac{2}{3}$. Demnach werden von dem ſchlechten $\frac{2}{3}$ und von dem guten $\frac{1}{3}$ genommen.

Erklärung.

47. Wenn die Wurzel einer Dignität oder Potenz aus zwey Theilen beſtehet; nennet man ſie eine binomiſche Wurzel, als $a + b$. Beſtehet ſie aus drey Theilen, als $a + b + c$; ſo heiſſet ſie eine trinomiſche Wurzel. Wenn ſie aus vier Theilen beſtehet, eine quadrinomiſche Wurzel u. ſ. w. Ueberhaupt aber nennet man ſie eine polynomiſche Wurzel, wenn ſie aus mehr als zwey Theilen beſtehet.

Erklärung.

47 a) Wenn ſo viel Gröſſen a, b, c, d, e, ... als man will, vorgegeben ſind, und man verbindet jede einzelne, mit jeder der andern, ſo erhält man alle Paare oder Amben, die ſich aus dieſen Gröſſen formiren laſſen, z. E. ab; ac; ad; bc; u. ſ. w.

Verbindet man je drey und drey jener Gröſſen, z. E. abc; abd; bcd; u. ſ. w. ſo heiſſen dieſe Verbindungen Ternen, und ſo jede Verbindungen von 4 Gröſſen Quaternen u. ſ. w. Die Verbindungen ſelbſt werden auch Combinationen genannt, die Amben Combinationen nach 2; die Ternen Combinationen nach 3 u. ſ. w.

Aufgabe.

47 b) **Wenn n Gröſſen a, b, c, d; e . . . vorgegeben ſind, die Anzahl aller Amben zu beſtimmen.**

Auflöſung.

Wenn n Buchſtaben ſind, ſo macht **jeder einzelne** mit jedem der $n - 1$ übrigen zuſammen $n - 1$ Amben, alſo machen n **Buchſtaben** in allem $n(n - 1)$ Amben.

Ex. Wäre $n = 3$, ſo läßt ſich allemahl jeder Buchſtabe a, b, c, mit 2 der andern verbinden, und ſo erhält man folgende Amben.

a mit b und c geben Amben ab; ac;
b — a und c — — ba; bc;
c — a und b — — ca; cb;

Alſo zuſammen $6 = 3 . 2$. Amben, und ſo überhaupt für n Buchſtaben $n . (n - 1)$ Amben.

Zuſ. Wollte man Amben wie ab, ba; die einerley Buchſtaben enthalten, für **gleichgültige** Amben nehmen, ſo ſieht man leicht, daß weil in jeder einzelnen Ambe, jeder Buchſtabe zwo Stellen haben kann, man obige Zahl von Amben nur noch mit 2 dividiren dürfe, um die Menge aller **eigentlich verſchiedenen** Amben ab; bc; ac; zu erhalten. Alſo iſt die Anzahl aller eigentlich verſchiedenen Amben, die ſich aus n Gröſſen formiren laſſen

$$= \frac{n(n - 1)}{1 . 2}$$

Aufgabe.

47 c) **Unter den Bedingungen, (§. 47 b) die Anzahl aller eigentlich verſchiedenen Ternen zu beſtimmen.**

Auflöſung.

Jeder einzelne von den n Buchſtaben läßt ſich allemahl mit allen Amben, die ſich aus den übrigen $n - 1$ Buchſtaben formiren laſſen, zu Ternen verbinden. Alſo erhält man n mahl ſo viel Ternen, als ſich aus $n - 1$ Buchſtaben Amben machen laſſen. Aber die Anzahl aller verſchiedenen Amben aus $n - 1$ Buchſtaben iſt

$= n(n$

$$= \frac{(n-1) . (n-2)}{1 . 2}.$$

Alſo die Anzahl aller Ternen

$$= \frac{n (n-1) (n-2)}{1 . 2}.$$

Unter dieſen Ternen ſollen aber diejenigen, welche einerley Buchſtaben enthalten, wegfallen. Da nun jeder Buchſtabe in einer Terne 3 Stellen, nemlich vorne, mitten, und hinten haben kann, ſo ſieht man leicht, daß obige Zahl von Ternen noch mit 3 dividirt werden müſſe, um die Anzahl

$$= \frac{n (n-1) (n-2)}{1 . 2 . 3}$$

aller eigentlich verſchiedenen Ternen zu erhalten.

Ex. Für $n = 4$

Gröſſen	a	b	c	d
Amben	bc, bd, cd	ac, ad, cd	ab, ad, bd	ab, ac, bc
Ternen	abc abd acd	acb adb cdb	abc adc bdc	abd acd bcd

In der erſten Horizontalſpalte ſtehen die 4 Gröſſen. In der zweyten die Amben, die ſich allemahl aus jeden 3 der übrigen Gröſſen machen laſſen, wenn man diejenige allemal wegrechnet, welche in jeder einzeln Verticalſpalte oben an ſtehet. In der dritten ſtehen die Ternen, aus der Verbindung jedes oben ſtehenden Buchſtabens, mit den unter ihm befindlichen Amben. Unter dieſen Ternen finden ſich allemahl 3, welche einerley Buchſtaben enthalten. Nimmt man alſo nur die eigentlich verſchiedenen Ternen, ſo erhält man abc; abd; acd; cdb; und ihre Anzahl iſt

$$= \frac{4 . 3 . 2}{1 . 2 . 3} = 4.$$

Zuſ. So kann man dieſe Schlüſſe fortſetzen, und findet die Anzahl aller verſchiedenen Quaternen, die ſich aus n Gröſſen formiren laſſen

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4}$$

aller Quinternen

$$= \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}$$

u. ſ. w.

Aufgabe.

47 d) Wenn man n Factores von der Form $x+a$; $x+b$; $x+c$; u. ſ. w. in einander multipliciret, das Geſetz der herauskommenden Produkte zu finden.

Auflöſung.

Zwey Factores $x+a$; $x+b$ geben zum Produkt

$$\begin{aligned} x^2 + ax &+ ab. \\ + bx & \end{aligned}$$

Drey Factores geben nach gehöriger Rechnung das Produkt

$$\begin{aligned} x^3 + ax^2 &+ abx + abc \\ + bx^2 &+ acx \\ + cx^2 &+ bcx \end{aligned}$$

Wenn man dieſe Multiplicationen weiter fortſetzt, ſo wird man finden, daß 1) jedes ſolches Produkt ſich allemahl mit einer Potenz von x anfängt, deren Exponent der Anzahl aller in einander multiplicirten Factoren gleich iſt, und nun folgen der Ordnung nach alle niedrigere Potenzen von x, bis auf das letzte Glied, welches gar kein x mehr enthält. 2) Iſt der Coefficient der höchſten Potenz von x allemahl $= 1$. Der zweyte Coefficient ſin die nächſtfolgende Potenz von x beſteht aus der Summe aller Gröſſen $a + b + c + d \ldots$; der dritte Coefficient $ab + ac + bc \ldots$ aus der Summe aller Amben, die ſich aus den Gröſſen a, b, c, . . . formiren laſſen. Der vierte Coefficient aus der Summe aller Ternen; der fünfte aus der Summe aller Quaternen, und dies geht fort bis auf das letzte Glied, welches aus dem Produkte aller Gröſſen $abc \ldots$ ſelbſt beſteht.

Zuſ.

Zuſ. Wenn alle Factores einander gleich ſind, alſo $a = b = c = d$ u. ſ. w. ſo erhält man eine Potenz von $x + a$. Z. E. in obigem Beyſpiele, das Quadrat von $x + a$, den Cubus von $x + a$.

Jede Summe wie $a + b + c + d \ldots$ verwandelt ſich dann in $a + a + a \ldots$ d. h. bey der nten Potenz von $x + a$ in $n \cdot a$.

Jede Ambe verwandelt ſich in a^2, jede Terne in a^3, jede Quaterne in a^4 u. ſ. w.

Daher wird

$$(x + a)^n = x^n + n a x^{n-1} + \frac{n(n-1)}{1 \cdot 2} a^2 x^{n-2} + \frac{n(n-1)(n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} a^3 x^{n-3} \ldots$$

weil jede Ambe wie a^2, jede Terne wie a^3 u. ſ. w. ſo oft vorkommen wird, als ſich aus n Gröſſen wie a, b, c, ... Amben, Ternen u. ſ. w. formiren laſſen. Z. E. für $n = 3$ würde

$$(x + a)^3 = x^3 + 3ax^2 + 3a^2x + a^3.$$

Wenn n eine ganze bejahte Zahl iſt, ſo wird obige allgemeine Reihe allemal abbrechen, und ihr letztes Glied wird ſeyn a^n.

Zuſ. Dieſen Satz, eine zweytheiligte Gröſſe $x - a$ (§. 47.) auf jede beliebige Potenz zu erheben, nennt man den **binomiſchen Lehrſatz**, welcher in der ganzen Mathematik von der gröſten Wichtigkeit iſt. Man hat mancherley Beweiſe für ihn, wohin insbeſondere auch der ſchöne **Käſtneriſche** in deſſen Analyſ. endlicher Gröſſen §. 116. zu rechnen iſt. Mein Verfahren iſt ein Beyſpiel der **combinatoriſchen Analytik**, welche in den neuern Zeiten durch Hrn. Prof. **Hindenburg** in Leipzig auſſerordentlich erweitert, und zu einem Grade der Vollkommenheit gebracht worden iſt, daß man ſie jetzt als einen eigenen Theil der Algebra zu betrachten hat. Aus Hrn. **Töpfers** Combinatoriſchen Analyt. Leipzig 1779 kann man ſo wohl die vielen hieher gehörigen Hindenburgiſchen Schriften, als auch das Verfahren ſelbſt, ſich mit mehrerem bekannt machen. Hrn.

Fiſchers Theorie der **Dimenſionszeichen**, iſt im weſentlichen mit der Hindenburgiſchen c. A. einerley, und beyde haben den Zweck, Reihen von Gröſſen, auf welche man durch combinatoriſche Operationen kömmt, durch geſchickte Bezeichnungen ſo darzuſtellen, daß das Geſetz ihres Fortgangs auf das einleuchtendſte in die Augen fällt.

47 c) Unter dem **allgemeinen Gliede** einer Reihe, welche nach einem gewiſſen Geſetze fortgeht, verſteht man einen ſolchen Ausdruck, wodurch allgemein ein jedes Glied der Reihe beſtimmt werden kann. So würde z. B. in obiger Binomialpotenz, wenn man das zweyte Glied nax^{n-1} das erſte nennen wollte, das mte Glied ſeyn

$$= \frac{n(n-1)(n-2)\ldots(n-(m-1))}{1.2.3.4\ldots m} a^m . x^{n-m}$$

und dies wäre alſo das allgemeine Glied jener Reihe. Je nachdem man nemlich $m = 1$; $m = 2$ u. ſ. w. ſetzt, giebt dieſer allgemeine Ausdruck, das erſte, zweyte, und ſo jedes folgende beſondere Glied. In vielen Fällen iſt das Geſetz einer Reihe ſo einleuchtend, daß es ganz überflüßig iſt, die Form des allgemeinen Gliedes hinzuſetzen.

Erklärung.

48. Eine **Gleichung von einem höhern Grade** wird eine ſolche genannt, in welcher höhere Potenzen der unbekannten Gröſſe, als bloß die erſte, vorkommen. Man kann alle Glieder einer ſolchen Gröſſe, auf die eine Seite des Gleichheitszeichens ſchaffen, ſo daß auf der andern Seite nur Null ſtehen bleibt, und ſo erhalten dieſe Gleichungen folgende allgemeine Formen:

$x + a = 0$ Gleichung vom 1ten Grade
$x^2 + ax + b = 0$ — — 2 — —
$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ — — 3 — —
u. ſ. w.

Die Gleichungen vom 2ten Grade heiſſen auch **quadratiſche**, die vom 3ten **cubiſche**. Die Coefficien-

ficienten a, b, c, können nach Gefallen, bejahte und verneinte Gröſſen, und auch = o ſeyn. Kömmt in einer höhern Gleichung nur eine einzige Potenz der unbekannten Gröſſe vor, ſo heiſt ſie eine **reine Gleichung.** So iſt z. E. $x^2 + b = o$ eine reine quadratiſche Gleichung. $x^2 + ax + b = o$ aber eine **unreine** quadratiſche Gleichung (aequatio quadratica affecta). Und ſo in andern Fällen. (M.)

Aufgabe.

49. **Eine reine quadratiſche Gleichung aufzulöſen, oder den Werth der unbekannten Gröſſe x zu finden.**

Auflöſung.

Aus $x^2 + b = o$; folgt $x = \sqrt{-b}$. welche Wurzel bejaht oder verneint genommen werden kann, welches man ſo ausdrückt $x = \pm\sqrt{-b}$.

Zuſatz.

Die unbekannte Gröſſe hat alſo zwey einander gleiche entgegengeſetzte Werthe.

Zuſatz.

Wenn b bejaht iſt, alſo $-b$ verneint, ſo ſind beyde Wurzeln unmöglich (§. 34 a. II.) Iſt aber b verneint, alſo $-b$ bejaht, ſo ſind beyde Wurzeln möglich. (M.)

Aufgabe.

50. **Eine unreine quadratiſche Gleichung aufzulöſen.**

Auflöſung.

1. Ihr allgemeiner Ausdruck iſt:

$$x^2 + ax + b = o \text{ (§. 48).}$$

Das x^2 hat keinen Coefficienten, als 1, denn wenn es auch einen hätte, ſo ließe ſich ſolcher doch durch die Diviſion wegſchaffen. Z. E. wenn $2x^2 + 5x - 8 = o$ wäre,

wäre, ſo könnte man durchaus mit 2 dividiren, und erhielte

$$x^2 + \frac{5}{2}x - 4 = 0$$

wo denn

$$a = + \frac{5}{2} \text{ und } b = - 4$$

wäre.

2. Wenn man von $x + \frac{1}{2}a$ das Quadrat macht, ſo erhält man

$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2.$$

3. Man addire alſo auf beyden Seiten obiger Gleichung $\frac{1}{4}a^2$ hinzu, ſo iſt

$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 + b = \frac{1}{4}a^2$$

demnach

$$x^2 + ax + \frac{1}{4}a^2 = \frac{1}{4}a^2 - b$$

oder (2);

$$(x + \frac{1}{2}a)^2 = \frac{1}{4}a^2 - b$$

demnach

$$x + \frac{1}{2}a = \pm \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$$

oder

$$x = - \frac{1}{2}a \pm \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$$

d. h. die unbekannte Gröſſe x hat auch in der unreinen quadratiſchen Gleichung zwey **Werthe** oder **Wurzeln**. Der eine Werth iſt

$$x = - \frac{1}{2}a + \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$$

der andere

$$x = - \frac{1}{2}a - \sqrt{(\frac{1}{4}a^2 - b)}$$

welche beyde möglich oder unmöglich ausfallen, je nachdem $\frac{1}{4}a^2 - b$ eine bejahte oder verneinte Gröſſe iſt. (M)

Anmerkung.

51. I. Einen quadratiſchen Ausdruck von der Form $x^2 + ax + b$ kann man allemal anſehen, als ſey er entſtanden

den durch die Multiplication zweyer einfacher Factoren von der Form x — α und x — β. Denn wenn man x — α mit x — β multipliciret, ſo erhält man den quadratiſchen Ausdruck

$$x^2 \left.\begin{matrix} -\alpha \\ -\beta \end{matrix}\right\} x + \alpha\beta.$$

Soll dieſer mit $x^2 + ax + b$ einerley ſeyn, ſo muß $-(\alpha + \beta) = a$; und $\alpha . \beta = b$ ſeyn, d. h. α und β müſſen ſo groß angenommen werden, daß die Summe der beyden Gröſſen $\alpha + \beta$ mit dem entgegengeſetzten Zeichen genommen, dem Coefficienten a gleich iſt, das Produkt $+\alpha\beta$ aus $-\alpha$ in $-\beta$ aber der Gröſſe $+b$ gleich iſt.

II. Dieſe Gröſſen α und β können keine anderen ſeyn, als die Wurzeln der quadratiſchen Gleichung

$$x^2 + ax + b = 0.$$

Denn wenn $(x - \alpha)(x - \beta) = x^2 + ax + b = 0$ ſeyn ſoll, ſo muß entweder $x - \alpha = 0$; oder $x - \beta = 0$ ſeyn, weil, wenn ein Produkt $= 0$ ſeyn ſoll, einer von beyden Factoren deſſelben $= 0$ ſeyn muß. Setzt man $x - \alpha = 0$ ſo wird $\alpha = x$ d. h. α iſt gleich einer von den beyden Wurzeln x der quadratiſchen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$. Nun kann aber auch eben ſo gut $x - \beta = 0$ alſo $\beta = x$ d. h. $\beta =$ einer der andern Wurzeln der erwähnten quadratiſchen Gleichung ſeyn. Da nun die quadratiſche Gleichung

$$x^2 + ax + b = 0$$

nur zwey Werthe oder Wurzeln hat, ſo laſſen ſich auch nur zwey verſchiedene einfache Factoren x — α und x — β gedenken, welche in einander multiplicirt, den quadratiſchen Ausdruck $x^2 + ax + b$ geben können, und die Größen α und β in dieſen beyden Factoren ſind die Wurzeln der quadratiſchen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$. nemlich

$$\alpha = -\tfrac{1}{2}a + \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)}$$

(§. 50.)

$$\beta = -\tfrac{1}{2}a - \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)}$$

Demnach ſind

$$x - \alpha = x + \tfrac{1}{2}a - \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)}$$

und

$$x - \beta = x + \tfrac{1}{2}a + \sqrt{(\tfrac{1}{4}a^2 - b)}$$

die

die beyden einfachen Factoren des quadratiſchen Ausdrucks

$$x^2 + ax + b,$$

wie man auch finden wird, wenn man dieſe beyden Factores in einander multipliciret.

III. Hieraus folgt nun weiter, wenn α und β die beyden Wurzeln der quadratiſchen Gleichung $x^2 + ax + b = 0$ ſind, ſo ſind $x - \alpha$ und $x - \beta$ die beyden einfachen Factoren des quadratiſchen Ausdrucks $x^2 + ax + b$ linker Hand des Gleichheitszeichens, und der Coefficient a beſteht aus der Summe, der den Wurzeln α und β entgegengeſetzten Gröſſen, und der Coefficient b (wenn man die Gröſſe b ſo nennen wollte) aus dem Produkte dieſer den Wurzeln entgegengeſetzten Gröſſen, nemlich $a = -\alpha - \beta$ (I) und

$$b = -\alpha \cdot -\beta = +\alpha \cdot \beta \text{ (I)}.$$

IV. Man kann auf eine ähnliche Art erweiſen, daß ein kubiſcher Ausdruck wie

$$x^3 + ax^2 + bx + c$$

als aus der Multiplication dreyer einfacher Factoren $x - \alpha$, $x - \beta$; $x - \gamma$; entſtanden betrachtet werden kann, weil $(x - \alpha)(x - \beta)(x - \gamma)$ den kubiſchen Ausdruck

$$x^3 \left.\begin{matrix}-\alpha\\-\beta\\-\gamma\end{matrix}\right\} x^2 \left.\begin{matrix}+\alpha\beta\\+\alpha\gamma\\+\beta\gamma\end{matrix}\right\} x - \alpha\beta\gamma$$

giebt, wo denn nur

$$\begin{matrix} -\alpha - \beta - \gamma = a \\ +\alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\gamma = b \\ -\alpha\beta\gamma = c \end{matrix} \quad (\odot)$$

geſetzt werden darf. Verwandelt ſich nun jener kubiſche Ausdruck

$$x^3 + ax^2 + bx + c$$

in eine kubiſche Gleichung, d. h. ſetzt man

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0,$$

ſo muß dieſe kubiſche Gleichung drey Werthe für x oder drey Wurzeln haben, weil der Ausdruck linker Hand der Null, als aus der Multiplication dreyer einfacher Factoren $x - \alpha$; $x - \beta$; $x - \gamma$ anzuſehen iſt, und dieſer Ausdruck dreymahl $= 0$ werden kann, einmahl für $x - \alpha = 0$, alſo für $x = \alpha$;

dann

dann für $x - \beta = 0$; alſo für $x = \beta$, und endlich für $x - \gamma = 0$; alſo für $x = \gamma$. Aber es hält ſehr ſchwer, dieſe Werthe von α, β, γ, alſo die Wurzeln der kubiſchen Gleichung

$$x^3 + ax^2 + bx + c = 0$$

aus den obigen drey Gleichungen (⊙) aus den Coefficienten a, b, c, allgemein zu beſtimmen. Hier gnügt es zu wiſſen, daß jede kubiſche Gleichung nothwendig 3 Wurzeln haben muß, ſo wie die quadratiſche deren zwo hat.

V. Wenn nun α, β, γ dieſe Wurzeln ſind, ſo beſteht der erſte Coefficient a der kubiſchen Gleichung aus der Summe der entgegengeſetzten Werthe dieſer Wurzeln (⊙); der zweyte Coefficient b, aus der Summe aller Amben, die ſich durch die Multiplication von je zwey und zwey jener Werthe machen laſſen. Der dritte Coefficient c, aus der Summe aller Ternen, und ſo kann man allgemein erweiſen, daß eine Gleichung vom Grade m alſo

$$x^m + ax^{m-1} + bx^{m-2} + cx^{m-3} \ldots + q = 0$$

erſtlich m Wurzeln hat, und wenn nun dieſe der Ordnung nach $\alpha, \beta, \gamma, \delta \ldots$ heiſen, daß der erſte Coefficient a aus der Summe aller den Wurzeln entgegengeſetzten Gröſſen beſtehe, der zweyte Coefficient b aus der Summe aller ihrer Amben, der dritte c aus der Summe aller Ternen u. ſ. w. Aber einen vollkommnen Beweiß von dieſen in der ganzen Algebra höchſt wichtigen Sätzen zu geben, würde die Gränzen der gegenwärtigen Anfangsgründe überſchreiten. Man ſ. hierüber Herrn Hofrath **Käſtners** Anfangsgründe d. Anal. endlicher Gröſſen §. 214. u. f. woſelbſt denn §. 319. auch gezeigt wird, die Wurzeln höherer Gleichungen durch Näherung zu finden. Eine allgemeine für die Ausübung brauchbare Methode, die Wurzeln höherer Gleichungen durch Formeln auszudrücken, wie §. 50. bey der quadratiſchen geſchehen iſt, iſt aber bis jetzt noch nicht entdeckt. Da die höhern Gleichungen ſelten vorkommen, ſo wird dies zur Entſchuldigung dienen, daß ich von der Auflöſung derſelben nichts weiter mehr beybringe, und ſelbſt dasjenige weglaſſe, was Wolf am Ende dieſer Algebra davon beygebracht hat, da es doch höchſt unvollſtändig iſt, und wegen Ermangelung vieler anderer Sätze auch gar nicht gründlich vorgetragen werden konnte. So habe ich auch mehrere andere Dinge weggelaſſen, die mir von keiner beſondern Wichtigkeit ſchienen. (M.)

Auf-

Aufgabe.

52. **Aus dem gegebenen Produkte zweyer Gröſſen und ihrem Unterſchiede die Gröſſen ſelbſt zu finden.**

Auflöſung.

Es ſey das Produkt $= \alpha$ die Differenz $= \beta$, ſo hat man, wenn x die gröſſere und y die kleinere der beyden geſuchten Gröſſen bedeutet, folgende zwo Gleichungen

$$xy = \alpha$$
$$x - y = \beta$$

Aus der erſten iſt

$$y = \frac{\alpha}{x};$$

und aus der zweyten

$$y = x - \beta;$$

alſo

$$\frac{\alpha}{x} = x - \beta$$

oder

$$\alpha = x^2 - \beta x$$

oder

$$x^2 - \beta x - \alpha = 0$$

Vergleicht man dieſe quadratiſche Gleichung mit der obigen (§. 50), ſo iſt das dortige a hier $= - \beta$ und $b = - \alpha$; dieſe Werthe in (§. 50. 3) ſubſtituirt, geben

$$x = \tfrac{1}{2}\beta + \sqrt{(\tfrac{1}{4}\beta^2 + \alpha)}$$

oder auch

$$x = \tfrac{1}{2}\beta - \sqrt{(\tfrac{1}{4}\beta^2 + \alpha)}$$

Beyde Werthe von x thun der Aufgabe ein Gnüge. Weil nun $y = x - \beta$, ſo iſt klar, daß es auch für y zwey Werthe giebt, und ſich jeder einzelne, allemahl aus dem für x angenommen ergiebt.

Exem-

Exempel.

Es ſey $\alpha = 40$; $\beta = 3$, ſo iſt x entweder

$$= \tfrac{3}{2} + \sqrt{(40 + \tfrac{9}{4})} \text{ oder } = \tfrac{3}{2} - \sqrt{(40 + \tfrac{9}{4})}$$

das heißt:

$$= \tfrac{3}{2} + \tfrac{13}{2} \text{ oder } = \tfrac{3}{2} - \tfrac{13}{2}$$

d. h. entweder

$$x = +8 \text{ oder } = -5.$$

Nimmt man $x = +8$ ſo iſt

$$y = x - \beta = +8 - 3 = +5.$$

Nimmt man aber $x = -5$, ſo iſt

$$y = x - \beta = -5 - 3 = -8.$$

Probe.

Für $x = +8$ und $y = +5$ iſt nemlich $xy = 40$
$x - y = 3$

Für $x = -5$ u. $y = -8$ iſt auch
$xy = 40$
$x - y = 3$

Alſo giebt es zwey Werthe von x und y, welche der Aufgabe ein Gnüge leiſten, und die Frage verſtattet alſo zwey Antworten. (M.)

Aufgabe.

53. **Die Differenz zweyer Quadrate zu finden, deren Wurzeln um 1 unterſchieden ſind.**

Aufloͤſung.

Es ſey die eine Wurzel n, die andere $n + 1$, ſo iſt das Quadrat

der groſſen $n^2 + 2n + 1$
der kleinen n^2

die Differenz $= 2n + 1$

allemahl eine ungerade Zahl, und der Summe beyder Wurzeln gleich.

Aufgabe.

54. **Den Unterſcheid zweyer Cubikzahlen zu finden, deren Wurzeln um 1 von einander unterſchieden ſind.**

Auflöſung.

Es ſey die eine Wurzel $= n$, die andere $n + 1$, ſo iſt

die groſſe Cubikzahl	$n^3 + 3n^2 + 3n + 1$
die kleine — —	n^3
der Unterſcheid	$3n^2 + 3n + 1$

Das iſt,

$$n^2 + 2n + 1 + 2n^2 + n = (n+1)^2 + 2n^2 + n.$$

Alſo iſt der verlangte Unterſcheid die Summe aus dem Quadrate der groſſen Wurzel, und dem Quadrate der kleinen zweymal genommen, und der kleinen Wurzel. Z. E. es ſeyn die Wurzeln 8 und 9; ſo iſt der Unterſcheid ihrer Cubikzahlen

$$217 = 81 + 128 + 8 = 9^2 + 2 . 8^2 + 8.$$

Aufgabe.

55. **Zu finden, wie groß in einer arithmetiſchen Progreſſion, die Summe der beyden äuſſerſten Glieder ſey.**

Auflöſung.

Das erſte Glied der Progreſſion heiſe a, der Unterſchied der Glieder d, ſo iſt die Progreſſion folgende:

$$a;\ a+d;\ a+2d;\ a+3d;\ a+4d;\ \ldots a+(n-1)d$$

wo $a + (n - 1)d$ das **allgemeine Glied**, und zwar das nte Glied dieſer Reihe iſt, wenn a das erſte heiſt. Addiret man nun die beyden äuſſerſten zuſammen, ſo iſt die Summe

$$= 2a + (n - 1)d.$$

Das

Das vorletzte Glied würde heiſen $a + (n - 2) d$ und würde eine Differenz d weniger enthalten, als das letzte; da nun das zweyte $a + d$ eine Differenz mehr als das erſte a enthält, ſo iſt begreiflich, daß die Summe des zweyten und vorletzten Gliedes, ſo viel als die Summe des erſten und letzten Gliedes betragen wird, nemlich

$$a + d + a + (n - 2) d$$

iſt auch

$$= 2a + (n - 1) d.$$

So würde die Summe des dritten Gliedes rechter Hand des erſten a, und des dritten linker Hand des letzten auch wieder ſo viel, als die Summe des erſten und letzten Gliedes geben müſſen.

Kurz alle paar von Gliedern, welche von dem erſten und letzten gleich weit abſtehen, geben einerley Summe; iſt die Zahl der Glieder ungleich, ſo iſt die Summe des erſten und letzten, auch doppelt ſo groß, als das mittlere.

Zum Exempel:

3	6	9	12	15	18	21
			12	9	6	3
			24 =	24 =	24 =	24 (M.)

Zuſatz.

56. Derowegen bekommet ihr die Summe der ganzen Progreſſion, wenn ihr die Summe des erſten und letzten Gliedes durch die halbe Zahl der Glieder multipliciret.

Aufgabe.

57. **Aus dem erſten Gliede a, dem Unterſchiede d der Glieder, und der Summe c einer arithmetiſchen Progreſſion die Zahl der Glieder x und das lezte Glied y zu finden.**

Auflöſung.

Die Sätze (§. 55. und 56) geben folgende zwo Gleichungen:

$$a + (x - 1)\, d = y \quad (§.\ 55)$$
$$\tfrac{1}{2}\, x\, (a + y) = c \quad (§.\ 56).$$

Alſo $x\,(a + y) = 2c$; Setzt man hier ſtatt y den Werth $a + (x - 1)\, d$ hinein, ſo wird

$$x\,(2a + xd - d) = 2c$$

folglich

$$x^2 + \frac{2a - d}{d}\,.\,x - \frac{2c}{d} = 0$$

vergleicht man dieſe Gleichung mit der (§. 50) ſo iſt das dortige a hier

$$= \frac{2a - d}{d}\,;$$

und das dortige

$$b = -\frac{2c}{d}\,;$$

Man ſetze der Kürze halber

$$\frac{2a - d}{d} = m \quad \text{und}$$

$$-\frac{2c}{d} = n$$

ſo wird

$$x = -\tfrac{1}{2}\, m \pm \sqrt{(\tfrac{1}{4}\, m^2 - n)}$$

von welchen beyden Werthen man hier die obere nimmt, wenn die Zahl der Glieder bejaht ſeyn ſoll.

Exempel.

Es ſey

$$a = 2;\ d = 3;\ c = 57$$

ſo iſt

$$m = \tfrac{1}{3} \text{ und } n = -38$$

Dem=

Demnach

$$x = -\tfrac{1}{6} + \sqrt{(\tfrac{1}{36} + 38)}$$
$$= -\tfrac{1}{6} + \sqrt{\tfrac{1369}{36}}$$
$$= -\tfrac{1}{6} + \tfrac{37}{6} = 6.$$

folglich

$$y = a + (x-1)d = 2 + 5 \cdot 3 = 17 \text{ (M.)}$$

Aufgabe.

58. **Zu finden, wie die Glieder einer geometriſchen Proportion verſezt und verändert werden können, damit ſie einander proportional bleiben.**

Auflöſung.

Verſetzet ſie auf alle mögliche Weiſe, und vergleichet ihre Summe, Unterſchiede u. ſ. w. mit einander, ſo werdet ihr bald ſehen, in welchen Fällen eine Proportion bleibet, ob in beyden Verhältniſſen, die mit einander verglichen werden, einerley Exponent iſt (§. 52. Arithm.) Es ſey demnach

$$a : ma = b : mb$$

ſo iſt alternatim

$$a : b = ma : mb$$

inverſe $ma : a = mb : b$

converſim $a + ma : a = b + mb : b$

compoſite $a + ma : ma = b + mb : mb$

diviſim $ma - a : a = mb - b : b$

$ma - a : ma = mb - b : mb$

Ferner: $a^2 : m^2 a^2 = b^2 : m^2 b^2$

oder überhaupt $a^n : m^n a^n = b^n : m^n b^n$

imgleichem $a : mac = b : mbc$

$ac : ma = bc : mb$ } wo c auch ein Bruch ſeyn kann.

$$ac : mac = b : mb$$

$$\left\{\begin{array}{l} ac : mac = bd : mbd \\ \text{wo d auch ein Bruch ſeyn kann.} \end{array}\right\}$$

Es ſey ordinate

$$\text{und} \left\{\begin{array}{l} a : ma = b : mb \\ ma : mna = mb : mnb \end{array}\right\}$$

ſo iſt ex aequo $a : mna = b : mnb$

Es ſey perturbate

$$\text{und} \left\{\begin{array}{l} a : ma = b : mb \\ ma : mna = mb : mnb \end{array}\right\}$$

ſo iſt ex aequo $a : mna = b : mnb$

Auch $a : mna = \frac{b}{n} : mb$

Anmerkung.

59. Hier habet ihr ohne Mühe 18 ſehr nützliche Lehrſätze gefunden, die ihr euch wohl bekannt machen müſſet, wenn ihr inskünftige entweder die mathematiſchen Schriften zu leſen, oder auch durch eigenes Nachſinnen mathematiſche Wahrheiten herauszubringen gedenket. Denn die geometriſche Proportion iſt die Seele der mathematiſchen Wiſſenſchaften. Ich halte es für unnöthig, die gefundenen Lehrſätze mit Worten auszudrucken, weil ein jeder das für ſich ſelbſt thun kann, wenn er Luſt dazu hat. Z. E. der erſte Lehrſatz lautet alſo:

Wenn vier Gröſſen proportional ſind; ſo verhält ſich auch die erſte zu der dritten, wie die andere zu der vierten. Der 2 wird ſo gegeben: **Wenn ihr in einer geometriſchen Proportion das erſte und dritte Glied durch eine Gröſſe multipliciret; ſo bleiben auch die veränderten Gröſſen den vorigen proportional.**

Auf-

Aufgabe.

60. Formeln zu finden, vermittelſt deren ſich die verſchiedenen Aufgaben, welche bey geometriſchen Progreſſionen vorkommen können, auflöſen laſſen.

Auflöſung.

I. Es ſey das erſte Glied der Progreſſion = a, und der Exponent = e, ſo iſt die Progreſſion folgende:

Zahl der Glieder:

$$1;\ 2;\ 3;\ 4 \ldots\ldots m-1;\ m$$

Progreſſion:

$$a;\ ea;\ e^2a;\ e^3a \ldots\ e^{m-2}a;\ e^{m-1}a.$$

II. Heiſt man nun das mte oder letzte Glied der Progreſſion = u, ſo hat man $u = e^{m-1}a$, und dies iſt die erſte Gleichung, welche das Verhalten zwiſchen den 4 Gröſſen a, e, m, u, ausdrückt und gebraucht werden kann, wenn drey von dieſen Gröſſen gegeben ſind, allemahl die vierte zu finden.

III. Man nenne die Summe obiger Progreſſion = s, oder

$$a + ea + e^2a + e^3a \ldots + e^{m-2}a + e^{m-1}a = s$$

ſo iſt, wenn man auf beyden Seiten mit e multipliciret

$$ea + e^2a + e^3a \ldots + e^{m-1}a + e^m a = s.e$$

und folglich

$$ea + e^2a + e^3a \ldots + e^{m-1}a = s.e - e^m a$$

und

$$a + ea + e^2a + e^3a \ldots + e^{m-1}a = s.e - e^m a + a$$

Da nun die Reihe linker Hand des Gleichheitszeichens hier wieder diejenige iſt, welche wir mit s bezeichnet haben, ſo hat man

$$s = s.e - e^m a + a$$

Demnach

$$\frac{e^m a - a}{e - 1} = s$$

Und ſo wäre dies denn eine zwote Gleichung, welche das Verhalten zwiſchen den Gröſſen e; m; a; s; ausdrückte.

IV. Weil (II) u . e = $e^m a$, ſo iſt auch

$$\frac{u \cdot e - a}{e - 1} = s$$

Dieſe Gleichungen (II. IV.) löſen eine Menge Aufgaben auf, welche bey den geometriſchen Progreſſionen vorkommen können. Sie alle hieher zu ſetzen, verſtattet der Raum nicht. Ich will ſie durch einige Beyſpiele erläutern. (M.)

Aufgabe.

61. **Die Summe einer ohne Ende fortgehenden geometriſchen Reihe von Brüchen zu finden, deren Zähler = 1, die Nenner aber Potenzen einer beliebigen ganzen Zahl y ſind.**

Auflöſung.

In dieſem Falle wäre die geometriſche Reihe von Brüchen folgende:

$$\frac{1}{y} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{y^3} \ldots \text{u. ſ. w.}$$

Man ſieht leicht, daß wenn y eine ganze Zahl oder ſonſt nur gröſſer, als 1 iſt, die Nenner dieſer Brüche immer gröſſer und gröſſer, und die Brüche ſelbſt alſo immer kleiner werden müſſen, je weiter man dieſe Reihe fortſetzt; Gedenkt man ſie ſich bis ins Unendliche fortgeſetzt, ſo wird das letzte Glied dieſer Reihe, d. h. dasjenige, welches unendlich weit vom Anfange weglâge, unendlich

klein

klein oder verſchwindend ſeyn müſſen. Man würde alſo in der Formel (§. 60. IV.) u = o ſetzen dürfen, welches für dieſen Fall denn

$$s = -\frac{a}{e-1}, \text{ oder } s = \frac{a}{1-e}$$

gäbe. Nun iſt aber für die obige Bruchreihe das erſte Glied

$$a = \frac{1}{y}$$

und der Exponent alſo e auch

$$= \frac{1}{y};$$

Demnach die Summe jener unendlichen Reihe von Brüchen, oder

$$s = \frac{1}{y} : \left(1 - \frac{1}{y}\right)$$

oder

$$s = \frac{1}{y} : \frac{y-1}{y} = \frac{1}{y} \cdot \frac{y}{y-1} = \frac{1}{y-1}.$$

Exempel.

Für y = 2, wäre die Reihe

$$\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{4} + \tfrac{1}{8} + \tfrac{1}{16} \ldots\ldots = 1. \quad \text{(M.)}$$

Zuſatz.

62. Für y = 1 wäre

$$1 + 1 + 1 + 1 \ldots\ldots = \tfrac{1}{0}$$

Da nun $\frac{1}{0}$ eine unendliche Gröſſe bezeichnet, ſo iſt in dieſem Falle die Summe der ohne Ende fortgehenden Reihe von Einern **unendlich** groß, wie auch ohnehin klar iſt. (M.)

Anmerkung.

63. Daß $\frac{1}{0}$ eine unendliche Gröſſe bezeichnet, erhellet ſo: Es ſey $\frac{a}{b}$ ein beliebiger Bruch. Je kleiner man den Nenner dieſes Bruchs macht, deſto gröſſer wird der Werth deſſelben, wenn man a ungeändert läßt (§. 62 c Arithm.) Wenn demnach b bis auf o abnimmt, ſo wächſt der Werth des Bruchs bis ins Unendliche. Alſo bezeichnet $\frac{1}{0}$ eine unendliche Gröſſe, wofür in der Algebra auch das Zeichen ∞ gebraucht wird. (M.)

Zuſatz.

64. Wäre y negativ, ſo würde, weil alle geraden Potenzen von einer negativen Gröſſe bejaht, alle ungeraden verneint ſind, obige Bruchreihe ſich in

$$-\frac{1}{y}+\frac{1}{y^2}-\frac{1}{y^3}+\frac{1}{y^4}-\dots\dots$$

verwandeln, und davon wäre die Summe s jetzt

$$=\frac{1}{-y-1}=-\frac{1}{y+1}$$

folglich

$$+\frac{1}{y}-\frac{1}{y^2}+\frac{1}{y^3}-\frac{1}{y^4}\dots=\frac{1}{y+1}$$

Dies iſt alſo die Summe einer geometriſchen Reihe von Brüchen, deren Glieder mit abwechſelnden Zeichen fortgehen.

Z. E. die Summe der unendlichen Reihe

$$\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{4}+-\tfrac{1}{8}-\tfrac{1}{16}\dots\dots$$

wäre $=\frac{1}{3}$ (M.)

Aufgabe.

65. **Aus dem erſten Gliede a, dem Exponenten e und dem letzten Gliede u einer geometriſchen Progreſſion, die Zahl m aller Glieder zu finden.**

Auflö-

Auflöſung.

Weil $u = e^{m-1} . a$, ſo iſt, wenn man auf beyden Seiten Logarithmen nimmt, wegen

$$\log e^{m-1} = (m - 1) \log e$$

(§. 16. Trig.)

$$\log u = (m - 1) \log e + \log a.$$

Alſo

$$\frac{\log u - \log a}{\log e} + 1 = m$$

Freylich wird man hier den Werth von m in den meiſten Fällen nicht ganz genau finden, weil in den Tabellen die Logarithmen der Zahlen nur bis auf eine gewiſſe Decimalſtelle gehen. Indeſſen war die Abſicht dieſer Aufgabe nur zu zeigen, wie mit einer unbekannten Gröſſe in einer Gleichung zu verfahren iſt, wenn ſie nicht auf die gewöhnliche Weiſe, ſondern als **Exponent einer Potenz** in derſelben vorkömmt, wie für die unbekannte Gröſſe m der Fall war, und nun die Gleichung ſo verändert werden ſoll, daß die unbekannte Gröſſe bloß als Factor in ihr vorkomme, und dann auf die gewöhnliche Art auf die eine Seite des Gleichheitszeichens geſchafft werden könne. Ohne den Gebrauch der Logarithmen würde die unbekannte Gröſſe m in gegenwärtigem Falle nicht bequem gefunden werden können. Doch ſetzt dieſes Verfahren voraus, daß die unbekannte Gröſſe nur **einmahl** als Exponent vorkomme. (M.)

Aufgabe.

66. **Wenn 100 Thlr. Kapital in einem Jahre 5 Zinſen trage, zu finden, wie hoch ſich ein gewiſſes Kapital = a, nach einer gegebenen Zahl von Jahren = n belaufen wird, wenn die jährlichen Zinſen immer wieder zum Kapitale geſchlagen werden.**

Auf=

Auflöſung.

Weil 100 : 5 = 20 : 1, ſo betragen die jährlichen Zinſen allemahl $\frac{1}{20}$ des Kapitals, und wenn man folglich dieſe zum Kapitale addiret, ſo wird ſich allemahl das Kapital am Ende eines gewiſſen Jahres, zu dem am Anfange des Jahres verhalten = $1 + \frac{1}{20} : 1$ d. h. wie $\frac{21}{20} : 1$. Wenn demnach ein gewiſſes Kapital zu Anfange eines Jahres = p iſt, ſo iſt deſſen Werth zu Ende des Jahres = $\frac{21}{20} p$ durch den Zuwachs der Zinſen.

Nun ſey p = a, ſo wird der Werth des Kapitals a am Ende des erſten Jahres = $\frac{21}{20}$ a. Multipliciret man dieſes wieder mit $\frac{21}{20}$, ſo kömmt $(\frac{21}{20})^2 . a$ für den Werth des Kapitals a nach Verfluß des zweyten Jahres, und ſo ſieht man leicht, daß das Kapital a durch den Zuwachs der Zinſen, am Ende des dritten Jahres ſich belaufen wird auf $(\frac{21}{20})^3 . a$, und ſo am Ende des nten auf $(\frac{21}{20})^n . a$, kurz, daß die Kapitalien nach einer **geometriſchen Progreſſion** wachſen, deren Exponent = $\frac{21}{20}$.

Würden die Zinſen uns zu 4 pr. Ct. gerechnet, ſo würde der Exponent der geometriſchen Progreſſion nur = $\frac{26}{25}$. (M.)

Zuſatz.

67. Man ſetze den Werth des Kapitals a nach n Jahren = A, ſo hat man die Gleichung $A = (\frac{21}{20})^n . a$.

Exempel.

Wie hoch wird ſich ein Kapital a = 100 Thl. nach n = 100 Jahren belaufen, wenn die Zinſen zu 5 pr. Ct. gerechnet werden. Hier wäre alſo

$$A = (\tfrac{21}{20})^{100} . 100,$$

Dies

Dies kann man durch Logarithmen rechnen.

$$\begin{array}{lr} \log 21 = & 1,3222193 \\ \log 20 = & 1,3010300 \\ \hline & 0,0211893 \\ \text{mult. mit} & 100 \\ \hline & 2,1189300 \\ \text{addirt } \log 100 = & 2, \\ \hline \log A = & 4,1189300 \end{array}$$

wozu die Zahl A = 13151 Thl. gehört, ſo hoch wird alſo ein Kapital von 100 Thl. nach 100 Jahren angewachſen ſeyn. (M.)

Zuſatz.

68. I. Wäre A und a gegeben, und man wollte n finden, ſo müßte man wie in §. 64. verfahren.

Nemlich:

$$\log A = n \log \tfrac{21}{20} + \log a.$$

Alſo

$$\frac{\log A - \log a}{\log 21 - \log 20} = n;$$

Zuſatz.

II. Aus A und n fände ſich umgekehrt

$$a = (\tfrac{20}{21})^n . A.$$

Exempel.

Wenn ein gewiſſes Kapital nach 10 Jahren bis auf 15000 Thl. anwachſen ſoll, wie groß muß es jetzt ſeyn.

$$\begin{array}{rl} \log A = & 4{,}1760913 \\ 10 \log 20 = & 13{,}0103000 \\ \hline & 17{,}1863913 \\ 10 \log 21 = & 13{,}2221930 \\ \hline \log a = & 3{,}9641983 \end{array}$$

Alſo a = 9208,7 Thl.

Die Zinſen die alſo dieſes Kapital in 10 Jahren tragen würde, würden ſich auf 15000 — 9208,7, oder auf 5791,3 Thlr. belaufen, wenn von den Zinſen immer wieder Zinſen genommen würden. Dieſen Betrag von Zinſen nennet man das **Interuſurium**.

Wenn demnach ein Kapital von 15000 Thl. erſt in 10 Jahren zu bezahlen wäre, man wollte aber den Empfänger jetzt gleich bezahlen, ſo könnte er nur 9208,7 Thlr. verlangen, wenn man vorausſetzen dürfte, daß er mit dieſem Kapitale Zinſen auf Zinſen gewinnen könnte, er müßte ſich alſo der frühern Bezahlung wegen, einen Abzug oder **Rabatt** von 5791,3 Thlr. gefallen laſſen. Wegen der juriſtiſchen Streitigkeit hierüber leſe man Hrn. Hofr. **Käſtners** Programm de juſtitia calculi interuſurii Leibniziani. Lipſ. 1747. Wenn nicht Zinſen auf Zinſen gerechnet würden, ſo müßte man das Interuſurium, oder den Rabatt freylich anders berechnen. Denn da würde der Werth eines Kapitals a in n Jahren nur ſeyn

$$B = a + \frac{n}{20} a = a \left(1 + \frac{n}{20}\right)$$

wenn die Zinſen zu 5 pr. Ct. angenommen werden, woraus denn

$$a = \frac{B}{1 + \frac{n}{20}}$$

und alſo das Interuſurium

B — a

$$B - a = \frac{n}{n + 20} \cdot B$$

gefunden wird, welches man in dieſem Falle das einfache Interuſurium nennt. (M.)

Aufgabe.

69. Wenn Jemand Geld auf Zinſen zu 5 pr. Cent ſtehen hat, könnte aber mit den Zinſen allein nicht auskommen, ſondern müßte jährlich von dem Kapitale etwas zuſetzen, zu finden, wie lange er noch leben dürfte, oder wie lange es noch anſtehen werde, bis er nichts mehr einzunehmen habe, vorausgeſetzt, daß er in jedem Jahre gleich viel brauche.

Auflöſung.

1. Das auf Zinſen ſtehende Kapital ſey $= a$, und was die Perſon im erſten Jahre zuſetze $= b$, ſo hat ſie im erſten Jahre einzunehmen die Zinſen $= \frac{a}{20}$ und ſetzt am Ende des Jahres einen Antheil $= b$ des Kapitales zu, verzehrt mithin im erſten Jahre eine Summe

$$= \frac{a}{20} + b.$$

So viel will die Perſon in jedem folgenden Jahre verzehren.

2. In dem nächſten Jahre iſt das Kapital nur noch $= a - b$, und die Zinſen $= \frac{a - b}{20}$; Was ſie am Ende dieſes Jahres wieder von dem Kapitale zuſetzt, heiſe x, ſo muß ſeyn

$$\frac{a - b}{20} + x = \frac{a}{20} + b \;(1)$$

Alſo

Alſo

$$x = b + \frac{b}{20} = \tfrac{21}{20} b.$$

Am Ende des zweyten Jahres muß alſo die Perſon zuſetzen $\frac{21}{20}$ b.

3. Am Anfange des dritten Jahres iſt alſo das Kapital nur noch $= a - b - \frac{21}{20} b$, und dies trägt die Zinſen $\frac{1}{20}(a - b - \frac{21}{20} b)$. Wird nun am Ende dieſes Jahres wiederum y zugeſetzt, ſo hat man

$$\tfrac{1}{20}(a - b - \tfrac{21}{20} b) + y = \frac{a}{20} + b \text{ (1)}$$

Alſo

$$y = b + \tfrac{1}{20} b + \tfrac{21}{20} \cdot \tfrac{1}{20} b$$
$$= \tfrac{21}{20} b + \tfrac{21}{20} \cdot \tfrac{1}{20} b = \tfrac{21}{20}(1 + \tfrac{1}{20}) b$$

oder

$$y = (\tfrac{21}{20})^2 b.$$

4. Wenn alſo die Perſon im erſten Jahre b zuſetzt, ſo muß ſie im zweyten zuſetzen $\frac{21}{20}$ b, im dritten $(\frac{21}{20})^2 . b$, und ſo weiter im vierten $(\frac{21}{20})^3$ b, und alſo im nten Jahre $(\frac{21}{20})^{n-1}$ b.

5. Soll demnach nach Verfluß von n Jahren, das ganze Kapital aufgezehrt ſeyn, ſo muß die Summe der geometriſchen Progreſſion

$$b + \tfrac{21}{20} b + (\tfrac{21}{20})^2 b + \ldots (\tfrac{21}{20})^{n-1} . b = a$$

ſeyn.

6. Um die Summe dieſer geometriſchen Progreſſion zu finden, iſt in der Formel (§. 60. IV.) das dortige u hier $= (\frac{21}{20})^{n-1} . b$; das dortige a hier $= b$, und $e = \frac{21}{20}$. Demnach die Summe dieſer Progreſſion

$$= \frac{(\tfrac{21}{20})^n b - b}{\tfrac{1}{20}} = 20\ ((\tfrac{21}{20})^n b - b)$$

7. Alſo

7. Alſo hat man die Gleichung

$$20\,b\left(\left(\tfrac{21}{20}\right)^n - 1\right) = a$$

Mithin wenn die Anzahl Jahre = n geſucht wird

$$\left(\tfrac{21}{20}\right)^n = \frac{a}{20\,b} + 1 = \frac{a + 20\,b}{20\,b}$$

oder

$$n \log \tfrac{21}{20} = \log\,(a + 20\,b) - \log 20\,b$$

und

$$n = \frac{\log\,(a + 20\,b - \log\,20\,b}{\log 21 - \log 20}.$$

Exempel.

8. Es ſey

$$a = 5000,\ \text{und}\ b = 50,$$

ſo iſt

$$a + 20b = 6000;\ 20b = 1000$$

alſo

$$\log 6000 = 3{,}7781513$$
$$\log 1000 = 3{,}$$
$$0{,}7781513$$

Ferner

$$\log 21 - \log 20 = 0{,}0211893 \quad (\S.\ 66.)$$

Alſo

$$n = \frac{7781513}{211893} = 36\,\frac{153364}{211893};$$

oder 36 Jahre 264 Tage. Nach Verfluß dieſer Zeit würde alſo unter den angeführten Bedingungen das ganze Kapital aufgezehrt ſeyn.

Dieſe Aufgabe gehört in die Lehre von den **Leibrenten**, wovon man in von Florencourts Abhandl. aus der juriſtiſchen und politiſchen Rechenkunſt u. a. Schriften weitere Ausführung findet.

Wir wollen nun den Nutzen der Algebra auch noch in einigen geometriſchen Aufgaben zeigen, welche man aber erſt leſen muß, nachdem man die Geometrie inne hat.

Aufgabe.

70. **Einen Circul zu finden, der ſo groß iſt, als die Fläche eines gegebenen Cylinders.**

Auflöſung.

Es ſey der Diameter des Cylinders $= d$, ſeine Peripherie $= p$, die Höhe $= a$; ſo iſt die Fläche $= ap$ (§. 134. Geom.) Es ſey ferner der Diameter des Circuls $= x$; ſo iſt $d : p = x : (px : d)$. Und demnach die Peripherie des Circuls $px : d$, folgends ſeine Fläche $px^2 : 4d$ (§. 167. Geom.) Derowegen iſt

$$px^2 : 4d = ap$$

$$x^2 = 4ad$$

$$x = \sqrt{4ad} \text{ oder } \tfrac{1}{2}x = \sqrt{ad}$$

Der halbe Diameter des verlangten Circuls iſt die mittlere Proportionallinie zwiſchen der Höhe und dem Diameter des Cylinders.

Aufgabe.

71. **Aus dem gegebenen Diameter einer Kugel und der Höhe eines Cylinders, der ihr gleich iſt, den Diameter des Cylinders zu finden.**

Auflöſung.

Es ſey die Höhe des Cylinders $= a$, der Diameter der Kugel $= d$, ihre Peripherie $= p$, der Diameter des Cylinders $= x$; ſo iſt der Inhalt der Kugel $= \frac{1}{6}pd^2$ (§. 208. Geom.), die Peripherie des Cylinders $px : d$, ſein Inhalt $apx^2 : 4d$ (§. 197. Geom.) und demnach

$\frac{1}{6}pd$

$$\tfrac{1}{6}pd^2 = apx^2 : 4d$$

$$\overline{\tfrac{4}{6}pd^3 = apx^2} \quad 4d$$

$$\overline{\frac{2d^3}{3a} = x^2.} \quad ap$$

Es iſt alſo wie $3a : 2d = d^2 : x^2$
und $x = \sqrt{(2d^3 : 3a)}$

Aufgabe.

72. **Aus dem gegebenen Diameter und der Höhe eines Kegels, den Diameter eines Cylinders zu finden, der ihm der Höhe und dem Inhalte nach gleich iſt.**

Aufloͤſung.

Es ſey der Diameter des Coni $= d$, die Höhe $= a$, der Diameter des Cylinders $= x$, die Verhältniß des Diameters zur Peripherie $= d : p$; ſo iſt der Inhalt des Coni $= \frac{1}{12} adp$, die Peripherie des Cylinders $px : d$, und ſein Inhalt $apx^2 : 4d$, folgends

$$\tfrac{1}{12} adp = apx : 4d$$

$$\overline{\tfrac{1}{3}ad^2p = apx^2} \quad 4d$$

$$\overline{\tfrac{1}{3}d^2 = x^2} \quad ap$$

$$\overline{\sqrt{\tfrac{1}{3}d^2} = x}$$

Suchet zwiſchen $\frac{1}{3}d$ und d die mittlere Proportionallinie, und beſchreibet darum einen Circul; dieſer iſt die Grundfläche des Cylinders.

Aufgabe.

73. **Aus dem gegebenen Diameter eines Kegels und ſeiner Höhe, den Diameter einer Kugel zu finden, die ihm gleich iſt.**

Aufloͤſung.

Es ſey der Diameter der Grundflaͤche des Kegels $= d$, ſeine Peripherie $= p$, die Hoͤhe $= a$, der Diameter der Kugel $= x$; ſo iſt der Inhalt des Kegels $= \frac{1}{12} adp$ (§. 201. Geom.), hingegen der Inhalt der Kugel $px^3 : 6d$ (§. 208. Geom.). Derowegen iſt

$$\frac{1}{12} adp = px^3 : 6d$$

$$\frac{1}{2} ad^2 = x^3$$

$$\sqrt[3]{\tfrac{1}{2} ad^2} = x.$$

Ende der Algebra, oder der Analyſis endlicher Groͤſſen.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Geometrie.*)

Erklärung.

1.

Die Geometrie iſt eine Wiſſenſchaft des Raums, den die körperlichen Dinge nach ihrer Länge, Breite und Dicke einnehmen.

Erklärung.

2. Wenn man die Länge ohne die Breite und Dicke betrachtet, ſo nennet man ſie eine Linie; ihren Anfang und Ende aber einen Punkt, den man ſich alſo ohne alle Theile gedenken

 muß,

*) Von den vielen hierher gehörigen Schriftſtellern nenne ich nur folgende:

I. Ueber die Geometrie überhaupt: Die Herrn Daries, Clemin, Krebs, Funk, Mönnich, Klügel, von Segner, Karſten, Käſtner, Lempe, Hildebrand.

II. Ueber die praktiſche Geometrie: Die Herrn Penther, Böhm, Zollmann, Marinoni, Hogreben, Lambert, Maier.

III. Ueber die Markſcheidekunſt: Die Herrn Maler, Stigler, Weidler und ſein Ueberſetzer Fuchsthaler, Käſtner, von Oppel, König, von Cancrin, Beyer, Lempe.

IV. Ueber die Geometrie in Verbindung mit der Rechtsgelehrſamkeit: Die Herrn Polack, Wilke, Wiedeburg, Rheinhold.

muß, maſſen er ſonſt eine Linie wäre, und wieder ſeinen Anfang und Ende haben müſte. Wenn ſich nun ein Punkt von einem Orte gegen den andern beweget, wird eine Linie beſchrieben.

Anmerkung.

3. Die Geometer haben hinlängliche Urſachen gehabt, warum ſie den Punkt untheilbar annehmen, unerachtet die Einbildung ſo wenig, als unſere Hand mit ihren Inſtrumenten, einen untheilbaren Punkt formiren kann. Damit er nemlich kein Theil der Linie würde, welches in der Ausübung der Geometrie mit Sorgfalt zu vermeiden.

3 a) Wer ſich z. B. Deutſchland durch zwo einander durchkreuzende Linien in vier Theile getheilt, vorſtellt, kann bey dieſen Linien an keine Dicke, ſondern blos an ihre Länge denken. Denkt man dabey an die Stelle, wo beyde Linien einander durchkreuzen, ſo fällt bey dieſem Gedanken offenbar aller Begriff von Ausdehnung weg. In einem Fall hat man geometriſche Linien, in dieſem einen geometriſchen Punkt.

Erklärung.

4. **Die Aehnlichkeit iſt die Uebereinſtimmung deſſen, wodurch die Dinge von einander durch den Verſtand unterſchieden werden.**

Anmerkung.

5. Zum Exempel, ich habe zwey Sachen A und B, und betrachte eine nach der andern. Ich merke mit Fleiß auf alles, was nur in der Sache A wahrzunehmen, und zeichne es auf das genaueſte auf. Gleichergeſtalt ſchreibe ich alles haarklein auf, was ich in der Sache B erkennen kann. Wenn ich nun beydes gegen einander halte, was ich aufgezeichnet habe, ſo finde ich, daß es einerley ſey. Die Gröſſe wird ausgenommen, weil man einem dieſe nicht mit bloßen Worten begreiflich machen kann.

Zuſatz.

6. Alſo können ähnliche Dinge nicht von einander unterſchieden werden, wenn man ſie nicht entweder wirklich,

ſich, oder in Gedanken, vermittelſt einer dritten Sache, z. E. eines Maaßſtabes, zuſammen bringet.

Erklärung.

7. **Eine gerade Linie AB iſt, deren Theil der** I.
ganzen ähnlich iſt. Eine krumme Linie AB iſt, 1.
deren Theile der ganzen unähnlich ſind.

Anmerkung.

8. Auf dem Papiere wird eine gerade Linie mit einer Reißfeder, oder einem ſubtilen Stifte, nach dem Lineale gezogen, welches man auf die zwey gegebene Punkte anleget; auf dem Holze oder Steine durch einen mit Kreide oder Rötel beſtrichenen Faden aufgeſchlagen; auf dem Felde mit zweyen Stäben abgeſteckt, die an ihren Enden aufgerichtet werden. Es kann aber mit zween Stäben der dritte in einer geraden Linie geſtecket werden, wenn das Auge, ſo gegen den einen gerichtet wird, die andern beyde nicht ſiehet.

Anmerkung.

9. Man nimmt zum Maaßſtabe der Linie eine gewiſſe Linie oder Länge an, welche man eine **Ruthe** nennet. Dieſelbe theilet man, um die Beſchwerlichkeit im Rechnen zu vermeiden, in 10 gleiche Theile, und nennet einen derſelben einen **Schuh**, der Schuh wird in 10 **Zoll**, und der Zoll in 10 **Linien** getheilet. Weil aber der Maaßſtab willkührlich iſt; ſo kann man leicht erachten, daß nicht an allen Orten der Schuh von gleicher Gröſſe ſey.

9a) Eben darum iſt es nöthig, ſich die Verſchiedenheit der gebräuchlichſten Fusmaaſe bekannt zu machen. Dazu dient folgende

Tafel zur Vergleichung der Fusmaaße.

Aachen	1285	Berlin	1373
Amſterdam	1255	Bern	1300
Ansbach	1320	Bologna	$1682\frac{2}{5}$
Antwerpen	1266	Braunſchweig	1265
Augsburg	$1282\frac{18}{23}$	Bremen	1282
Augsburg. Landſch.	1309	Breslau	1260
Baſel	1322	Brüſſel	1290
Baiern	986	Calenberg	1296

Carlsruhe	1241	Lübeck	1290
Cleve	1310	Mecklenburg	1290
Cölln	1220	Nürnberg	$1346\frac{3}{4}$
Dänemark	1391,3	Paris. königl. Fus	1440
Danzig	1271,5	6 machen 1 Toiſe	
Dresden	1255	Pommern	1295
Emden	1313	Prag	1338
Erfurt	1251	Rheinländiſcher	1391,3
Florenzer Bauelle	2430	Riga	1215
Frankfurt am Main	1270	Römiſcher Palme	990
Gieſen	1320	alter Röm. Fus	1320
Gotha	1275	Roſtock	1282
Gröningen	1295	Schweden	1316,5
Halle	1320	Schweiz	1330
Hamburg	1270	Spanien	1253
Hanover	1295	Strasburg	$1282\frac{3}{4}$
Holſtein	1323	Stettin	1253
Königsberg	1364	Turin	1432
Leiden	1390	Ulm	1281
Leipziger Baufus	1253	Utrecht	1210
der gemeine	1251	Venedig	1540
London	1351,6	Wien	1420
gemeiner	1350	Wittenberg	1255

Anmerkung.

10. Auch iſt wohl zu merken, daß nicht an allen Orten die Ruthen und Schuhe auf gleiche Art eingetheilet werden. Denn das rheinländiſche Maaß wird immer in 12 getheilet, da hingegen das geometriſche nur 10 Theile hat.

Erklärung.

I. 2. 11. **Unter den krummen Linien iſt die bekannteſte, und zur Zeit die nützlichſte, die Cirkullinie. Es wird aber ein Cirkul beſchrieben, wenn eine gerade Linie CA ſich auf der Ebene um einen feſten Punkt C beweget.**

Anmerkung.

12. Auf dem Papiere wird dieſes mit einem beſonderen Inſtrumente verrichtet, welches man einen Zirkel nennet. Auf dem Felde und im Groſſen brauchet man anſtatt der Linie einen Faden oder eine Schnure, oder eine Stange: wie man dann auch beſondere Stangenzirkel hat.

Erklä-

Erklärung.

13. Der Punkt C heiſſet der Mittelpunkt (Centrum), weil alle Punkte in der Peripherie gleichweit von demſelben abſtehen (§. 11.); die Linie CA der Halbmeſſer (Semidiameter, oder Radius); die Linie, ſo von einem Punkte der Peripherie D bis zu dem andern E durch den Mittelpunkt C gezogen wird, der Durchmeſſer (Diameter); eine andere auf gleiche Art, aber nicht durch den Mittelpunkt gezogene Linie FG eine Sehne Chorda Subtenſa.) I. 2.

Anmerkung.

14. Die Peripherie eines jeden Circuls, er mag groß oder klein ſeyn, wird in 360 gleiche Theile oder Grade eingetheilet, weil ſich dieſe Zahl durch viele Zahlen genau dividiren läſſet, als durch 2. 3. 4. 5. 6. 8. 10. 12. und ſo weiter. Jeder Grad beſtehet aus 60 Minuten, jede Minute aus 60 Secunden, u. ſ. w. Die Grade zeichnet man mit (o), wie die Ruthen, die Minuten mit (′), wie die Schuhe. Z. E. 3° 25′ 17″ heiſſet 3 Grad, 25 Minuten, 17 Secunden. 3° 2′ 4″; 3 Ruthen, 2 Schuh, 4 Zoll.

Erklärung.

15. Wenn man zwey Linien AB und AC in einem Punkte A zuſammenſetzet, ſo heiſſet ihre Neigung gegen einander ein Winkel. I. 3.

Anmerkung.

16. Dieſen Winkel nennet man entweder mit einem Buchſtaben A, oder in gewiſſen Fällen, um die entſtehende Verwirrung mit andern Winkeln zu vermeiden, mit drey Buchſtaben BAC, ſo daß derjenige mitten ſtehet, welcher an der Spitze des Winkels zu finden. Seine Gröſſe aber pfleget man durch einen Circulbogen, der aus dem Mittelpunkte A mit beliebiger Eröffnung des Circuls beſchrieben wird, zu meſſen. Nemlich ſo viel der Bogen DE Grade und Minuten hat, ſo viel Grade und Minuten eignet man dem Winkel A zu. Man erforſchet aber ihre Anzahl durch halbe Cirkel von Meſſing, davon die

kleinen, die auf dem Papier gebraucht werden, Transporteurs heiſſen.

160) Bey der Art, die Größe eines Winkels zu beſtimmen, kommt es auf folgende Bemerkung an. Man gedenke ſich die Linie AC feſt und bey A gleichſam ein Gewerb, um das ſich die Linie AB herumdrehen läßt. Anfänglich liege AB auf AC, ſo daß man noch gar keinen Winkel hat; ſobald man nun AB aufwärts dreht, ergiebt ſich zwiſchen AB und AC ein Winkel von gewiſſer Größe. Je länger man AB fortdreht, deſto größer wird nothwendig der Winkel, und wenn man ſo lange zu drehen fortfährt, bis AB rings um den Punkt A herumkommt, ſo daß ſolche endlich wieder auf AC unterhalb auffällt, ſo hat AB einen ganzen Kreis beſchrieben. Wäre die Linie AB nur bis D gekommen, daß ſie alſo mit der AC den Winkel DAC machte, ſo müßte man, um ihre Lage AC, d. i. um die Größe des Winkels DAC zu beſtimmen, unterſuchen, um den wievielten Theil der ganzen Umdrehung oder der ganzen Kreislinie die Linie AB von AC weggekommen wäre. Wüßte man z. B. daß AB um den zehenten Theil der ganzen Umdrehung von AC ſich entfernt habe, ſo wüßte man zugleich genau ihre Lage, folglich die Größe des Winkels A; und eben ſo, wenn man z. B. wüßte, daß AB um $\frac{1}{60}$tel oder $\frac{1}{90}$tel der ganzen Kreisumdrehung von AC weggekommen wäre. Es iſt daher das leichteſte Mittel zur Beſtimmung der Größe eines Winkels, wenn man angiebt, um den wievielten Theil einer ganzen Kreislinie der eine Schenkel von dem andern entfernt iſt. Um dieſe Beſtimmung deſto bequemer und in ganzen Zahlen ausdrucken zu können, iſt man nun darin übereingekommen, daß man $\frac{1}{360}$tel von einer ganzen Umdrehung einen **Grad**, und nur $\frac{1}{60}$tel eines Grads eine **Minute**, $\frac{1}{60}$tel einer Minute eine **Sekunde**, $\frac{1}{60}$ einer Sekunde eine **Terzie** u. ſ. f. genennt hat, und nun durch Grade, Minuten, Sekunden u. ſ. f. angiebt, um wieviel ein Schenkel von dem andern abgedreht oder entfernt iſt. Wäre alſo der Schenkel AB um den 7ten Theil der ganzen Umdrehung von dem AC entfernt, ſo druckt man dieſes ſo aus: der Winkel A enthält $\frac{360}{7}$ Gr. oder $51\frac{3}{7}$ Gr. oder 51 Gr. $\frac{180'}{7}$ d. i. 51 Gr. $25\frac{5}{7}'$. Wollte man aber dieſen Winkel bis in Sekunden ausdrucken, ſo erhielte man $51^\circ\ 25'\ \frac{300''}{7}$ oder $51^\circ\ 25'\ 42\frac{6}{7}''$, da man wieder ſtatt des Bruchs, wo es nöthig iſt, Terzien beyſetzt und in allen dergleichen Fällen eben ſo verfährt.

Erklä-

Erklärung.

17. Wenn eine Linie AB auf der andern I.
CD dergeſtalt aufgerichtet ſtehet, daß die Win- 4.
kel zu beyden Seiten einander gleich ſind, ſo
ſaget man, es ſtehe dieſelbe auf CD perpendicular oder ſenkrecht.

Erklärung.

18. Der Winkel ABC, den die Perpendi- I.
cular-Linie AB mit der Linie BC machet, heiſ- 4.
ſet ein rechter Winkel (angulus rectus): Ein jeder
kleinerer Winkel, E, ein ſpitziger Winkel (angulus 5.
acutus), und ein jeder gröſſerer, F, ein ſtumpfer
Winkel, (angulus obtuſus). 6.

Erklärung.

19. Wenn man einen Winkel A durch ei- I.
ne gerade Linie BC ſchlieſſet, ſo entſtehet ein
Dreyeck oder Triangel. Man nennet es aber
rechtwinklicht; wenn der eine Winkel A ein rech- 7.
ter iſt, ſtumpfwinklicht, wenn der eine Winkel 8.
D ein ſtumpfer iſt; ſpitzwinklicht, wenn alle drey
ſpitzig ſind, wie A, B, C. Hingegen, wenn 9.
alle drey Seiten AB, BC, CA, gleich ſind, heiſ-
ſet es ein gleichſeitiger Triangel, (Triangulum aequilaterum); 9.
ſind zwey Seiten AB und BC gleich,
ein gleichſchenklichter (Triangulum aequicrurum, oder 10.
Iſoſceles); iſt keine Seite der andern gleich, ein
ungleichſeitiger, als HIK, (Triangulum Scalenum). 11.

Erklärung.

20. Ein Quadrat (Quadratum) iſt eine Figur, I.
die vier gleiche Seiten AB, BC, CD, DA, und 12.
lauter rechte Winkel hat. Ein länglichtes Viereck
(Oblongum oder Rectangulum) hat lauter rechte 13.
Winkel, aber es ſind nur die zwey einander
entgegengeſetzten Seiten EF und HG, inglei-
chen

chen EH und FG einander gleich. Eine Raute
14. (Rhombus) hat vier gleiche Seiten IK, KL, LM,
MI, und lauter ſchiefe Winkel. Eine länglich-
15. te Raute (Rhomboides) hat zwar lauter ſchiefe
Winkel, aber nur die beide einander entgegen-
geſetzte Seiten ON und PQ, OP und QN ſind
einander gleich. Die übrigen Vierecke wer-
16. den Trapezia genennet, als STVZ.

Erklärung.

21. Die übrigen Figuren, ſo mehr als vier
Seiten haben, werden Polygone, oder Vielecke
genennet: und inſonderheit Fünfecke, wenn ſie
fünf; Sechsecke, wenn ſie ſechs Seiten haben,
I. u. ſ. w. Sind alle Seiten und Winkel einan-
17. der gleich, als in ABCDEF, heiſſet ſie eine re-
guläre, oder ordentliche Figur; ſind aber die Seiten
und Winkel nicht alle einander gleich, als in
18. GHIKL, ſo nennet man ſie eine irreguläre oder
unordentliche Figur.

Erklärung.

I. 22. Wenn zwey Linien AB und CD im-
19. mer eine Weite von einander behalten: ſo ſind
es Parallel-Linien.

22a) Von der Richtigkeit dieſer Erklärung hängt die ganze Lehre der Parallellinien, die für die ganze Mathematik von äuſerſter Wichtigkeit iſt, ab. Eine genaue Betrachtung zeigt bald, daß es ſo leicht nicht iſt, eine hinlänglich beſtimmte mathematiſche Erklärung von den Parallellinien zu geben, weil man gar zu leicht in den Fehler fällt, das ſchon bey der Erklärung vorauszuſetzen, was erſt in der Folge noch bewieſen werden ſoll, und dennoch die nachher folgenden Beweisſätze ſelbſten wieder auf die Erklärung zu gründen. Es bleibt im Grunde der richtige Charakter von Parallellinien, daß ſie immer einerley Weite von einander
III. behalten; aber was beſtimmt dieſe Weite? Ohne Zwei-
46. fel das Perpendikel von der einen Linie auf die andere. Sollen z. B. AB, CD Parallellinien ſeyn, alſo überall gleich-

weit

weit von einander abſtehen, ſo heiſt dieſes ohne Zweifel ſo viel: alle Perpendikel von der einen auf die andere ſollen gleich groß ſeyn. Wenn alſo z. B. IH, GK bei H, K rechte Winkel machen, ſo ſollen IH, GK gleich groß ſeyn; folgt aber hieraus auch, daß ein Perpendikel von K auf AB gefällt, dem aus G auf CD gefällt gleich ſeyn müſſe? Es läugnen, hieſe, nach dem gegebenen Begriff von Parallellinien, wohl ſo viel als behaupten, die Entfernung der Linie AB von der CD könne anders ſeyn, als die Entfernung der CD von der AB. Inzwiſchen ſcheint die geometriſche Schärfe doch von der Gleichheit dieſer Perpendikel einen beſondern Beweis zu fordern, und eben darum in dem Begriff von Parallellinien nichts zu geſtatten, was auf jene Perpendikel Bezug hätte. Daher ſezt Hr. H. Käſtner folgenden Begriff feſt: Parallellinien ſeyen **grade Linien, welche auf beyden Seiten ohne Ende verlängert, niemalen zuſammenſtoßen.** Dieſer Charakter iſt zwar nicht von der Art, daß er unmittelbar zu entſcheiden diente, ob man in irgend einem vorkommenden Falle wirklich Parallellinien habe, weil ſich nie eine unendliche Verlängerung vornehmen läßt; es werden aber andere Eigenſchaften daraus hergeleitet, welche ſolches zu entſcheiden dienen.

Erklärung.

23. **Die Vierecke, deren Seiten einander parallel ſind, nennet man** Parallelogramma.

Grundſaz.

24. **Zwiſchen zweyen Punkten kann nur Eine gerade Linie ſeyn.**

Zuſaz.

25. Derowegen können zwey gerade Linien keinen Raum einſchlieſſen; weil ſie in ihren beyden äußerſten Punkten zuſammenſtoßen müßten.

Zuſaz.

26. Folgends ſind in jedem Dreyecke zwey Seiten AB und AC zuſammengenommen gröſſer, als die dritte BC. I. 9.

Grund-

Grundſatz.

27. Alle Radii eines Cirkuls ſind einander gleich (§. 13.)

Grundſatz.

I. 28. Alle Bogen DE und BC, welche aus
20. der Spitze eines Winkels A innerhalb ſeinen Schenkeln AB und AC beſchrieben werden, haben eine gleiche Anzahl Grade.

Zuſatz.

29. Weil man die Gröſſe des Winkels A nach der Zahl der Grade eines ſolchen Bogens DE oder BC erachtet (§. 16.); ſo gilt es gleich viel, ob der Bogen DE mit einem groſſen oder kleinen Radio beſchrieben wird, wenn man den Winkel meſſen will.

Grundſatz

30. Wenn gerade Linien und Winkel einander decken, ſo ſind ſie gleich: und wenn ſie gleich ſind, decken ſie einander.

Grundſatz.

31. Figuren, die einander decken, ſind einander gleich: und die gleich und ähnlich ſind, decken einander (§. 4.).

Anmerkung.

32. Es iſt wohl zu merken, daß von gleichen Figuren erfordert wird, ſie ſollen alle beyde einander decken: denn wenn gleich die obere die untere decket, ſo ſie auf dieſelbe geleget wird, würde doch die untere die obere nicht decken, wenn ſie auf dieſelbe geleget würde, wo ſie nicht einander gleich wären. Nemlich, wenn Figuren dergeſtalt auf einander geleget werden, daß ſie einander decken, ſo haben ſie einerley Umfang.

Grundſatz.

33. Wenn zwey Figuren oder Linien auf einerley Art erzeuget oder beſchrieben werden,

und

und dasjenige, woraus ſie erzeuget oder beſchrieben worden, beyderſeits einander ähnlich iſt; ſo ſind die Figuren und Linien einander ähnlich (§. 4.).

Zuſatz.

34. Da nun alle Punkte (§. 2. 4.) und gerade Linien einander ähnlich ſind (§. 7. 2.) und ein jeder Circul erzeuget wird, wenn eine gerade Linie ſich um einen feſten Punkt herum beweget (§. 11.); ſo müſſen alle Circul und ihre Peripherien einander ähnlich ſeyn.

Grundſatz.

35. Wenn zwey Winkel einerley Maaß haben, ſind ſie einander gleich, und wenn ſie gleich ſind, haben ſie einerley Maaß (§. 16.)

Grundſatz.

36. Auf jeder Linie AB kann man aus ei- I.
nem angenommenen Punkte C einen halben 21.
Circul beſchreiben (§. 11.)

Zuſatz.

37. Wenn man aus dem Mittelpunkte C eine Perpendikular-Linie CD aufrichtet, ſo ſind die beyden Winkel o und x einander gleich (§. 17.) Derowegen hat ein rechter Winkel zu ſeinem Maaße einen Quadranten, das iſt 90 Gr., (§. 16. 36. 35.); und ſind demnach alle rechte Winkel einander gleich (§. 35.) Ja ein Winkel, der einem rechten gleich iſt, iſt ein rechter Winkel (l. c.)

Lehrſatz.

38. Die beyden Winkel x und o, welche I.
eine Linie DC auf einer andern Linie AB ma- 22.
chet, machen zuſammen 180 Gr.

Beweis.

Beweis.

Aus C kann auf der Linie AB ein halber Circul beſchrieben werden, (§. 36.) Derowegen haben die Winkel x und o zu ihrem Maaſſe einen halben Circul (§. 16.), folgends machen ſie 180 Gr. (§. 14.) W. Z. E.

Zuſatz.

39. Wenn man alſo auf dem Felde zu einem Winkel nicht kommen kann, den man meſſen ſoll, oder wenn man mit einem Quadranten einen ſtumpfen Winkel zu meſſen hat: darf man nur den Nebenwinkel (angulum contiguum) meſſen.

Lehrſatz.

I. 23. 40. **Wenn eine Linie AB die andere CD in E ſchneidet; ſo ſind die Verticalwinkel o und x einander gleich.**

Beweis.

Denn o + u = 180 Gr. und u + x = 180 Gr. (§. 38.). Alſo iſt o + u = u + x (§. 22. Arithm.); folgends o = x (§. 25. Arithm.). W. Z. E.

Zuſatz.

41. Daher kann man auf dem Felde, oder wo man ſonſt Winkel zu meſſen hat, anſtatt des Winkels x ſeinen Verticalwinkel o meſſen, wenn man jenem nicht beykommen kann.

Lehrſatz.

I. 24. 42. **Alle Winkel, die um einen Punkt C herum ſind, machen zuſammen vier rechte Winkel, oder 360 Gr.**

Beweis.

Ihr Maaß iſt ein ganzer Circul (§. 11. 16.). Alſo halten ſie zuſammen vier rechte Winkel in ſich (§. 37.), oder 360 Gr. (§. 14.) W. Z. E.

Auf-

Aufgabe.

43. Einen vorgegebenen Winkel zu meſſen.

Auflöſung.

Auf dem Papiere.

1. Leget den Mittelpunkt des Transporteurs auf die Spitze des Winkels A, und rücket das Inſtrument, bis die innere Schärfe des Lineals an die Linie AB ſtreichet. II. 25.
2. Zählet die Grade an dem Bogen DE: die zwiſchen die Schenkel des Winkels AC und AB fallen.

Auf dem Felde:

1. Richtet den Winkelmeſſer dergeſtalt, daß der Diameter AB auf den einen Schenkel des Winkels fället. I. 26.
2. Verſchiebet das an dem Mittelpunkte D bewegliche Lineal EF, und viſiret durch die Dioptern auf demſelben, bis ihr das äuſſerſte des andern Schenkels erblicket.
3. Zählet die Grade, ſo das Lineal auf dem Inſtrumente abſchneidet:

So wiſſet ihr in beyden Fällen die Gröſſe des Winkels (§. 16.).

Aufgabe.

44. Eine gerade Linie zu meſſen.

Auflöſung.

Vor allen Dingen bereitet man ſich einen Maaßſtab. Auf dem Papier nehmet eine Linie, ſchneidet davon 10 kleine Theile für die Schuhe ab, und traget ſie zuſammen ſo vielmal in den übrigen Theil der Linie, als angehen will, für die Ruthen. So habt ihr einen Maaßſtab (§. 9.). Auf dem Felde brauchet man entweder eine Kette, oder eine Schnure oder eine Stange,

die in ihre gehörige Zolle, Schuhe und Ruthen eingetheilet worden. Doch iſt zu merken, daß man nur die letzte Ruthe in Schuhe, und den letzten Schuh in Zolle eintheilen darf.

Wenn ihr nun auf dem Papier eine Linie meſſen wollet; ſo

II. 1. ſetzet den Cirkel in A und thut ihn auf bis in B.

27. 2. Den einen Fuß dieſes unverrückten Cirkels ſetzet auf dem Maaßſtabe in den Anfang einer Ruthe, als in 10, und gebet Acht, welchen Schuh der andre Fuß abſticht, z. E. 5. So iſt die Linie 1° 5′.

Auf dem Felde:

1. Stecket an beyden Enden der Linie einen Stab, und (wenn eure Meßkette nicht ſo lang iſt) zwiſchen dieſelbe noch einen oder mehr andere (§. 8.)
2. Spannet die Schnure oder Kette von einem Stabe bis zu dem andern aus.
3. Zählet endlich daran die Ruthen, Schuhe und Zolle.

Anmerkung.

45. Ihr könnet auch an die beyden Enden der Meßkette zwey Rinken machen, durch dieſelben zwey Stäbe ſtellen, und dieſe jederzeit mit dem Stabe an dem Ende der Linie, die ihr meſſet, in eine Linie ſtellen (§. 8.).

Anmerkung.

46. Die Meßketten ſind etwas beſchwerlich zu tragen, und laſſen ſich nicht wohl ausziehen. Wenn man die Linie mit einer Stange überſchläget, muß man ſo viel Stangen-Dicken zu der gefundenen Länge addiren, als die Stange überſchlagen worden, oder ſie um eine Stangen-Dicke kürzer machen, als das Maaß erfordert. Die hanfene Meßſchnüre kriechen vom Feuchten ein, und dehnen ſich ungleich aus. Es merket Schwenter an (Geom. pract. Lib. I. Tract. 2. p. 381), daß ihm eine dergleichen Schnure von 16 Schuhen innerhalb einer

Stun-

Stunde vom Reiffe faſt um einen ganzen Schuh eingegangen. Dieſem Fehler abzuhelfen, ſoll man ſie wiederſinnes winden, in Leinöle ſieden, nachdem ſie getrocknet, durch ein zerlaſſen Wachs ziehen, und mit hartem Wachſe durch und durch beſtreichen laſſen. Es verſichert Schwenter p. 382. daß, wenn man ſie auch einen Tag im Waſſer liegen läſſet, ſie doch nicht merklich kürzer werde.

46 a) Ich bemerke hier ein: für allemal, daß gegenwärtige Anfangsgründe bey weitem nicht hinlänglich ſind, praktiſche Geometer zu bilden. Unter allen hierher gehörigen Schriften iſt das klaſſiſche Werk des Hrn. Hofrath **Mayer** bey weitem das beſte.

Anmerkung.

47. Man hat auf dem Papier noch ein künſtlicheres Inſtrument, die Linien abzumeſſen, welches man einen **verjüngten Maaßſtab** nennet. Davon ſich erſt unten wird reden laſſen.

Aufgabe.

48. **Einen Winkel zu machen, der ſo groß iſt, wie ein anderer gegebener Winkel.**

Auflöſung.

Der erſte Fall. Wenn der Winkel in Graden gegeben wird, ſo II. 25.

1. ziehet eine gerade Linie AB.
2. Leget auf A den Mittelpunkt des Transporteurs, und an die Linie AB ſeinen Radium.
3. Zählet an demſelben ſo viel Grade ab, als der Winkel haben ſoll.
4. Bey dem letzten Grade merket euch den Punkt E.
5. Ziehet endlich von A durch E eine gerade Linie. So iſt BAC der verlangte Winkel.

Der andere Fall. Wenn der Winkel DEF nur auf dem Papiere gegeben wird; ſo II. 29.

1. beſchreibet aus E, mit beliebiger Eröffnung des Zirkels; einen Bogen GH.
2. Ziehet eine gerade Linie ef.

3. Beſchreibet mit voriger Eröffnung des Zirkels aus e den Bogen hi.

4. Setzet den Zirkel in H, und thut ihn auf bis in G.

5. Mit dieſer Eröffnung ſchneidet aus h von dem Bogen hi den Bogen gh ab.

6. Ziehet aus e durch g eine Linie ed.

So iſt geſchehen, was man verlangte.

Der dritte Fall. Auf das Feld kann man einen in Graden gegebenen Winkel durch den Winkelmeſſer tragen; wie aus der erſten Aufgabe (§. 43.) abzunehmen.

Beweis.

Im erſten und dritten Falle iſt kein Beweis nöthig. Im andern Falle iſt der Bogen gh = GH, wie unten (§. 92.) ohne gegenwärtigen Satz ſoll erwieſen werden, und alſo der Winkel def = DEF (§. 16. 35.). W. Z. E.

Lehrſatz.

II. 30. **49. Wenn in zweyen Triangeln ABC und abc der Winkel A = a, AC = ac und AB = ab; ſo ſind die ganzen Triangel einander gleich, und BC = bc, B = b, C = c.**

Beweis.

Man gedenke, es würde der Triangel acb dergeſtalt auf den andern ACB geleget, daß der Punkt a auf A, und die Linie ab auf die Linie AB fället. Weil nun ab = AB, ſo fället der Punkt b auf B (§. 30.); weil a = A, ſo fället die Linie ac auf AC (§. 30.), und, da ac = AC, der Punkt c auf C (§. cit.): folgends die Linie bc auf BC (§. 24). Derowegen ſind die Triangel ABC und abc einander gleich (§. 31.), und BC = bc etc. (§. 30.). W. Z. E.

Lehr-

Lehrſatz.

50. **Wenn in zweyen Triangeln** ABC **und** abc **der Winkel** A = a **und** B = b, **über dieſes die Seite** AB = ab; **ſo ſind die ganzen Triangel einander gleich, und** AC = ac, BC = bc, C = c. II. 30.

Beweis.

Man gedenke, es werde der Triangel ABC auf den andern abc dergeſtalt geleget, daß der Punkt A auf a, und die Seite AB auf die Seite ab fället; ſo fället der Punkt B auf b, die Linie AC auf ac, und BC auf bc (§. 30.) Da nun die Linien AC und BC im Punkte C, und die Linien ac und bc im Punkte c zuſammenſtoſſen, muß auch der Punkt C auf den Punkt c fallen. Derowegen ſind die Triangel einander gleich (§. 31.), und AC = ac etc. (§. 30.). W. Z. E.

Lehrſatz.

51. **Wenn in zweyen Triangeln** ACB **und** acb, AC = ac, AB = ab **und** BC = bc; **ſo ſind die Triangel einander gleich, und** A = a, B = b, C = c. II. 30.

Beweis.

Man beſchreibe aus A mit AB den Bogen y, und aus C mit CB den Bogen x. Hierauf gedenke man, es werde der Triangel acb auf den Triangel ACB dergeſtalt geleget, daß der Punkt a auf A, und c auf C fället (§. 30.); ſo wird die Linie ab in den Bogen y, und cb in den Bogen x fallen (§. 13.), folgends der Punkt b in B, wo die Bogen einander durchſchneiden. Daher ſind die Triangel (§. 31.), und die Winkel (§. 30.) einander gleich. W. Z. E.

Zuſatz.

52. Alſo kann aus drey gegebenen Linien nicht mehr als einerley Triangel gemacht werden.

Aufgabe.

II. 53. Auf einer gegebenen Linie AB einen
31. gleichſeitigen Triangel aufzurichten.

Aufloͤſung.

1. Setzet den Zirkel in A, thut ihn auf bis in B, und beſchreibet damit uͤber der Linie einen Bogen.
2. Setzet hierauf den Zirkel in B, und beſchreibet mit unveraͤnderter Eroͤffnung einen andern Bogen, der den erſten in C durchſchneidet.
3. Ziehet von A und B in C die Linien AC und BC; ſo iſt geſchehen, was man verlangete.

Beweis.

Die Linien AC und BC hat man ſo groß gemacht, als die Linie AB (§. 27.). Derowegen iſt der Triangel ABC gleichſeitig (§. 19.). W. Z. E.

Aufgabe.

II. 54. Aus zwey gegebenen Linien AB und
32. BC einen gleichſchenklichten Triangel zu machen.

Aufloͤſung.

1. Setzet an das Ende A der einen Linie AB, welche die Grundlinie des Triangels geben ſoll, den Zirkel, und beſchreibet mit der Eroͤffnung nach der Laͤnge der andern gegebenen Linie einen Bogen.
2. Mit eben dieſer Eroͤffnung beſchreibet aus B einen andern Bogen, der den erſten in C durchſchneidet.
3. Ziehet aus C in A und B gerade Linien; ſo iſt der begehrte Triangel fertig.

Beweis.

Die Linien AC und BC hat man einander gleich gemachet. Alſo iſt ACB ein gleichſchenklichter Triangel (§. 19.) W. Z. E.

Auf-

Aufgabe.

55. **Aus drey gegebenen Linien einen Triangel zu machen.** II. 33.

Aufloͤſung.

1. Nehmet die eine von den gegebenen Linien AB zur Grundlinie des Triangels an.
2. Aus A beſchreibet mit der Eroͤffnung des Zirkels nach der Laͤnge der andern Linie AC einen Bogen uͤber derſelben, und
3. aus B mit der Eroͤffnung nach der dritten Linie BC einen andern Bogen, der den erſten in C durchſchneidet.
4. Ziehet die Linien AC und CB; ſo iſt der Triangel fertig (§. 52.).

Anmerkung.

56. Wenn die zwey Bogen einander nicht erreichen, ſo kann aus den gegebenen drey Linien kein Triangel gemachet werden. (§. 26.).

Anmerkung.

57. Die Zeichnung der Figuren iſt von großem Nutzen. Sie dienet die Felder in den Grund zu legen, ohne welches man ſie nicht ausrechnen kann. Ja nachdem ich die Gruͤnde der Aehnlichkeit in die Geometrie gebracht, dienet ſie zugleich zum Beweiſe der Aehnlichkeit der Figuren, wie aus dem Folgenden zu erſehen. Man kann auch aus derſelben erſehen, was auf dem Felde oder ſonſt im Groſſen zu meſſen noͤthig iſt, wenn man es in Grund legen, das iſt, auf das Papier ins Kleine bringen will. Derowegen laſſen wir uns nicht verdrieſſen, mehrere Aufgaben von den Dreyecken hieher zu ſetzen.

Aufgabe.

58. **Aus zwey gegebenen Linien AB und AC und einem Winkel A einen Triangel zu machen.** II. 34.

Auflöſung.

1. Nehmet die Linie AB zur Grundlinie an, und
2. machet in A einen Winkel, der dem gegebenen gleich iſt (§. 48.).
3. Auf die Linie AB traget die andere gegebene Linie AC, und
4. ziehet von C bis B eine gerade Linie; ſo iſt der Triangel fertig (§. 49.).

Aufgabe.

II. 58 a) Aus zwey gegebenen Linien AB, AC, und einem Winkel B, welchen die gegebenen Linien nicht
33. einſchließen, ein Dreyeck zu zeichnen.

Auflöſung.

1. Man ziehe die AB, auf welcher der gegebene Winkel B liegen ſoll

2. Mit der andern AC, welche man mit dem Zirkel faßt, beſchreibe man aus A einen Bogen CD.

3. In B trage man auf die AB den gegebenen Winkel B, und ziehe die grade Linie BC, welche den Bogen in C und D ſchneidet.

4. Zieht man nun die AC und AD, ſo hat man zwey verſchiedene Dreyecke ABC und ABD, wovon jedes der Aufgabe Genüge thut. Um zu entſcheiden, welches von beyden in einem beſtimmten Fall das verlangte iſt, muß in der Aufgabe noch überdas angegeben ſeyn, ob der im Dreyeck der Grundlinie AB gegenüber liegende Winkel ſpitz oder ſtumpf iſt; im erſten Fall gilt das Dreyeck ABC, im letzten das ABD.

Anmerkung.

59. In der Ausübung iſt niemals nöthig, die unnützen Linien, als hier AD, auszuziehen: ſondern, nachdem man das Lineal angeleget, kann man gleich den Punkt C abſtechen.

Aufgabe.

II. 60. **Aus zwey gegebenen Winkeln und ei-**
35. **ner Linie AB einen Triangel zu machen.**

Auflö-

Auflöſung.

1. Auf dem einen Ende A der gegebenen Linie AB richtet einen Winkel auf, der einem von den gegebenen gleich, und
2. auf dem andern Ende B einen andern, der dem andern von den gegebenen gleich iſt, (§. 48.); ſo werden ſich die Schenkel dieſer Winkel in C durchſchneiden und den verlangten Triangel ABC auf der Linie AB formiren (§. 50.).

Aufgabe.

61. **Die Weite zweyer Oerter A und B zu meſſen, zu deren jedem man aus einem in C angenommenen Stande kommen kann.** II. 36.

Auflöſung.

1. Stecket in C einen Stab nach Belieben ein.
2. Meſſet die Linie AC (§. 44.), und traget ſie zurücke in a, dergeſtalt, daß in a ein Stab mit dem Stabe C und dem Orte A in eine gerade Linie geſetzet wird (§. 8.).
3. Auf gleiche Weiſe meſſet die Linie BC, traget ſie zurücke in b, und ſtecket in b wie vorhin einen Stab mit C und B in einer geraden Linie ein (§. 8.).
4. Endlich meſſet die Linie ab: ſo habt ihr die verlangte Weite.

Beweis.

Denn die Winkel x und y ſind einander gleich (§. 40.). Da nun auch AC = aC und BC = bC, ſo iſt ab = AB (§. 49.). W. Z. E.

Anmerkung.

62. Wenn man nicht Raum hat, die ganzen Linien AC und BC zurücke zu tragen; ſo träget man nur ihre Hälften, oder den dritten, oder auch den vierten Theil derſelben zurücke: Alsdenn iſt ab = $\frac{1}{2}$, oder $\frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{4}$ AB, wie unten wird erwieſen werden (§. 152.).

Aufgabe.

II. 63. **Mit einer bloſſen Schnure oder Kette**
37. **einen Winkel auf dem Felde von einem Orte auf den andern zu tragen.**

Auflöſung.

Man ſoll den Winkel A in C tragen.

1. Meſſet in den beyden Schenkeln AB und AC des gegebenen Winkels A zwey Linien von beliebiger Gröſſe AF und AD ab, und zugleich die Querlinie FD, ſo daher entſtehet.
2. Traget aus C in d die gefundene Linie AD, und ſpannet an den beyden Stäben C und d eine Schnure dergeſtalt aus, daß Cf = AF und df = DF.
3. Stecket in f einen Stab, ſo iſt der Winkel dCF = FAD.

Beweis.

Es iſt AF = Cf, AD = Cd und DF = df. Derowegen iſt auch der Winkel C dem Winkel A gleich (§. 51.).

Aufgabe.

II. 64. **Die Weite zweyer Oerter zu meſſen,**
38. **zu deren einem B man nur kommen kann.**

Auflöſung.

1. Stecket nach Gefallen einen Stab in E und traget die Linie BE dergeſtalt zurücke, daß der Stab C mit E und B in eine Linie kommet (§. 8.).
2. Machet einen Winkel in C, der ſo groß iſt wie der Winkel B (§. 63. 43.).
3. Endlich gehet mit dem Stabe D ſo weit zurücke, bis er mit C und F, ingleichen mit E und A in einer Linie ſtehet:

So iſt die Linie CD der Linie AB gleich.

Beweis.

Beweis.

Ihr habet den Winkel C ſo groß wie B, und die Linie CE ſo groß wie EB gemachet. Nun ſind überdieſes die Verticalwinkel bey E einander gleich (§. 40.). Derowegen iſt auch CD = AB (§. 50.). W. Z. E.

Anmerkung.

65. Es gilt auch hier, was bey (§. 62.) erinnert worden.

Anmerkung.

66. Wenn man die Breite eines Fluſſes meſſen wollte, und könnte die Linie BE an dem Ufer nicht zurücke tragen: ſo ſtecket man den Stab B ſo weit von Ufer weg, als einem beliebet. Alsdenn wird die Linie CD um ſo viel breiter, als der Fluß, um wie viel der Stab B von dem Ufer weggerücket worden.

Aufgabe.

67. Durch einen gegebenen Punkt C mit einer gegebenen Linie AB eine Parallel-Linie auf dem Papier zu ziehen. II. 39.

Auflöſung.

1. Leget an die Linie AB das Lineal.
2. Setzet den Zirkel in C ein, und thut ihn bis an das Lineal auf, als wenn ihr einen Bogen beſchreiben wolltet, der das Lineal oder die Linie AB berührte.
3. Ziehet mit dem etwas ſchräge angelegten Zirkel an dem Lineale herunter; ſo wird der andere Fuß durch den Punkt C die begehrte Parallellinie DE beſchreiben (§. 22.)

Anders.

Man kann es auch durch ein Parallel-Lineal verrichten: welches Inſtrument aus zwey Linealen beſtehet, II. 40.
die durch zwey gleich lange Querbänder dergeſtalt zuſammen verknüpſet ſind, daß ſie ſich nach Gefallen von einander

ander verſchieben laſſen. Wenn ihr nun dergleichen Inſtrument habet; ſo leget

1. die Schärfe des einen Lineals an die gegebene Linie AB an, und
2. ſchiebet das andere Lineal bis an den Punkt C fort; ſo könnet ihr
3. durch denſelben die verlangte Linie DE ziehen.

Anmerkung.

II. 41. 68. Wenn man in der erſten Auflöſung den Zirkel nicht bis an den Punkt E aufthun kann; ſo ziehet mit AB in beliebiger Weite die Parallel-Linie CD und mit dieſer die Parallellinie LM durch den gegebenen Punkt E; ſo wird LM auch mit AB parallel ſeyn. Denn es iſt EF = IH und EG = IK. Derowegen EF + FG = HI + IK, das iſt, EG = HK (§. 24. Arithm.) folgends iſt LM mit AB parallel (§. 22.)

Aufgabe.

II. 42. 69. **Von einem gegebenen Punkte C auf eine Linie AB ein Perpendicul zu fällen.**

Auflöſung.

1. Setzet den Zirkel in C und durchſchneidet mit gefälliger Eröffnung in zweyen Punkten D und E die Linie AB.
2. Aus D und E machet mit beliebiger Eröffnung des Zirkuls einen Durchſchnitt in F.
3. Durch C und F ziehet die Linie FG, dieſe ſtehet auf AB perpendicular.

Beweis.

Denn weil DC = CE und DF = FE, wie auch CF = CF (§. 20. Arithm.), ſo ſind auch die Winkel DFG und GFE (§. 51.), folgends die Nebenwinkel bey G einander gleich (§. 49.). Derowegen ſtehet die Linie CG auf AB perpendicular (§. 17.). W. Z. E.

Auf-

Aufgabe.

70. Aus einem gegebenen Punkte C auf ei- II.
ner gegebenen Linie AB ein Perpendicul aufzu- 43.
richten.

Auflöſung.

1. Setzet den Zirkel in C ein und
2. durchſchneidet die Linie AB mit beliebter Eröff-nung in D und E.
3. Aus D und E machet mit einerley Eröffnung des Cirkels einen Durchſchnitt in F.
4. Ziehet durch C und F die Linie GC; ſo ſtehet ſie auf AB perpendicular.

Beweis.

Weil DC = EC und DF = EF, CF = CF (§. 20. Arithm.); ſo ſind die Winkel bey C einander gleich (§. 51.). Demnach ſtehet die Linie GC auf AB perpendicular (§. 17.). W. Z. E.

Anders.

Laſſet euch einen Winkelhacken verfertigen, das iſt, II.
ein Inſtrument, welches aus zweyen rechtwinklich zu- 44.
ſammengeſetzten Linealen beſtehet.

1. Das eine Theil dieſes Inſtruments leget an die gegebene Linie AB dergeſtalt, daß die Spitze ſei-nes Winkels den gegebenen Punkt C berühret.
2. Ziehet nach dem andern Theile des Inſtruments eine gerade Linie CD aus dem gegebenen Punkte C. Dieſe ſtehet auf AB perpendicular.

Beweis.

Denn der Winkelhacken iſt rechtwinklich: derowe-gen müſſen auch die beyden Linien CB und CD, die nach ihm gezogen ſind, einen rechten Winkel machen.

machen. Und alſo ſtehet CD auf CB perpendicular (§. 18.). W. Z. E.

Lehrſatz.

II. 45. 71. Wenn in zweyen rechtwinklichten Triangeln ABC und abc, AB = ab und BC = bc, oder in ſchiefwinklichten von einerley Art, auſſer dieſen Seiten A = a; ſo ſind die ganzen Triangel einander gleich, und AC = ac, B = b und C = c.

Beweis.

Man beſchreibe durch C in der Weite BC einen Bogen FG, und lege in Gedanken den Triangel abc auf den andern ABC dergeſtalt, daß der Punkt a auf A und ab auf AB fället. Da nun ab = AB und a = A; ſo fället der Punkt b in B, und ac auf AC (§. 30.), folgends der Punkt c in die Linie AC. Da nun ferner bc = BC; ſo muß der Punkt c auch in den Bogen FG fallen (§. 13.), folgends in C, wo der Bogen FG und die Linie AC einander durchſchneiden, und demnach fället bc auf BC (§. 24.). Derowegen ſind die ganzen Triangel einander gleich (§. 31.) W. Z. E.

Lehrſatz.

III. 46. 72. Wenn zwey Parallel-Linien AB und CD von einer dritten EF in G und H durchſchnitten werden, ſo ſind 1. die Wechſelswinkel x und y einander gleich; 2. der äuſſere Winkel o iſt dem innern y gleich, und 3. die beyden inneren Winkel u und y machen zuſammen 180 Gr.

Beweis.

1. Ziehet die beyden Perpendicular-Linien HI und GK, welche einander gleich ſind (§. 22.) Es ſind aber auch die Winkel I und K einander gleich (§. 18. 37.). Derowegen iſt x = y (§. 71.); welches das erſte war.

2. Nun

2. Nun iſt x = o (§. 40.) Demnach y = o (§. 22. Arithm.): welches das andere war.

3. Es iſt aber u + o = 180 Gr. (§. 38.) Derowegen iſt auch u + y = 180 Gr. (§. 22. Arithm.) W. Z. E.

72 a) In dem vorſtehenden Beweis iſt die Vorausſetzung zum Grund gelegt worden, daß die Perpendikel von CD auf AB denen von AB auf CD gleich ſeyen, oder daß ein Perpendikel auf AB zugleich ſenkrecht auf CD angenommen werden könne. Letzteres zu beſtätigen, ſey HI nicht nur auf AB, ſondern auch auf CD ſenkrecht; nun ſetze man, es ſollen GA, HC nach AC verlängert irgendwo zuſammenſtoßen, ſo müßten aus gleichem Grund IB, HD nach BD verlängert irgendwo zuſammenſtoßen, weil die Figuren AIHC, BIHD, wenn man zu beyden Seiten von IH gleiche Längen nimmt, nothwendig einander decken müſſen (§. 30.) Es müßten alſo die beyden graden Linien einen Raum einſchließen; da nun dieſes nicht ſeyn kann (§. 25.) ſo iſt auch kein Punkt des Zuſammenſtoßens möglich, und es ſind alſo AB, CD, Parallel-Linien (§. 22 a). Wenn alſo angenommen wird, das Perpendikel GK, welches auf CD ſenkrecht iſt, ſey zugleich bey G auf AB ſenkrecht, ſo hat ſolches für die Vorausſetzung, daß AB, CD einander parallel ſind, ſeine Richtigkeit. Es iſt nun ferner dem Begriff von Parallellinien gemäß, daß alle von der einen (CD) auf die andere (AB) gefällte Perpendikel (wie HI, KG) gleich groß ſeyn müſſen, und ſo ſcheint alſo der Beweis (§. 72. no. 1) hinlänglich gerechtfertigt zu ſeyn. Inzwiſchen hat man gegen jede Rechtfertigung immer neue Erinnerungen beyzubringen gewußt, und hierdurch hat dieſe Lehre von den Parallellinien ungemeine Schwierigkeiten erhalten, mit deren Hebung ſich die größten Mathematikverſtändigen beſchäftigt haben, ſo ſehr man auch von der Wahrheit der Lehre ſelbſt längſtens überzeugt war. Schon im Jahr 1763. hat Hr. Prof. Klügel auf Anrathen des Hrn. Hofrath Käſtner in einer beſondern Schrift unter dem Titel: Conatuum praecipuorum Theoriam parallelarum demonſtrandi recenſio 28erley Verſuche erzählt, wodurch ihre Urheber dieſer Lehre ein mehreres Genüge zu thun geglaubt haben. Hr. Hofrath Käſtner iſt in ſeinen Anfangsgründen der Geometrie wieder einen neuen Weg gegangen, und Hr. Hofr. Karſten hat in ſei-

nen

nen Anfangsgründen der mathematiſchen Wiſſenſchaften und in einer nachgefolgten Anzeige ſeiner Vorleſungen einen abermaligen Verſuch zur Berichtigung dieſer Lehre gemacht. Auch gehören die Bemühungen der Herrn Schulz und Rehbein zur Geſchichte dieſes Satzes. S. unten §. 74 a.

Lehrſatz.

III. 46. 73. Wenn zwey Linien AB und CD von einer dritten EF dergeſtalt in G und H durchſchnitten werden, daß die Wechſelswinkel x und y, oder auch der äuſſere o und der innere y einander gleich ſind, oder die beyden inneren u und y zuſammen 180 Grad machen; ſo ſind die Linien AB und CD parallel.

Beweis.

1. Laſſet aus G einen Perpendicul GK auf die Linie CD fallen, machet GI = HK und ziehet die Linie GH. Weil nun x = y: ſo iſt I = K und HI = GK (§. 49.), folgends I ein rechter Winkel (§. 37.) und AB mit CD parallel (§. 22.): welches das erſte war.

2. Es ſey o = y. Weil nun o = x (§. 40.); ſo iſt x = y (§. 22. Arithm.), folgends vermöge deſſen, was erſt erwieſen worden, ſind die Linien AB und CD parallel: welches das andere war.

3. Es mache y mit u 180 Gr. Weil o und u 180 Grad machen (§. 38.); ſo iſt o = y (§. 22. 25. Arithm.), und alſo vermöge deſſen, was jetzt erwieſen worden, ſind die Linien AB und CD parallel: welches das dritte war.

Lehrſatz.

III. 47. 74. In jedem Triangel ABC machen alle drey Winkel zuſammen 180 Gr., und wenn man die eine Seite verlängert, ſo iſt der äuſſere Winkel ſo groß, wie die beyden innern, die ihm gegen über ſtehen, zuſammen.

Beweis.

Beweis.

Man ziehe durch die Spitze des Triangels C mit ſeiner Grundlinie AB eine Parallellinie DE, ſo iſt 1 = I und 2 = II (§. 72.) Nun iſt I + 3 + II = 180 Gr. (§. 38.) Derowegen iſt 1 + 3 + 2 = 180 Gr. (§. 24. Arithm.); **welches das erſte war.**

Wenn die Seite AB verlängert wird in D; ſo iſt 3 + 4 = 180 Gr. (§. 38.) Nun iſt aber jetzt erwieſen worden, daß 1 + 2 + 3 = 180 Gr. Derowegen, 3 + 4 = 1 + 2 + 3 (§. 22. Arithm.), folgends 4 = 1 + 2 (§. 25. Arithm.); **welches das andere war.** II. 48.

74a) Daß die 3 Winkel eines Dreyecks zuſammen 180 Grad ausmachen, lieſſe ſich, ohne erſt die Lehre von den Parallellinien vorzutragen, gradezu auf folgende Art darthun:

1. Es ſey abc ein Dreyeck von welcher Art man will; man gedenke ſich die Seiten ab, bc, ca, nach B, C, A, ohne Ende verlängert, daß alſo B, C, A, Punkte in einer a, b, c, unendlich entfernten Kreislinie vorſtellen, ſo iſt Bogen BC das Maaß des Winkels x, Bogen CA das Maaß des Winkels y, und Bogen AB, das Maas des Winkels z; alſo x + y + z = BC + CA + AB = 360 Gr. IX. 48*

2. Nun iſt

x + n = 180 Gr.
y + o = 180 —
z + m = 180 —

alſo x + y + z + n + o + m = 360 Gr. + 180 Gr.
Aber x + y + z = 360 Gr. (no. 1.); alſo
n + o + m = 180 Gr.

74b) Hieraus ließe ſich nun umgekehrt die Lehre von den Parallellinien herleiten.

Zuſatz.

75. Derowegen kann in einem Triangel nicht mehr als Ein rechter Winkel ſeyn, und wenn dieſes iſt, machen die zwey übrigen zuſammen auch noch einen rech-

ten Winkel, das iſt 90 Grad aus (§. 37.); auch kön-
nen zwey Linien, die auf einer dritten perpendicular ſte-
hen, von keiner Seite zuſammenſtoßen, wenn ſie gleich
unendlich fort verlängert werden, und ſind demnach pa-
rallel (§. 22.).

Zuſatz.

76. Vielweniger kann mehr als ein ſtumpfer Winkel in einem Triangel ſeyn (§. 18.).

Zuſatz.

77. Wenn man in einem Triangel einen Winkel von 180 Gr. abziehet; ſo bleibet die Summe der beyden übrigen übrig. Und wenn man die Summe zweyer von 180 Gr. wegnimmt, bleibet der dritte übrig.

Zuſatz.

78. Wenn in zweyen Triangeln zwey Winkel zweyen gleich ſind, muß auch der dritte in einem, dem dritten in dem andern gleich ſeyn (§. 25. Arithm.)

Lehrſatz.

III. 49. 79. **In einem gleichſchenklichten Triangel ABC ſind die Winkel an der Grundlinie x und y einander gleich, und die Perpendicular-Linie CD theilet ſowohl den Winkel C, als die Grundlinie AB und den Triangel in zwey gleiche Theile.**

Beweis.

Man theile die Linie AB in zwey gleiche Theile in D, und ziehe die Linie DC. Weil nun auch AC = CB (§. 19.), ſo iſt x = y und o = u, m = n, und △ ACD = △ CDB (§. 51.), folgends CD auf AB perpendicular (§. 17.) W. Z. E.

Zuſatz.

80. Alſo ſind in einem gleichſeitigen Triangel alle Winkel einander gleich, und folgends jeder 60 Grad, (§. 74.)

Lehr-

Lehrſatz.

81. Wenn die Winkel x und y an der III.
Grundlinie AB eines Triangels ACB einander 49.
gleich ſind: ſo ſind auch die Seiten AC und CB einander gleich.

Beweis.

Man ziehe die Linie CD dergeſtalt, daß $m = n$. Weil nun $x = y$, ſo iſt auch $o = u$ (§. 78.) und daher $AC = BC$ (§. 50.) W. Z. E.

Zuſatz.

82. Wenn alſo drey Winkel einander gleich ſind, und folgends ein jeder 60 Grad hält (§. 74.); ſo ſind alle drey Seiten einander gleich.

Lehrſatz.

83. Der Winkel an dem Mittelpunkte eines Circuls iſt zweymal ſo groß, wie der Winkel an der Peripherie, die mit ihm auf einem Bogen ſtehet.

Beweis.

1. $o = x + u$ (§. 74.) Weil aber $AC = BC$ III.
(§. 27.); ſo iſt $x = u$ (§. 79.) folgends $o = u +$ 50.
$u = 2u$.

2. $x = 2y$ und $u = 2o$, wie erſt n. 1. erwieſen III.
worden. Derowegen iſt $x + u = 2y + 2o$. (§. 24. 51.
Arithm.)

3. $o + x = 2u + 2y$ und $o = 2u$, wie n. 1. III.
erwieſen worden. Derowegen iſt $x = 2y$ (§. 25. 52.
Arithm.). W. Z. E.

Zuſatz.

84. Alſo hat der Winkel an der Peripherie ABD III.
zu ſeinem Maaſſe den halben Bogen AD, darauf er ſte- 50.
het; denn der ganze Bogen AD iſt das Maaß des Winkels bey dem Mittelpunkte ACD (§. 16.) Wenn der

III. Winkel ACB auf einem halben Circul ADB, oder HBK
54. auf einem gröſſeren Bogen HIK als einem halben Cir-
55. cul ſtehet; ſo iſt klar, daß der halbe Bogen AD des Winkels ACD und $\frac{1}{2}$ DB des Winkels DCB, gleichergeſtalt $\frac{1}{2}$ HI des Winkels HBI und $\frac{1}{2}$ IK des Winkels IBK, folgends $\frac{1}{2}$ ADB, oder ein Quadrant des Winkels ACB und $\frac{1}{2}$ HIK, oder mehr als ein Quadrant des Winkels HBK Maaß ſey.

Zuſatz.

III. 85. Wenn zwey oder mehrere Winkel ABC und
53. und ADC an der Peripherie eines Circuls ſich endigen, und auf einem Bogen AC ſtehen; ſo ſind ſie einander gleich (§. 35.).

Zuſatz.

III. 86. Jeder Winkel in einem halben Circul ABC
54. iſt ein rechter Winkel, denn er ſtehet auf einem halben Circul, und alſo iſt ſein Maaß ein Quadrant (§. 84.).

Zuſatz.

III. 87. Wenn der Winkel innerhalb einem Cirkul auf
55. einem kleineren Bogen DE als einem halben Circul ſtehet; ſo iſt er kleiner als ein rechter Winkel. Stehet er aber auf einem gröſſeren HDEK, ſo iſt er auch gröſſer als ein rechter Winkel (§. 86.), und dannenhero in dem erſten Falle ſpitzig, in dem andern ſtumpf (§. 18.).

Aufgabe.

III. 88. **Einen Winkelhacken zu probiren, ob**
54. **er richtig iſt, oder nicht.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet nach Belieben einen halben Zirkel ACB, und
2. ziehet nach Gefallen von beyden Enden des Diameters AB bis an die Peripherie die Linien AC und BC.

3. Le-

3. Leget den Winkelhacken mit ſeinem Winkel an den Punkt C. Wenn die Schenkel deſſelben die beyden Linien zugleich berühren; ſo iſt er richtig.

Beweis.

Der Winkel ACB iſt ein rechter Winkel (§. 86.). Wenn alſo der Winkelhacken ſich in denſelben ſchicket, ſo iſt er richtig (§. 30.) W. Z. E.

Aufgabe.

89. **Auf das Ende einer Linie einen Perpendicul aufzurichten.** III. 56.

Auflöſung.

1. Setzet den Zirkel in einem beliebten Punkt C, und thut ihn auf bis A.
2. Mit dieſer Weite bemerket auf der Linie AB den Punkt D.
3. Leget das Lineal auf D und C, und bemerket aus C mit unverrücktem Zirkel den Punkt E.
4. Endlich ziehet die Linie AF: ſo ſtehet ſie auf AB perpendicular.

Beweis.

Weil AC = CD = EC; ſo läſſet ſich aus C durch E, A und D ein halber Cirkel beſchreiben (§. 27. 36.). Derowegen iſt bey A ein rechter Winkel (§. 86.) und ſtehet die Linie FA auf AB perpendicular (§. 18.). W. Z. E.

Anders.

Man kann es auch durch Hülfe des Winkelhackens, wie oben (§. 70.) verrichten.

Aufgabe.

90. **Eine Linie AB in zwey gleiche Theile zu theilen.** III. 57.

Auflöſung.

1. Machet aus A und B nach Belieben Durchſchnitte in C und D.

2. Ziehet die Punkte derſelben mit einer geraden Linie DC zuſammen; ſo theilet ſie die Linie AB in zwey gleiche Theile.

Beweis.

Weil AC = CB und AD = DB, CD = CD (§. 20. Arithm.); ſo iſt o = y (§. 51.), und daher ferner auch in den Triangeln ACE und ECB, AE = EB (§. 49.) W. Z. E.

Anmerkung.

III. 91. Man kann es auch mechaniſch, das iſt, durch Verſu-
58. chen verrichten. Setzet nemlich einen Cirkel in A ein, und thut ihn nach dem Augenmaaße ſo weit auf, als beynahe die Hälfte der Linie AB beträget. Schneidet damit ein in C und gleichfalls aus B in D: ſo werdet ihr ohne Mühe durch das Augenmaaß den Punkt E finden können, wodurch AB in zwey gleiche Theile getheilet wird.

Lehrſatz.

III. **92. In einem Cirkul ſind die Sehnen glei-**
59. **cher Bogen AB und DE einander gleich: und wenn die Sehnen gleich ſind, ſo ſind auch die Bogen gleich.**

Beweis.

Man ziehe aus dem Mittelpunkte C die Radios AC, CB, CE und CD. Dieſelben ſind alle einander gleich (§. 27.) Weil nun ferner die Bogen AB und und DE gleich ſind; ſo müſſen auch die Winkel ACB und DCE gleich ſeyn (§. 35.) Derowegen iſt auch AB = DE (§. 49.): welches das erſte war.

Wenn AB = DE, ſo iſt o = x (§. 51.); folgends ſind die Bogen AB und DE einander gleich (§. 35.); welches das andere war.

Zuſatz.

93. Wenn man alſo einen Circul in gleiche Theile theilet, und die Sehnen der Bogen ziehet; ſo hat die Figur

Figur lauter gleiche Seiten (§. 92.); aber auch lauter gleiche Winkel (§. 85.) Derowegen iſt es eine reguläre Figur (§. 21.).

93 a) Eine Figur mag ſoviel Seiten haben, als man will; liegen nur ihre Winkelpunkte in dem Umfang eines einzigen Kreiſes, ſo hat ſie immer den nämlichen Flächeninhalt, ihre Seiten mögen, in welcher Ordnung man will, auf einander folgen.

Aufgabe.

94. **Einen Circulbogen in zwey gleiche Theile zu theilen.** III. 60.

Aufloͤſung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröffnung des Zirkels zwey Durchſchnitte in C und D.
2. Ziehet durch die Punkte C und D eine Linie; ſo iſt der Bogen AB in zwey gleiche Theile in E getheilet.

Beweis.

Die Linie CD theilet die Linie AB in F in zwey gleiche Theile, und machet bey F zwey rechte Winkel (§. 90. 18.) Derowegen iſt auch AE = BE (§. 49.), folgends ſind die Bogen AE und EB einander gleich (§. 92.). W. Z. E.

Lehrſatz.

95. **Die Perpendicular-Linie DA, welche die Sehne EF in G in zwey gleiche Theile theilet, gehet durch den Mittelpunkt des Circuls C, und theilet auch den Bogen EDF in zwey gleiche Theile. Und wenn aus dem Mittelpunkt des Circuls C ein Perpendicul CD auf die Sehne EF gezogen wird, theilet es ſowol ſie, als den Bogen EDF, in zwey gleiche Theile.** III. 61.

Beweis.

1. Weil EG = GF und bey G zwey rechte Winkel; ſo iſt EAD = DAF (§. 49.), und alſo ſind die Bogen ED und DF einander gleich (§. 85. 35.); welches das erſte war.

2. Es müſſen ferner die Sehnen EA und AF (§. 49.), und folgends die Bogen AF und EA (§. 92.) einander gleich ſeyn. Demnach iſt AE + ED + AF + FD (§. 24. Arithm.); und dannenhero AD der Diameter des Circuls, folgends gehet AD durch den Mittelpunkt (§. 13.): welches das andere war.

3. Wenn CG auf EF perpendicular ſtehet; ſo ſind bey G rechte Winkel (§. 18.) Da nun EC = CF (§. 27.); ſo iſt EG = GF und ECD = DCF (§. 71.); folgends ſind die Bogen ED und DF einander gleich (§. 35.); welches das dritte war.

Aufgabe.

III. 62. 96. **Einen Winkel BAC in zwey gleiche Theile zu theilen.**

Auflöſung.

1. Setzet den Zirkel in A, und bemerket mit beliebter Eröffnung die Punkte D und E.
2. Daraus machet einen Durchſchnitt in F und
3. ziehet die Linie AF: dieſe theilet den Winkel A in zwey gleiche Theile.

Beweis.

Weil AD = AE und DF = EF, AF = AF (§. 20. Arithm.); ſo iſt o = x (§. 51.) W. Z. E.

96 a) Die Theilung eines Winkels in 3 gleiche Theile iſt eine Aufgabe der höheren Geometrie.

Aufgabe.

III. 63. 97. **Durch drey gegebene Punkte A, B, C, einen Cirkul zu beſchreiben.**

Auf-

Auflöſung.

1. Machet aus A und B mit beliebter Eröffnung die Durchſchnitte D und E, und ziehet die Linie D E.
2. Gleichergeſtalt machet aus B und C die Durchſchnitte F und G, und ziehet die Linie F G.

Wo die beyden Linien F G und D E einander durchſchneiden, nemlich in H, daſelbſt iſt der Mittelpunkt des Circuls.

Beweis.

Wenn man von A bis B, ingleichen von B bis C eine Linie ziehet; ſo ſind ſelbige Sehnen zweyer Bogen von dem verlangten Circul (§. 13.) Nun ſtehen die beyden Linien D E und F G auf dieſen Sehnen A B und B C perpendicular, und theilen ſie in zwey gleiche Theile (§. 90.) Derowegen gehen beyde durch den Mittelpunkt des Circuls (§. 95.) Und iſt demnach derſelbe in H, wo die beyden Linien einander durchſchneiden. W. Z. E.

Aufgabe.

97 a) Aus einer Seite eines Dreyecks und dem gegenüberſtehenden Winkel den Halbmeſſer des Kreiſes zu finden, worinn ſich das Dreyeck verzeichnen läßt.

Auflöſung.

1. Die gegebene Seite ſey A B und der gegebene Winkel p; man verdoppele dieſen Winkel, und ziehe ihn verdoppelt von 180 Gr. ab. X. 138.
2. Den Reſt halbire man, und trage die Hälfte auf beyden Enden der gegebenen Linie A B, ſo daß x y dieſe Hälften ſind.
3. Der Punkt z, worin die Schenkel A F, B E einander durchſchneiden, iſt der Mittelpunkt des geſuchten Kreiſes.
4. Man mag nun aus A und B, in welchen Punkt der Peripherie man will (z. B. in C D) grade Linien zuſammenziehen, ſo hat man allemal das verlangte Dreyeck.

Beweis.

Es iſt $x + y = 180$ Gr. $- 2p$ und zugleich $= 180$ Gr. $- z$, alſo $z = 2p$; ferner die Winkel bey C, D $= \frac{1}{2} z$

 $= p$

= p (§. 83); alſo jedes Dreyeck ACB, ADB u. d. g. das in der Aufgabe beſtimmte.

Aufgabe.

III. 98. **Auf eine gegebene Linie AB ein Qua-**
64. **drat zu machen.**

Aufloͤſung.

1. Richtet in A einen Perpendicul auf (§. 70. 89.), und machet ihn ſo groß wie AB.

2. Aus C und B machet mit AB einen Durchſchnitt in D, und

3. ziehet die Linien CD und BD.

Aufgabe.

III. 99. **Aus zwey gegebenen Linien AC und**
65. **BC ein Rectangulum zu machen.**

Aufloͤſung.

1. Setzet BC auf AB perpendicular (§. 89.)

2. Ziehet aus A mit BC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den erſten in D durchſchneidet.

3. Endlich ziehet die Linie CD und DA.

Aufgabe.

III. 100. **Aus einer gegebenen Linie AB und**
66. **einem ſchiefen Winkel einen Rhombum zu machen.**

Aufloͤſung.

1. Setzet auf die Linie AB den gegebenen Winkel A (§. 48.) und machet AC = AB.

2. Aus C und B machet mit AB einen Durchſchnitt in D.

3. Ziehet die Linie CD und DB.

Auf-

Aufgabe.

101. **Aus zwey gegebenen Linien AB und AC nebſt einem ſchiefen Winkel A einen Rhomboidem zu machen.** III. 67.

Aufloͤſung.

1. Richtet in A an dem Ende der einen gegebenen Linie AB den gegebenen Winkel auf (§. 48.), und machet AC der andern gegebenen Linie gleich.
2. Ziehet aus B mit AC einen Bogen, und aus C mit AB einen andern, der den erſten in D durchſchneidet.
3. Endlich ziehet die beyden Linien CD und DB.

Lehrſatz.

102. **Ein Quadrat, Rectangulum, Rhombus und Rhomboides, wird von der Diagonallinie AD in zwey gleiche Theile getheilet; die beyden einander entgegengeſetzte Winkel ſind einander gleich, uud die entgegengeſetzte Seiten AB und CD, AC und BD parallel.** IV. 68.

Beweis.

In allen dieſen Figuren AC = DB und CD = AB (§. 20.) Derowegen ſind die Triangel ACD und ABD einander gleich, ingleichen x = x und o = o, u = u (§. 51.), folgends AB mit CD und AC mit BD parallel (§. 73.). W. Z. E.

Zuſatz.

103. Alſo ſind alle dieſe Vierecke Parallelogramma (§. 23.)

Lehrſatz.

103 a) **Die Winkel in jedem Viereck machen allemal zuſammen 360 Gr.**

Beweis.

Jedes Viereck laͤßt ſich durch eine Diagonale in zwey Dreyecke zerlegen, deren 6 Winkel die vier des Vierecks ausmachen,

machen, und die alſo zuſammen 2 × 180 Gr. = 360 Gr. betragen (§. 74.)

Lehrſatz.

103 b) Jedes Viereck wird durch fünf Stücke, worunter höchſtens drey Winkel ſeyn dürfen, beſtimmt.

Beweis.

Jedes Viereck läßt ſich durch eine Diagonale in zwey Dreyecke zerlegen, welche völlig beſtimmt ſind, wenn von jedem drey Stücke gegeben ſind. Sind nun 5 Stücke vom Viereck gegeben, ſo hat man allemal drey Stücke von dem einen Dreyeck, das alſo nebſt der Diagonale beſtimmt iſt. Die beyden andern Stücke aber beſtimmen nunmehr nebſt der Diagonale auch das andere Dreyeck.

Aufgabe.

103 c) Aus 5 gegebenen Stücken eines Vierecks, worunter höchſtens 3 Winkel begriffen ſind, das Viereck zu verzeichnen.

I.

Aus drey Seiten und zween einander gegenüber ſtehenden Winkeln.

Auflöſung.

X. Es ſeyen die Seiten Mm, MN, Nn nebſt den beyden
139. Winkeln x und y gegeben:

1. Aus den beyden Seiten MN, Mm und dem eingeſchloſſenen Winkel y verzeichne man das Dreyeck MmN.
2. Nun beſchreibe man einen Kreis, worin die Punkte N und m nebſt der Spitze des Winkels x liegen (§. 97 a).
3. Die gegebene Linie Nn faſſe man mit dem Zirkel, und beſchreibe damit aus N einen Bogen ab; wo dieſer den Kreis durchſchneidet, da iſt der vierte Punkt des Vierecks.

II.

Aus zween einander nicht gegenüberſtehenden Winkeln und drey Seiten, welche einen der gegebenen Winkel einſchließen.

Auflöſung.

Man verzeichnet zuerſt das eine Dreyeck, welches aus den beyden gegebenen Seiten mit dem gegebenen eingeſchloſ-

ſenen

ſenen Winkel beſteht, und ſetzt dann das andere ohne Mühe an.

III.

Aus drey Seiten und den beyden Winkeln, welche auf der unbekannten Seite liegen, d. i. aus AB, AD, DC und den beyden Winkeln x und y.

Aufloͤſung.

1. Man verzeichne zuerſt eine gegebene Seite mit dem gegebenen anliegenden Winkel, z. B. die Seite AB mit dem Winkel x, unter welchem man die grade Linie BE von unbeſtimmter Länge anſetzt. X. 140.

2. Durch einen in BE willkühflich angenommenen Punkt m ziehe man unter dem Winkel Bmn, der dem gegebenen gleich iſt, eine grade Linie mn, welche der gegebenen CD gleich iſt.

3. Durch n ziehe man eine grade Linie FG der BE parallel.

4. Aus A beſchreibe man mit einem Halbmeſſer, welcher der gegebenen Seite AD gleich iſt, einen Bogen pq, welcher die grade Linie FG in D durchſchneidet.

5. Jetzt ziehe man aus D auf BE eine Linie DC der mn gleichlaufend, und zugleich die Linie DA, ſo hat man das geſuchte Viereck ABCD.

IV.

Aus drey Seiten und zween Winkeln, welche beyde zwiſchen den gegebenen Seiten liegen.

Die Aufloͤſung ergiebt ſich aus der bekannten Verzeichnung der Dreyecke.

V. u. VI.

Aus 2 Seiten und 3 Winkeln.

1ter Fall, wenn die zwo Seiten an einander liegen.

Aufloͤſung.

Die bekannte Verzeichnung der Dreyecke iſt hier ſchon hinreichend.

2ter Fall, wenn die zwo Seiten einander gegenůber liegen, z. B. BC, AD.

Auf-

Auflöſung.

1. Man ziehe die eine Seite BC und von deren Endpunkten unter den gegebenen Winkeln x und y unbeſtimmte grade Linien BE, CF.

2. Durch einen willkührlich in BE angenommenen Punkt ziehe man unter dem gegebenen Winkel v die grade Linie mn ſo groß als die gegebene AD.

3. Durch n ziehe man nD der BE gleichlaufend.

4. Zieht man nun durch den Durchſchnittspunkt D die Linie DA der mn parallel, ſo ergiebt ſich das verlangte Viereck ABCD.

Aufgabe.

104. **Den Winkel in einem regulären Vielecke zu finden.**

Auflöſung.

1. Theilet 360 durch die Zahl der Seiten des Vieleckes.

2. Was herauskommet, ziehet von 180 ab; ſo bleibet die Zahl der Grade für den gegebenen Winkel übrig.

Z. E. Im Sechsecke dividiret 360 durch 6, und ziehet den Quotienten 60 von 180 ab: ſo kommet für den Winkel des Sechsecks ABC 120 Gr.

Beweis.

IV. Es ſey ABC der verlangte Winkel. Man beſchrei-
69. be durch die drey Punkte A, B, C, einen Circul (§. 97.). Weil AB = BC (§. 21.); ſo ſind auch die Bogen AB und BC einander gleich (§. 92.). Da nun AD, der halbe Bogen ADC, das Maaß des Winkels B iſt (§. 84.); ſo darf man nur den Bogen AB von dem halben Cirkul BAD abziehen; wenn man den Bogen AD oder den Winkel B wiſſen will. W. Z. E.

Auf-

Aufgabe.

105. **In einem jeden Vielecke die Summe aller Winkel zu finden.** IV. 70.

Auflöſung.

1. Multipliciret 180 durch die Zahl der Seiten.
2. Von dem Produkte ziehet 360 ab; ſo bleibet die Summe der Winkel übrig. Z. E.

	180		180
V Ecke	5	VI Ecke	6
	900		1080
	360		360
	540		720

Beweis.

Ein jedes Vieleck kan aus einem angenommenen Punkte F in ſo viel Triangel getheilet werden, als Seiten ſind. Wenn ihr 180 durch die Zahl der Seiten multipliciret, ſo kommen die Winkel in allen Triangeln heraus (§. 74.) Die Winkel um den Punkt F gehören nicht zu dem Vielecke, machen aber jederzeit 360 Gr. (§. 42.) Derowegen, wenn ihr 360 von oben gefundenem Produkte abziehet, bleibet die Summe der Polygon-Winkel übrig. W. Z. E. IV. 70.

Aufgabe.

106. **Auf eine gegebene Linie AB ein begehrtes reguläres Vieleck zu beſchreiben.** IV. 71.

Auflöſung.

1. Traget in A und B die halben Polygonwinkel, ſo werden ſich die Seiten des gleichſchenklichten Triangels ABC in Mittelpunkte des Circuls C durchſchneiden.
2. Beſchreibet aus C mit CA den Circul, und traget die Seite AB darinnen herum.

Auf-

Aufgabe.

IV. 107. In einem gegebenen Circul ein regu-
72. läres Vieleck zu beſchreiben.

Auflöſung.

1. Dividiret 360 durch die Zahl der Seiten; ſo habet ihr die Gröſſe des Winkels ACB.
2. Dieſen traget an den Mittelpunkt des Circuls C (§. 48.); ſo giebet ſich die Seite des Vielecks AB, die ihr
3. in dem Circul herumtragen könnet.

Lehrſatz.

IV. 108. Die Seite des Sechsecks AB iſt dem
72. Radio des Circuls AC gleich.

Beweis.

Der Winkel ACB iſt 60 Gr. (§. 104.). Dannenhero ſind die übrigen A und B 120 Gr. (§. 77.) Weil nun AC = BC (§. 27.): ſo iſt auch A = B (§. 79.), folgends iſt jeder von beyden 60 Gr., und alſo dem Winkel C gleich. Derowegen iſt auch AB = AC (§. 82.). W. Z. E.

Zuſatz.

109. Alſo darf man nur den Radium ſechsmal in dem Circul herumtragen, wenn man in demſelben ein Sechseck beſchreiben ſoll.

Zuſatz.

110. Und wenn man auf eine gegebene Linie ein Sechseck machen ſoll, darf man nur einen gleichſeitigen Triangel auf dieſelbe ſetzen (§. 53), ſo iſt die Spitze C der Mittelpunkt des Circuls, darin es kommen ſoll.

Aufgabe.

IV. 111. Aus allen Seiten der Figur, und drey
73. Diagonalen weniger, als Seiten ſind, eine jede Figur zu zeichnen.

Auf-

Aufloͤſung.

Weil eine jede Figur durch Diagonallinien in zwey Triangel weniger, als Seiten ſind, zertheilet wird; ſo hat man nichts noͤthig, als (§. 55.) immer einen Triangel auf den andern zu ſetzen.

Aufgabe.

112. **Aus allen Seiten der Figur, und drey Winkeln weniger, als Seiten ſind, eine jede Figur zu zeichnen.** IV. 74.

Aufloͤſung.

1. Ziehet die Linie AB, ſo einer Seite gleichet, und traget auf A und B die gehoͤrigen Winkel A und B (§. 48.): ſo laſſen ſich
2. die beyden Seiten EA und CB anſetzen.
3. Wenn ihr nun in E den gehoͤrigen Winkel hinſetzet (§. 48.); ſo laͤſſet ſich ED anſetzen, und DC ziehen.
4. Oder mit den letzten beyden ED und CD machet aus E und C einen Durchſchnitt in D, ſo iſt die Figur geſchloſſen.

Anmerkung.

113. Wenn alle Winkel weniger einen gegeben werden; ſo duͤrfen zwey Seiten nicht gegeben werden.

Aufgabe.

114. **Ein Quadrat auszumeſſen.** IV. 75.

Aufloͤſung.

1. Meſſet die Seite des Quadrats, und
2. multipliciret ſie durch ſich ſelbſt; ſo kommet der Inhalt der Flaͤche heraus.

Seite des Quadrats	345″
	345
	1725
	1380
	1035
Inhalt der Fläche	119025″

Beweis.

Wenn man eine Fläche ausmeſſen will, muß man auch eine Fläche zum Maaßſtabe annehmen. Da nun das Quadrat lauter rechte Winkel und gleiche Seiten hat, iſt ſelbiges zum Maaßſtabe anzunehmen beliebet worden. Und demnach heiſſet eine Quadratruthe ein Quadrat, welches eine Ruthe lang und eine Ruthe breit iſt; ein Quadratſchuh ein Quadrat, ſo einen Schuh lang und einen Schuh breit iſt, u. ſ. w. Wenn nun
IV. die Seite AB z. E. in vier gleiche Theile eingetheilet iſt,
75. oder 4 Schuhe hält; ſo iſt klar, daß man finden kann, wie viel ſchuhige Quadrate oder Quadratſchuhe in dem großen Quadrate ABCD enthalten ſind, wenn man die Seite AB mit ſich ſelbſt multipliciret. Denn im groſſen Quadrat müſſen ſo viel Reihen der kleineren ſeyn, und in jeder Reihe ſo viel kleine Quadrate, als die Seite AB Theile hat.

Zuſatz.

115. Wenn die Seite des Quadrats 10 iſt: ſo wird der Inhalt deſſelben 100 ſeyn. Da nun eine Ruthe im Längenmaaße 10 Schuhe hat, ein Schuh 10 Zoll u. ſ. w. ſo muß im Flächenmaaße eine Quadratruthe 100 Schuhe, ein Quadratſchuh 100 Quadratzolle u. ſ. w. haben.

Zuſatz.

116. Daher kann man eine gegebene Zahl gar leicht in Quadratzolle, Quadratſchuhe, Quadratruthen reſolviren, wenn man nur von der Rechten gegen die

Linke

Linke 2 Zahlen für die Zolle, 2 für die Schuhe abſchneidet; denn das übrige bleibet für die Ruthen. Z. E. wenn man 119025 Zolle hat, ſo ſind es 11 Ruthen, 90 Schuhe 25 Zolle.

Aufgabe.

117. **Ein** Rectangulum ABCD **auszumeſſen.** IV. 76.

Aufloͤſung.

1. Meſſet die Breite AB, ingleichen die Hoͤhe BC.
2. Multipliciret jene durch dieſe; ſo kommet der verlangte Inhalt der Figur heraus.

Z. E. Es ſey AB = 3° 4′ 5″
AD = 1 2 3

1035
690
345

ſo iſt der Inhalt = 4° 2 4′ 3 5″

Beweis.

Der Beweis iſt eben wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Lehrſatz.

118. **Zwey** Parallelogramma ABDC **und EFDC, die Eine** Baſin **oder Grundlinie CD und Eine Hoͤhe AC haben, ſind einander gleich.** IV. 77.

Beweis.

Weil AC = BD, EC = FD und AE = BF (§. 20. Geom. und §. 24. Arithm.); ſo iſt △ AEC = △ BFD (§. 51.), folgends, wenn man beyderſeits den Triangel BEG wegnimmt, ABGC = EGDF (§. 25. Arithm.) Addiret man nun beyderſeits den Triangel CGD; ſo iſt auch ABCD = ECDF (§. 24. Arithm.) W. Z. E.

Zuſatz.

119. Alſo müſſen auch die Triangel, ſo gleiche Grundlinien und Höhen haben, einander gleich ſeyn (§. 102.).

Zuſatz.

120. Ein Triangel iſt die Hälfte des Parallelogrammi, wenn er mit ihm eine gleiche Grundlinie hat, und zwiſchen einerley Parallellinien ſtehet (§. 22.).

Aufgabe.

IV. 121. Den Inhalt eines Rhombi und Rhom-
78. boidis auszurechnen.

Auflöſung.

1. Nehmet die eine Seite AB für die Grundlinie an, und laſſet darauf aus C ein Perpendicul CE fallen (§. 69.).
2. Multipliciret die Grundlinie AB durch die Höhe CE; ſo kommet der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es ſey

AB =			4	5	6″
CE =			2	3	6
		1	8	2	4
	1	3	6	8	
	9	1	2		

ſo iſt der Inhalt = 10°6 7′ 0 4″

Beweis.

Der Rhombus oder Rhomboides ABCD iſt gleich einem Rectangulo, deſſen Grundlinie AB, die Höhe aber CE iſt (§. 118. 103.). Nun findet man den Inhalt des Rectanguli, wenn man AB durch CE multipliciret (§. 117.). Derowegen wird der Inhalt des Rhombi und Rhomboidis gleichfalls geſunden, wenn man AB durch CE multipliciret. W. Z. E.

Auf-

Aufgabe.

122. **Den Inhalt eines jeden Triangels zu finden.** IV. 79.

Auflöſung.

1. Nehmet die Seite AB für die Grundlinie an, und laſſet darauf aus C die Perpendicularlinie CD fallen (§. 69.)
2. Meſſet die Linie AB und CD, und multipliciret ſie durch einander.
3. Was herauskommt, dividiret durch 2; ſo habet ihr den Inhalt des Triangels.

Beweis.

Wenn ihr AB durch CD multipliciret; ſo habet ihr den Inhalt eines Parallelogrammi, deſſen Seiten AB und DC ſind (§. 117. 121.). Da nun der Triangel die Hälfte von dieſem Parallelogrammo iſt (§. 120.); ſo dürfet ihr den gefundenen Inhalt nur durch 2 dividiren, um den Inhalt des Triangels zu haben. W. Z. E.

Anders.

Man darf nur die Grundlinie AB durch die halbe Höhe CD, oder auch die Höhe CD durch die halbe Grundlinie AB multipliciren, wenn man den Inhalt des Triangels haben will; wie aus beygeſetztem Exempel zu erſehen.

AB 3° 4′ 2″	AB 3° 4′ 2″	½ AB 1° 7′ 1″
CD 2 3 4	½ CD 1 1 7	CD 2 3 4
1 3 6 8	2 3 9 4	6 8 4
1 0 2 6	3 4 2	5 1 3
6 8 4	3 4 2	3 4 2
8 0 0 2 8	4 0 0 1 4 ACB	4 0 0 1 4
2) ————		
4 0 0 1 4 ACB		

Aufgabe.

IV. 123. **Den Inhalt einer geradlinichten Fi-**
80. **gur zu finden.**

Auflöſung.

Weil jede Figur ſich aus einem Winkel B durch die Diagonallinie EB, BD, in ſo viel Triangel zertheilen läſſet, als Seiten ſind, weniger zwey, als z. E. das Fünfeck ABCDE in drey Triangel ABE, BED und BCD, ſo darf man nur nach der vorhergehenden Aufgabe jeden Triangel beſonders ausrechnen, und ſie hernach in eine Summe addiren.

Oder, wenn zwey Höhen CF und EG auf eine Grundlinie gezogen werden; ſo kann man das Trapezium EBCD auf einmal finden, wenn man entweder die halbe Grundlinie BD durch die Summe der Höhen EG und CF, oder die ganze Grundlinie durch die halbe Summe der Höhen multipliciret.

Exempel.

$\frac{1}{2}BD = 4°\,3'$ $\quad \frac{1}{2}BD = 4°\,3'$ $\quad \frac{1}{2}EB = 4°\,2'$

$CF = 3\;5$ $\quad EG = 4\;5$ $\quad AH = 3\;0$

215 $\quad$ 215 $\quad \triangle AEB = 1260'$

129 $\quad$ 172

$\triangle BCD = 1505,\ \triangle EBD = 1935'$

$\triangle AEB = 1260$

$\triangle BCD = 1505$

Inhalt der Figur $= 4700'$

Zuſatz.

IV. 124. Ein reguläres Vieleck kann aus dem Mit-
81. telpunkt C des Circuls, darein es ſich beſchreiben läſſet, in ſo viel gleiche Triangel, als Seiten ſind, eingetheilet werden. Denn die Grundlinien dieſer Triangel AB, BE, EF, &c. ſind einander gleich (§. 21.), und die Schenkel derſelben AC, CB, CE, CF &c. gleichfalls (§. 27.)

(§. 27.) Derowegen ſind auch die Triangel ſelbſt einander gleich (§. 51.) Wenn ihr nun den Inhalt eines von dieſen Triangeln findet (§. 122.), und denſelben durch die Zahl der Seiten multipliciret; ſo kommet der Inhalt des Vielecks heraus.

Z. E. $\frac{1}{2}$ AB =	2° 7′
DC =	2 9
	2 4 3
	5 4
△ ABC	7 8 3′
Zahl der Seiten	5
Inhalt des Vcks =	39° 1 5′.

Zuſatz.

125. Daher iſt ein reguläres Vieleck einem Triangel gleich, deſſen Grundlinie ſo groß iſt, wie die Peripherie des ganzen Vieleckes, die Höhe aber ſo groß als die Höhe CD eines von den Triangeln, in welche er aus dem Mittelpunkte C zertheilet worden (§. 119.). IV. 82.

Zuſatz.

126. Wenn man die Seiten des Vielecks, ſo in einem Circul beſchrieben worden, unendlich klein annimmt, ſo werden ſie ſich endlich in der Peripherie des Circuls verlieren. Und alsdann wird die Höhe der Triangel CD mit dem Radio BC übereinkommen. Derowegen iſt der Circul einem Triangel gleich, deſſen Grundlinie ſo groß iſt, als die Peripherie des Circuls, die Höhe aber dem Radio deſſelben gleich (§. 125.) IV. 81.

Zuſatz.

127. Der Ausſchnitt eines Circuls ACB iſt alſo einem Triangel gleich, deſſen Grundlinie ſo groß, als der Bogen AB, die Höhe aber ſo groß, als der Radius AC. IV. 83.

Zuſatz.

128. Wenn alſo die Peripherie und der Diameter eines Circuls gegeben werden; ſo kann man den Inhalt finden, wenn jene durch den vierten Theil von dieſem multipliciret wird.

Anmerkung.

129. Es haben ſich von alten Zeiten her viele unterwunden, die wahre Verhältniß des Diameters eines Circuls zu ſeiner Peripherie zu erfinden; allein es iſt noch keinem gelungen, unerachtet heut zu Tage die Kunſt zu erfinden, bey den Mathematikern ſehr hoch geſtiegen. Unterdeſſen haben ſich einige mit gutem Fortgange bemühet, eine Verhältniß auszurechnen, die beynahe zutrift. Archimedes hat in einem Büchlein von der Circul-Meſſung in dem andern Lehrſatze zuerſt erwieſen, daß der Diameter eines Circuls zu ſeiner Peripherie ſich beynahe verhalte, wie 7 zu 22. Weil aber die Verhältniß in großen Circuln etwas zu viel bringet, haben andere eine genauere geſuchet. Niemand aber hat ſich in dieſem Stücke mehr Mühe gegeben, als Ludolph von Cölln, welcher endlich herausgebracht, daß, wenn der Diameter des Circuls 100 000 000 000 000 000 000 iſt, die Peripherie beynahe 314 159 265 358 979 323 846 ſey. Allein da dieſe Zahlen im Rechnen viel zu weitläuftig ſind: nimmt man beyderſeits die erſten drey Ziffern, und ſetzet die Verhältniß des Diameters zu der Peripherie des Circuls, wie 100 zu 314, in welcher Ptolomäus, Vieta, Hugenius und Ludolph von Cölln, übereinkommen. In kleinen Zahlen iſt keine genauere Verhältniß, als Adrianus Metius gegeben, wie 113 zu 355. Daß aber alle Diameter zu ihren Peripherien einerley Verhältniß haben, iſt leicht zu begreifen. Denn wenn in verſchiedenen Circuln die Diameter zu ihren Peripherien verſchiedene Verhältniß hätten: könnten ſie dadurch von einander unterſchieden werden, und daher unmöglich einander ähnlich ſeyn, welches doch oben erwieſen worden (§. 34.).

129 a) Unten (§. 145 a) ſollen noch einige hierher gehörige Bemerkungen nachgeholt werden.

Lehrſatz.

130. **Der Inhalt des Circuls verhält ſich zum Quadrate ſeines Diameters, wie beynahe 785 zu 1000.**

Beweis.

Beweis.

Wenn der Diameter 100 Theile hat, bekommet die Peripherie 314. (§. 129.); alſo iſt der Inhalt des Circuls 7850 (§. 128.), das Quadrat des Diameters aber 10000 (§. 114.); folgends verhält ſich jener zu dieſem, wie 6850 zu 10000, das iſt, wenn man beyderſeits mit 10 dividiret, wie 785 zu 1000 (§. 59. Arithm.) W. Z. E.

Lehrſatz.

131. **Die Flächen der Circul verhalten ſich gegen einander, wie die Quadrate ihrer Diameter.**

Beweis.

Wie ſich die Fläche des einen Circuls zu dem Quadrate ſeines Diameters, ſo verhält ſich die Fläche des andern Circuls zu dem Quadrate ſeines Diameters, (§. 120. 130.) Derowegen verhält ſich auch die Fläche des einen Circuls zu der Fläche des andern, wie das Quadrat des einen Diameters zu dem Quadrate des andern (§. 83. Arithm.). W. Z. E.

Aufgabe.

132. **Es wird gegeben der Diameter des Circuls, man ſoll die Peripherie finden.**

Auflöſung.

Suchet zu 100; 314 und dem gegebenen Diameter die vierte Proportionalzahl (§. 85. Arithm.) Dieſe iſt die verlangte Peripherie (§. 129).

Es ſey der Diameter 56'. Sprechet

$$100 : 314 = 56 : x$$

$$\begin{array}{r} 56 \\ \hline 1884 \\ 1570 \\ \hline 17^{\circ}5'8''4''' \end{array}$$ Peripherie des Circuls = x.

Aufgabe.

133. Es wird gegeben die Peripherie des Circuls (17584'''), man ſoll den Diameter finden.

Auflöſung.

Suchet zu 314, 100 und der gegebenen Peripherie 17584'' die vierte Proportionalzahl (§. 85. Arithm.); ſo kommet der verlangte Diameter 56' heraus (§. 129.).

```
314 = 100 : 17584 : x
              100
          -------
          1758400
 18      |
 202     |
 1758400 | 5°6'0''0''' Diameter. = x
 31444   |
  3111   |
   33    |
```

Aufgabe.

134. Es wird gegeben der Diameter (oder die Peripherie) des Circuls, man ſoll den Inhalt deſſelben finden.

Auflöſung.

1. Suchet erſtlich die Peripherie (§. 132.), oder den Diameter (§. 133.).
2. Multipliciret die Peripherie durch den vierten Theil des Diameters (§. 128.).

Z. E. Es ſey der Diameter 5600'''; ſo iſt die Peripherie 17584'''; folgends der Inhalt des Circuls 24617600'''.

Anders.

Multipliciret den Diameter (56') durch ſich ſelbſt, und ſuchet zu 1000; 785 und dem gefundenen Quadrate

te des Diameters 3136 die vierte Proportionalzahl, 246176″ (§. 85. Arithm.); ſo habet ihr den verlangten Inhalt des Circuls (§. 130.).

Aufgabe.

135. **Es wird gegeben der Inhalt des Circuls, man ſoll den Diametrum finden.**

Auflöſung.

1. Suchet zu 785; 1000 und dem gegebenen Inhalt des Cirkuls 246176″ die vierte Proportionalzahl 313600 (§. 85. Arithm.)
2. Hieraus ziehet die Quadratwurzel 56. (§. 77. Arithm.), dieſe iſt der verlangte Diameter (§. 130.).

Zuſatz.

136. Wollet ihr die Peripherie wiſſen, ſo könnet ihr, nachdem der Diameter bekannt worden, dieſelbe nach (§. 132.) ſuchen.

Aufgabe.

137. **Es wird gegeben der Radius des Circuls AC (6′) und die Gröſſe des Bogens AB (6°), man ſoll den Inhalt des Ausſchnittes oder Sectoris ABC finden.** IV. 83.

Auflöſung.

1. Suchet zu 100; 314 und dem Radio AC (§. 85. Arithm.) die vierte Proportionalzahl 1884‴. Dieſe iſt die halbe Peripherie (§. 132. Geom. und §. 59. Arithm.)
2. Suchet ferner zu 180 Gr., dem gegebenen Bogen 6 Gr. und der gefundenen halben Peripherie 1884‴ die vierte Proportionalzahl $62\frac{4}{5}$‴ (§. 85. Arithm.) ſo iſt euch der Bogen AC in Linien bekannt.

3. Die-

3. Dieſe multipliciret durch den vierten Theil des Diameters 300‴; ſo kommet der Inhalt des Ausſchnittes ABC 18840″ heraus (§. 123. 127.)

Lehrſatz.

IV. 138. **Wenn zwey Parallelogramma ABCD**
84. **und BEFD einerley Höhe AC haben; verhalten ſie ſich gegen einander wie ihre Grundlinien CD und DF: hingegen wie ihre Höhen, wenn die Grundlinien gleich ſind.**

Beweis.

Den Inhalt des Parallelogramms AD bekommet man, wenn man ſeine Grundlinie CD durch AC multipliciret; hingegen den Inhalt des Parallelogramms BF, wenn ſeine Grundlinie DF durch AC multipliciret wird (§. 117.) Alſo verhalten ſich die beyden Parallelogrammen, wie die Produkte aus AC in CD, und aus AC in DF, das iſt, wie CD zu DF (§. 59. Arithm.): welches das erſte war.

Auf eben ſolche Art wird erwieſen, daß wenn die Grundlinien gleich ſind, die Parallelogrammen ſich wie die Höhen verhalten: welches das andere war.

Zuſatz.

139. Weil jeder Triangel als die Hälfte eines Parallelogramms betrachtet werden kann (§. 120.); ſo müſſen auch die Triangel von gleicher Höhe ſich wie ihre Grundlinien; und die auf gleichen Grundlinien, wie ihre Höhen verhalten.

Aufgabe.

V. 140. **Ein Parallelogramm ABEC aus ei-**
85. **nem gegebenen Punkte D in zwey gleiche Theile zu theilen.**

Aufloͤſung.

Machet EF = AD, und ziehet die Linie DF; ſo ſind die beyden Trapezia ADFC und DB″EF einander gleich.

Beweis.

Beweis.

Die Triangel ABC und BCE ſind einander gleich (§. 102.) Weil AB = EC und dieſe Linien einander parallel (§. 102.), über dieſes AD = EF; ſo iſt ferner o = x und y = u (§. 72.), und FC = DB (§. 25. Arithm.). Derowegen iſt auch △ DBG = △ GCF (§. 50.), folgends das Trapezium ACFD dem Trapezio DFEB gleich (§. 24. 25. Arithm.). W. Z. E.

Aufgabe.

141. **Es wird gegeben der Inhalt eines Triangels (36′) und ſeine Grundlinie (18′) man ſoll die Höhe finden.**

Auflöſung.

Durch die halbe Grundlinie (9′) dividiret den Inhalt des Triangels (36′); ſo kommet die Höhe (4′) heraus (§. 122.).

Aufgabe.

142. **Eine jede gradlinichte Figur in ſo viel Theile zu theilen, als man begehret.**

Auflöſung.

1. Rechnet den Inhalt der Figur aus (§. 123.) und theilet ihn in die begehrten Theile, z. E. in drey. V. 86.
2. Den Inhalt des Triangels AED ziehet von dem dritten Theile der Figur ab, und was übrig bleibet, dividiret durch $\frac{1}{2}$ AD; ſo kommet die Höhe des Triangels ADI heraus, den man noch zu AED hinzuſetzen muß, damit AEDI der dritte Theil der Figur wird (§. 141.)
3. In der Weite dieſer Höhe ziehet mit DA eine Parallellinie (§. 67.), welche AB in I durchſchneidet; ſo könnet ihr die Linie DI ziehen.
4. Halbiret den dritten Theil der Figur, und dividiret die Hälfte durch $\frac{1}{2}$ DI, ſo kommet die Höhe des Triangels DIK heraus, die dem ſechſten Theile der Figur gleich iſt.

5. In

5. In der Weite gedachter Höhe ziehet mit DI eine Parallellinie (§. cit.), damit ſich der Punkt K giebet.

6. Den ſechſten Theil der Figur dividiret durch $\frac{1}{2}$DK, und mit der Weite des Quotienten ziehet wie vorhin eine Linie mit DK parallel, damit ihr den Punkt L findet, und folgends die Linie LK ziehen könnet, welche den anderen Theil DIKL abſchneidet, und zugleich den dritten LKBC giebet.

Z. E. Es ſey AD 516″, AC 580″, EH 154″, BG 315″, DF 375″,; ſo iſt AED 39732″, ABC 91350″ ADC 108750″ und daher die ganze Figur 239832″, der dritte Theil 79944″, der ſechſte 39972″, die Höhe des △DIA 156″, $\frac{1}{2}$DI 265″, die Höhe des △DIK 151″, $\frac{1}{2}$DK 287″, und die Höhe des △DKL 139″.

Anmerkung.

143. Wenn die Eintheilung auf dem Papier geſchehen: ſo werden auf dem Felde die Punkte I, K und L durch die Gröſſe der Linien AI, IK und DL leicht gefunden.

Lehrſatz.

V. 87. 144. **In einem rechtwinklichten Triangel ABC iſt das Quadrat ACFG der größten Seite AC den Quadraten BCED und ABIH der beyden übrigen Seiten BC und BA gleich.**

Beweis.

Man ziehe die Linien AE und BF, ingleichen BK mit AG parallel (§. 67.). Weil der Triangel BCF mit dem Rectangulo LCFK eine Grundlinie CF hat, und mit ihm zwiſchen den beyden Parallellinien CF und BK ſtehet; ſo iſt er die Hälfte von demſelben (§. 120.). Eben ſo, weil der Triangel ACE mit dem Quadrate BCED eine Grundlinie CE hat, und zwiſchen den beyden Parallellinien AD und CE ſtehet; ſo iſt er die Hälfte von dem-

demſelben (§. 120.). Nun iſt $CF = AC$ und $BC = CE$ (§. 20.), und der Winkel ACE dem Winkel BCF gleich (§. 24. Arithm.) weil nemlich $ACF = BCE = 90°$ (§. 20. 37.). Derowegen ſind die ganzen Triangel ACE und BCD (§. 49.), folgends auch das Quadrat BDEC und das Rectangulum LCFK einander gleich (§. 26. Arithm.)

Da nun auf gleiche Weiſe erwieſen wird, daß das Quadrat AHBI dem Rectangulo ALKG gleich ſey; ſo iſt klar, daß die beyden Quadrate AHIB und BCDE zuſammengenommen dem Quadrate AGFC gleich ſind. W. Z. E.

Anmerkung.

145. Dieſer Lehrſatz wird von ſeinem Erfinder Pythagoras der Pythagoriſche Lehrſatz, und wegen ſeines vortreflichen Nutzens durch die ganze Mathematik von einigen Magiſter Matheſeos genennet.

145 a) Die Wahrheit des Pythagoriſchen Lehrſatzes ließe ſich auch auf folgende Art beweiſen:

1. aBb ſey ein rechtwinklichtes Dreyeck; $Bb = b$, $Ba = a$; nun verlängere man die beyden Seiten Bb, Ba ſo daß $BC = BA = a + b$ wird, und verzeichne das Quadrat ABCD. IX. 5.
2. Jetzt nehme man $Cc = Dd = b$, und verzeichne das Viereck abcd, welches ein Quadrat iſt, weil es 4 gleiche Seiten hat, und überdas jeder Winkel $z = 180$ Gr. $- (x + y) = 90$ Gr. iſt.
3. Der Flächeninhalt des Quadrats ABCD ſey $= F$, der des Quadrats abcd $= \beta$, und der von jedem der 4 rechtwinklichten Dreyecke $= \alpha$, ſo iſt $F = \beta + 4\alpha$; es iſt aber auch $F = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; alſo $\beta + 4\alpha = a^2 + 2ab + b^2$; oder, weil $\alpha = \frac{ab}{2}$ iſt, $\beta + 2ab = a^2 + 2ab + b^2$; demnach $\beta = a^2 + b^2$.

145 b) Es hat ſeinen ſehr großen Nutzen für Anfänger der Mathematik, wenn man ihre Denkkraft frühzeitig durch mancherley Zuſammenſtellung und Anwendung ſchon erlern-

ter

ter Sätze zu ſchärfen ſucht. Die Ideen werden dadurch vervielfältigt, der Verſtand auf die Verbindung dieſer Ideen zur Erfindung neuer Wahrheiten geleitet, und eben hierdurch der Erfindungsgeiſt und Scharfſinn frühzeitig rege gemacht.

145 c) Wenn man den Halbmeſſer eines Kreiſes = 1 ſetzt, ſo weiß man aus (§. 109.), daß auch die Seite des VIecks = 1 iſt. Hieraus läßt ſich nun mittelſt des Pythagoriſchen Lehrſatzes die Seite des XIIecks durch Ausziehung der Quadratwurzel ſo genau man will finden. Nämlich $\sqrt{(1 - \frac{1}{4})}$ oder $\sqrt{0{,}75} = 0{,}866025 \ldots$ iſt das Perpendikel aus des Kreiſes Mittelpunkt auf die Seite des VIecks; und nun iſt die Verlängerung dieſes Perpendikels bis zur Peripherie

$$= 1 - 0{,}866025 \ldots = 0{,}133975;$$

alſo die Seite des XIIecks

$$= \sqrt{(\tfrac{1}{4} + 0{,}133975^2)} = \sqrt{0{,}26794930 \ldots} = 0{,}51763 \ldots$$

Das Perpendikel aus des Kreiſes Mittelpunkt auf die Seite des XIIecks iſt nun

$$\sqrt{\left(1 - \left(\frac{0{,}51763}{2}\right)^2\right)} = 0{,}9659,$$

alſo die Verlängerung dieſes Perpendikels bis zur Peripherie

$$= 1 - 0{,}9659 = 0{,}0340,$$

und nun die Seite des XXIVecks

$$= \sqrt{\left(\left(\frac{0{,}51763}{2}\right)^2 + 0{,}034^2\right)}.$$

u. ſ. f. Berechnet man nun jedesmal ſehr viele Decimalſtellen, und ſetzt dieſe Berechnung z. B. bis zur Seite des 3072ecks fort, ſo hat man die Seite eines Vielecks, welches ſich ſchon ſehr nahe in den Umfang des Kreiſes verliehrt, und dieſe Seite mit 3072 multiplicirt, gäbe alſo den Umfang des Kreiſes, deſſen Halbmeſſer = 1 wäre, ſchon mit auſſerordentlicher Genauigkeit.

145 d) Auf eine ähnliche Weiſe hat **Ludolph von Cölln** berechnet, daß, wenn der Durchmeſſer = 1 iſt, der Umfang

$$= 3{,}14159265358979323846264338387950$$

in 32 Decimalſtellen herauskommt.

Die

Die Analyſis des Unendlichen giebt Kunſtgriffe an die Hand, welche die Berechnung dieſer Verhältniß ſehr abkürzen. Durch ſie hat **Machin** die erwähnte Verhältniß bis auf 100 Decimalſtellen berechnet, ſo daß zu der Ludolphſchen Zahl noch folgende Ziffern hinzukommen:

∴ . . 2884197169399375105820974944592307816
4062862089986280348253421170679

und **Lagny** hat dieſe Berechnung bis auf 127 Decimalſtellen fortgeführt, ſo daß zu den vorigen noch folgende Ziffern hinzugeſetzt werden müſſen.

. . . 821480865132723066470938446

In den neueſten Zeiten ſind von verſtimmten Köpfen mancherley Verhältniſſe angegeben worden, deren Unrichtigkeit ſogleich durch ihre Abweichung von den hier als richtig erwieſenen Verhältnißzahlen dargethan wird. Im gemeinen Leben iſt beynahe in allen Fällen die Verhältniß 1 zu 3,14, oder 100 zu 314 genau genug, und wo es nur auf beyläufige Ueberſchläge ankommt, bleibt man bey der ſchon vom **Archimed** angegebenen Verhältniß 7 zu 22 ſtehen.

S. **Hrn. Hofrath Käſtners geometriſche Abhandlungen, zweyte Sammlung** S. 174 bis 204 wo von den hierher gehörigen Bemühungen umſtändliche Nachrichten mitgetheilt werden.

Aufgabe.

146. **Ein Quadrat zu machen, welches ſo groß iſt, wie zwey oder mehrere andere zuſammengenommen.**

Auflöſung.

1. Setzet die Seiten der beyden Quadrate AB und BC rechtwinklicht zuſammen (§. 70. 89.). V. 88.
2. Ziehet die Linie AC; ſo habet ihr die Seite des Quadrates, welches ſo groß iſt, wie die andern beyden zuſammen (§. 144.).
3. Richtet CE = AC auf die Seite des dritten Quadrates CD perpendicular auf, und

4. ziehet die Linie DE; ſo habet ihr die Seite eines Quadrates, welches ſo groß iſt, als die drey Quadrate zuſammen (§. 144.) u. ſ. w.

Aufgabe.

146 a) Jedes Vier- und Fünfeck in ein Dreyeck zu verwandeln.

Auflöſung.

VI. I. Für das IVeck.

103. 1. Das gegebene Viereck ſey ACDE; man ziehe die Diagonale CE und mit dieſer durch D die De gleichlaufend, welche die verlängerte Seite AE in e ſchneidet.

2. Nun ziehe man die grade Ce, ſo iſt das Dreyeck ACe dem Viereck ACDE gleich.

Beweis.

Es iſt △ EDC = △ EeC (§. 119. 120.)

VI. II. Für das Veck.

103. Wenn ABCDE das gegebene Veck iſt, ſo verwandelt man wie vorhin das IVeck ACDE in das △ ACe, und eben ſo das △ ABC in das AaC.

146 b) Ein ähnliches Verfahren läßt ſich auch bey Figuren von mehreren Seiten anwenden; ſ. H. H. Maiers prakt. Geom.

Lehrſatz.

147. **Wenn in geradlinichten Figuren die gleichnamigen Winkel einander gleich ſind, und die Linien, ſo ſie einſchlieſſen, beyderſeits einerley Verhältniß haben; ſo ſind ſie einander ähnlich: und wenn ſie ähnlich ſind; ſo hat es mit den Winkeln und Linien die gemeldete Beſchaffenheit.**

Beweis.

Die geradlinichten Figuren können nicht anders, als durch die Gröſſe der gleichnamigen Winkel und durch die Verhältniß der Seiten, ſo ſie einſchließen, von einander

ander unterſchieden werden: denn ſonſt läſſet ſich nichts deutlich in ihnen begreifen. Wenn nun die Winkel einerley Gröſſe, und die Seiten, ſo ſie einſchlieſſen, einerley Verhältniß haben; ſo kommen die Sachen überein, wodurch ſie von einander unterſchieden ſind. Derowegen ſind ſie einander ähnlich (§. 4.); **welches das erſte war.**

Wenn zwey Figuren einander ähnlich ſind; ſo kommen die Sachen mit einander überein, wodurch ſie von einander zu unterſcheiden ſind (§. 4.). Nun werden die geradlinichten Figuren durch die Gröſſe der gleichnamigen Winkel und die Verhältniß der Seiten, ſo ſie einſchlieſſen, unterſchieden. Derowegen muß die Gröſſe der Winkel und die Verhältniß der Seiten beyderſeits einerley ſeyn: **welches das andere war.**

Lehrſatz.

148. **Wenn in zweyen Triangeln** BAC **und** DEF, B = D **und** C = E, **ſo iſt** BA : AC = DF : EF **und** AB : BC = FD : DE; **und wenn hingegen die Seiten proportional ſind, ſo ſind auch die gleichnamigen Winkel gleich.** V. 89.

Beweis.

Weil B = D und C = E, und aus zwey gegebenen Winkeln und einer Seite ſich der Triangel beſchreiben läſſet (§. 60.): ſo werden die Triangel ABC und FDE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen ſind ſie einander ähnlich (§. 33.); folgends BA : AC = FD : FE und AB : BC = FD : DE (§. 147.): **welches das erſte war.**

Weil im andern Falle die drey Seiten des einen Triangels proportional ſind den drey Seiten des anderen, und aus dreyen Seiten ſich ein Triangel beſchreiben läſſet (§. 55.); ſo werden die Triangel ABC und FDE auf gleiche Art erzeuget. Derowegen ſind ſie einander

ähnlich (§. 33.), und alſo die gleichnamigen Winkel einander gleich (§. 147.): welches das andere war.

Lehrſatz.

V. 149. **Wenn in einem Triangel ABC eine**
89. **Linie DE mit der Grundlinie BC parallel gezogen wird, ſo verhält ſich AD zu AE wie AB zu AC, und wie BD zu EC, auch AD : DE = AB : BC.**

Beweis.

Weil DE mit BC parallel; ſo iſt o = x und u = y (§. 72.), daher AD : AE = AB : AC und AD : DE = AB : BC (§. 148.) folgends weil AD : AB = AE : AC (§. 83. Arithm.), AD : AE = DB : EC. W. Z. E.

Aufgabe.

V. 150. **Zu zwey gegebenen Linien AC und AB**
90. **die dritte Proportionallinie zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Machet nach Gefallen einen Winkel EAD, und
2. traget aus A in C die Linie AC; aus A in B, ingleichen aus C in E die Linie AB.
3. Ziehet von B in C eine gerade Linie CB und aus E die Linie DE mit CB parallel, welches geſchiehet, wenn ihr (§. 48.) den Winkel E dem Winkel C gleich machet (§. 73.); ſo iſt BD die verlangte dritte Proportionallinie (§. 149.).

Aufgabe.

V. 151. **Zu drey gegebenen Linien AB, AC**
91. **und BD die vierte Proportionallinie zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Machet nach Belieben einen Winkel EAD.
2. Traget aus A in B die Linie AB, aus A in C die Linie AC, und aus B in D die Linie BD.

3. Von

3. Von B in C ziehet eine gerade Linie, und
4. aus D eine andere DE mit CB parallel, wie in der vorhergehenden Aufgabe; ſo iſt CE die verlangte vierte Proportionallinie (§. 149.).

Lehrſatz.

152. **Wenn in zweyen Triangeln ABC und FDE, B = D und AB : BC = FD : DE; ſo iſt auch A = F und C = E, und BA : AC = DF : FE.** V. 89.

Beweis.

Weil B = D und AB : BC = FD : DE, und aus einem Winkel mit den beyden Seiten, die ihn einſchlieſſen, ſich ein Triangel beſchreiben läſſet (§. 58.); ſo werden die Triangel ABC und FDE, auf gleiche Art erzeuget. Derowegen ſind ſie einander ähnlich (§. 33.); folgends A = F, C = E und BA : AC = DF : FE (§. 147.). W. Z. E.

Anmerkung.

153. Die Lehrſätze von der Aehnlichkeit der Triangel ſind von den nützlichſten in der ganzen Mathematik, und dienen zu den meiſten Erfindungen, die man in derſelben haben kann. Auch die vornehmſte Ausübung der Geometrie auf dem Felde beruhet auf denſelben, wie bald mit mehrerem erhellen ſoll.

Aufgabe.

154. **Eine gerade Linie AB in ſo viel gleiche Theile zu theilen, als man verlanget.** V. 92.

Auflöſung.

1. Traget nach Belieben auf eine Linie CD ſo viel gleiche Theile, als die Linie AB bekommen ſoll, z. E. fünfe.
2. Setzet auf CD einen gleichſeitigen Triangel CED. (§. 53.)
3. Traget aus E in A und aus E in B die Linie AB.
4. Endlich ziehet gegen den erſten Theilungspunkt G aus der Spitze des Triangels E die Linie EG ſo

iſt AE der fünfte Theil von der gegebenen Linie AB.

Beweis.

Weil EA : EB = EC : ED; ſo iſt A = C und EA : AB = EC : CD (§. 152.). Nun iſt EC = CD; derowegen iſt auch EA = AB. Weil nun ferner EA : AF = EG : CG (§. 148.), das iſt: AB : AF = CD : CG und CG = $\frac{1}{5}$CD; ſo iſt auch AF = $\frac{1}{5}$AB (§. 53. Arithm.). W. Z. E.

Aufgabe.

V. 155. **Eine gerade Linie AB nach der Pro-**
93. **portion einzutheilen, nach welcher eine andere CD eingetheilet worden.**

Aufloͤſung.

1. Beſchreibet auf die eingetheilte Linie CD einen gleichſeitigen Triangel (§. 53.).
2. Traget aus E in A und B die gegebene Linie AB.
3. Ziehet aus der Spitze des Triangels E an die Theilungspunkte G, I, die Linien EG, EI. Dieſe theilen die gegebene Linie AB in F und H nach der gehoͤrigen Proportion.

Beweis.

Der Beweis iſt, wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Anmerkung.

156. Dieſe Aufgabe hat viel Nutzen in der Baukunſt und Fortification, ſonderlich wenn man einen vorgegebenen Riß nach Belieben vergroͤſſern oder verkleinern ſoll.

Aufgabe.

VI. 157. **Ein Parallelogramm, ingleichen ei-**
106. **nen Triangel in ſo viel gleiche Theile zu theilen,**
107. **als man verlanget.**

Auf-

Aufloͤſung.

1. Theilet die Grundlinie CD oder CB in ſo viel gleiche Theile, als die Figur eingetheilet werden ſoll (§. 154.).
2. Ziehet aus den Theilungspunkten 1. 2. in dem erſten Falle mit der andern Seite AC Parallellinien 1. 1. und 2. 2. (§. 67.); in dem anderen Falle aber Linien bis an die Spitze des Triangels A 1 und A 2; ſo ſind beyde Figuren in gleiche Theile eingetheilet (§. 138. 139.)

Aufgabe.

158. Zwiſchen zwey gegebenen Linien AB und BE eine mittlere Proportionallinie zu finden. VI. 108.

Aufloͤſung.

1. Traget die gegebenen Linien AB und BE in eine an einander, und theilet ſie in C in zwey gleiche Theile (§. 90.).
2. Beſchreibet aus C mit CA einen halben Circul.
3. Richtet aus B die Perpendicularlinie BD auf (§. 70.). Dieſe iſt die verlangte mittlere Proportionallinie.

Beweis.

Der Winkel ADE iſt ein rechter Winkel (§. 86.): ABD iſt auch ein rechter Winkel (§. 18.). Der Winkel DAB iſt beyden Triangeln DAB und DAE gemein. Derowegen iſt auch der Winkel ADB dem Winkel DEB gleich (§. 78.). Nun iſt in dem Triangel DEB der Winkel DBE auch ein rechter Winkel (§. 18.) Derowegen verhaͤlt ſich AB zu BD, wie BD zu BE (§. 148.). W. Z. E.

Anmerkung.

159. Wenn man fuͤr 1. eine Linie annimmt, und nach derſelben eine gegebene Zahl durch eine andere Linie exprimiret;

ſo kann man durch dieſe Aufgabe vermittelſt des verjüngten Maaßſtabes die Quadratwurzel ausziehen (§. 74. Arithm.).

Anmerkung.

160. Eben auf dieſe Art kann man durch die Aufgabe (§. 151.) die Regel Detri in Linien verrichten.

Lehrſatz.

X. 160a) **Wenn man in einem Dreyeck ABC mit einer**
142. **Seite BC eine Parallellinie DE u. ſ. w. zieht, ſo verhält ſich der Inhalt des △ ADE zum Inhalt des △ ABC wie das Quadrat von AE zum Quadrat von AC.**

Beweis.

1. Man ziehe AH ſenkrecht auf BC, ſo iſt auch Aa ſenkrecht auf DE.
2. Es iſt alſo der Inhalt des Dreyecks

$$ADE = \frac{Aa \times DE}{2},$$

und der Inhalt des Dreyecks

$$ABC = \frac{AH \times BC}{2}.$$

3. Demnach verhält ſich

$$\triangle ADE : \triangle ABC = Aa \times DE : AH \times BC.$$

4. Nun iſt aber

$$Aa : AH = AE : AC \text{ und } DE : BC = AE : AC,$$

alſo

$$Aa \times DE : AH \times BC = AE \times AE : AC \times AC$$

5. Demnach wegen no. 3.

△ ADE : △ ABC = Quadrat von AE : Quadrat von AC.

Aufgabe.

160b) **Ein jedes Drey- und Viereck durch Parallellinien in eine verlangte Anzahl Theile von irgend einer gegebenen Verhältniß zu theilen.** (L.)

Auf-

Auflöſung.

I. Für Dreyecke.

Es ſey z. B. das Dreyeck ABC durch Theilungslinien, welche mit BC parallel laufen in 6 Theile zu theilen, die eine gegebene Verhältniß unter einander haben, z. B. ſich wie die Zahlen 1, 3, 4, 5, 6, 8 verhalten. Wenn DE die erſte Theilungslinie vorſtellt, FG die zwote u. ſ. w. und nun der Inhalt eines jeden Stücks beſonders berechnet iſt, welches ich aus der Arithmetik vorausſetze, ſo daß a, b, c, d, e, f, den Inhalt dieſer Stücke bedeuten, ſo iſt (§. 160a). X. 143.

1. Die Quadratwurzel aus $\triangle ABC : \sqrt{a} = AB : AD$

2. $\sqrt{\triangle ABC} : \sqrt{(a+b)} = AB : AF$

3. $\sqrt{\triangle ABC} : \sqrt{(a+b+c)} = AB : AH$
u. ſ. w.

Daß ſich alſo durch dieſe Proportionen alle Theilungspunkte D, F, H, I, K, mittelſt Ausziehung der Quadratwurzel ergeben.

II. Für Vierecke. X.

Man ſoll z. B. das Viereck DEBC in 4 Theile von gegebener Verhältniß theilen, ſo daß die Theilungslinien mit BC parallel laufen. 144.

1. Man berechne den Inhalt des Dreyecks ADE, das ſich durch Verlängerung der beyden Seiten BD und CE ergiebt.

2. Nun betrachte man die Aufgabe ſo, als hätte man das Dreyeck ABC in 5 Theile von bekannter Verhältniß zu theilen, deren erſter Theil durch die Linie DE ſchon abgeſchnitten iſt, und verfahre alſo mit den übrigen Theilen wie vorhin.

Aufgabe.

161. Aus der gegebenen Sehne eines Bogens AB und deſſen Höhe DF, den Diameter ED, und folgends den Mittelpunkt des Circuls C zu finden. VI. 109.

Aufloͤſung und Beweis.

1. Suchet zu FD und FB die dritte Proportionallinie (§. 85. Arithm.); ſo habet ihr EF (§. 158.)
2. Addiret zu EF die Hoͤhe des Bogens DF; ſo habet ihr den Diameter ED.
3. Theilet denſelben in 2 gleiche Theile; ſo habet ihr den Radium EC, und folgends den Mittelpunkt C.

Z. E. Es ſey DF 8′ 3″ FB 1° 6′ 6″

83 = 166 : 166 : FE

166		
	1	
996	22	
996	366	
166	27556	332″ EF
	8333	83 DF
27556	88	
		415″ ED
	2)	
		2075‴ EC.

Anmerkung.

162. Dieſe Aufgabe hat ihren Nutzen in der Baukunſt, wenn man die Eroͤffnung der Thuͤren und Fenſter mit Boͤgen ſchließen ſoll.

Aufgabe.

VI. 163. **Aus der gegebenen Sehne eines Bo-**
109. **gens AB und ſeiner Hoͤhe DF den Inhalt des Abſchnittes ADBFA zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Suchet zuerſt den Diameter des Circuls DE (§. 161.) und
2. Beſchreibet damit einen Circul, und traget die Sehne AB darein.
3. Meſſet den Winkel ACB mit dem Transporteur (§. 43.).

4. Su-

4. Suchet alsdenn den Ausſchnitt ACBDA (§. 137.).

5. Aus der gegebenen Sehne AB und dem Unterſcheide FC zwiſchen der Höhe des Bogens DF und dem Radio DC, ſuchet den Inhalt des Triangels ACB (§. 122.).

6. Endlich ziehet den Triangel ACB von dem Ausſchnitte ACBDA ab; ſo bleibet der Abſchnitt ADBFA übrig.

Z. E. Es ſey AB 600''', DF 80'''; ſo iſt DE 1205''', der Bogen AB 60°, und daher der Ausſchnitt ACBDA 189630'''. Da nun FC 522''', AF 300'''; ſo iſt △ACB 156600''', folgends der Abſchnitt AFBDA 33030''', wenn man in der ganzen Rechnung die Brüche weglässet.

Aufgabe.

164. **Einen verjüngten Maaßſtab zu verfertigen.** V. 94.

Auflöſung.

1. Ziehet eine Linie AE, und traget darauf 10 gleiche Theile von beliebter Gröſſe aus A in B, und denn ferner den Raum AB, ſo vielmahl euch beliebet.

2. Richtet in A von gefälliger Länge eine Perpendicularlinie AC auf (§. 70.), und theilet ſie in 10 gleiche Theile.

3. Durch jeden Theilungspunkt ziehet mit AE eine Parallellinie (§. 67.), und

4. traget auf die obere CD eben die Theile, welche ſich auf AB befinden.

5. Ziehet oben 10 und unten 9, oben 9 und unten 8, oben 8 und unten 7, oben 7 und unten 6, u. ſ. w. mit geraden Linien zuſammen.

Ich ſage, wenn AB eine Ruthe iſt, ſo ſind die Theile B 1; 1. 2; 2. 3.; u. ſ. w. Schuhe: hingegen 9. 9 ein Zoll, 8. 8 zwey Zolle, 7. 7 drey Zoll, 6. 6 vier Zoll u. ſ. w.

Beweis.

Weil 10 Schuhe eine Ruthe machen (§. 9.): ſo iſt klar, daß die Theile auf der Linie AB Schuhe ſind. Daß aber 9. 9 ein Zoll, 8. 8 zwey Zoll, 7. 7 drey Zoll ſind u. ſ. w. erweiſet man alſo. Dieweil 9. 9 mit C9 parallel iſt, ſo verhält ſich A9 zu AC, wie 9. 9 zu C9 (§. 149.). Nun iſt $A9 = \frac{1}{10} AC$. Derowegen iſt auch $9.9 = \frac{1}{10} C9$, folgends ein Zoll (§. 9.), u. ſ. w. W. Z. E.

Zuſatz.

165. Wenn man nun den Zirkel auf die dritte oder ſiebende Linie ſetzet, und ihn bis zu der Linie aufthut, die unten aus dem 5ten Schuhe gezogen iſt; ſo hat man über 5 Schuhe noch 3 oder 7 Zoll, u. ſ. w.

Aufgabe.

V. 95. 166. **Die Weite zweyer Oerter A und B zu finden, zu denen beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kann.**

Auflöſung.

1. Setzet das Meßtiſchlein in D, und erwählet auf demſelben einen Punkt C.
2. Von demſelben viſiret durch die Dioptern in A, und ziehe die Linie Ca.
3. Gleichergeſtalt viſiret in B, und ziehet die Linie Cb.
4. Meſſet mit der Meßruthe die Linien CA und CB, und
5. traget dieſelben von dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164) aus C in a und b. Endlich

6. meſ-

6. meſſet die Linie a b auf dem verjüngten Maaßſtabe; ſo habet ihr die Gröſſe der verlangten Weite AB.

Beweis.

Denn weil der Winkel C beyden Triangeln a C b und ACB gemein iſt, und die Seiten, ſo ihn einſchlieſſen, proportional ſind; ſo kann ich auch ſagen, wie Ca zu CA, ſo verhält ſich a b zu AB (§. 152.). Nun hält Ca ſo viel auf dem verjüngten Maaßſtabe, als CA auf dem groſſen: derowegen muß auch a b ſo viel auf dem verjüngten Maaßſtabe halten als AB auf dem groſſen. W. Z. E.

Eine andere Aufloͤſung.

1. Setzet das Inſtrument in D und meſſet den Winkel ACB (§. 43.).
2. Meſſet ferner die Linien CA und CB (§. 44.).
3. Conſtruiret durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaßſtabes einen Triangel a C b (§. 58.).
4. Meſſet die Linie a b auf dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.); ſo wiſſet ihr, wie viel Ruthen Schuhe und Zolle die Linie AB hält.

Beweis.

Der Beweis iſt eben ſo, wie in der erſten Aufloͤſung.

Aufloͤſung.

167. **Die Weite zweyer Oerter A und B zu meſſen, zu deren einem A man nur kommen kann.**

Aufloͤſung.

1. Setzet das Meßtiſchlein in einem nach Belieben erwählten Stand C, und viſiret aus dem Punkte c nach beyden Oertern A und B. V. 96.

2. Meſ-

2. Meſſet die Weite eures Standes C von dem Orte A, zu welchem ihr kommen könnet, und
3. traget ſie von dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.) aus c in a.
4. Gehet mit eurem Tiſchlein bis in A, und ſetzet es dergeſtalt nieder, daß der Punkt a in A ſtehet, und ihr durch die Diopteru nach der Linie ac den in C eingeſteckten Stab ſehen könnet.
5. Viſiret hierauf durch dieſelben aus a in B, und ziehet die Linie ab.
6. Endlich meſſet die Linie ab auf dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.); ſo erkennet ihr die Gröſſe der verlangten Weite AB.

Beweis.

Weil der Winkel c = C und a = A; ſo verhält ſich ac zu AC, wie ab zu AB (§. 48.). Nun hat ac ſo viel Theile von dem kleinen Maaßſtabe, als AC von dem großen; derowegen muß auch ab ſo viel Theile von dem kleinen, als AB von dem groſſen haben. W. Z. E.

Eine andere Auflöſung.

1. Meſſet mit dem Inſtrumente die Winkel C und A (§. 43.), und mit der Ruthe die Linie AC (§. 44.)
2. Conſtruiret daraus durch Hülfe des Transporteurs und verjüngten Maaßſtabes einen Triangel acb (§. 60.).
3. Meſſet auf dem verjüngten Maaßſtabe die Linie ab; ſo wiſſet ihr die verlangte Weite AB.

Beweis.

Der Beweis iſt wie vorhin.

Aufgabe.

V. 97. **168. Die Weite zweyer Oerter AB, zu deren keinen man kommen kann, zu meſſen.**

Auf-

Auflöſung.

1. Erwählet zwey Stände in C und D. In dem einen C ſetzet das Tiſchlein, in dem andern D ſtecket einen Stab.
2. Aus dem Punkte c viſiret durch die Dioptern nach dem Stabe D, ingleichen nach B und A, und ziehet dahinzu auf dem Tiſchlein Linien.
3. Meſſet die Weite der beyden Stände CD (§. 24.), und traget ſie nach dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.) auf das Tiſchlein aus c in d.
4. Stecket in C einen Stab, und ſetzet das Tiſchlein dergeſtalt in D, daß der Punkt d in D kommet, und wenn ihr nach der Linie cd durch die Dioptern viſiret, ihr den Stab in C erblicket.
5. Viſiret ferner aus d gegen A und B, und ziehet, auf dem Tiſchlein die Linien da und db.
6. Endlich meſſet (§. 164.), auf dem verjüngten Maaßſtabe ab; ſo habet ihr die Länge der Weite AB.

Beweis.

Weil der Winkel d beyden Triangeln dcb und DCB gemein, über dieſes auch der Winkel c dem Winkel C gleich iſt; ſo verhält ſich cd zu CD, wie bc zu BC, (§. 148.) Wiederum weil aus gleichmäßiger Urſache der Triangel acd dem Triangel ACD ähnlich iſt; ſo verhält ſich cd zu CD, wie ac zu AC (§. 148.), folgends iſt auch bc zu BC, wie ac zu AC (§. 57. Arithm.). Da nun über dieſes der Winkel acb dem Winkel ACB gleich iſt; ſo verhält ſich ab zu AB, wie ac zu AC (§. 152.), oder cd zu CD (§. 57. Arithm.) Da nun dc ſo viele Theile auf dem verjüngten Maaßſtabe, als DC im groſſen hat, ſo muß auch ab ſo viel Theile auf dem verjüngten Maaſtſtabe, als AB im groſſen, haben. W. Z. E.

Eine

Eine andere Auflöſung.

VI. 1. Meſſet aus dem erſten Stande C die Winkel x und
98. y, und aus dem Stande D die Winkel z und w (§. 43.); ſo geben ihre Summen die Winkel ACD und BDC.

2. Meſſet ferner die Standlinie CD (§. 44.)

3. Traget dieſe nach dem verjüngten Maaßſtabe auf das Papier, und conſtruiret mit Hülfe der Winkel x und z + w den Triangel BCD, und mit Hülfe der Winkel z und x + y den Triangel ACD (§. 60.).

4. Endlich meſſet auf dem verjüngten Maaßſtabe die Linie AB; ſo wiſſet ihr die verlangte Weite.

Beweis.

Der Beweis iſt einerley mit dem vorigen.

Anmerkung.

169. Auf gleiche Art kann man die Weite gar vieler Oerter auf einmal meſſen, wenn man nemlich aus zweyen Ständen gegen jeden viſiret.

Aufgabe.

V. 170. **Die Höhe eines Ortes AB zu meſſen,**
99. **zu den man kommen kann.**

Auflöſung.

1. Erwählet euch einen Stand in D, und richtet das Tiſchlein vertical, doch ſo, daß ſeine untere Seite horizontal ſey: welches vermittelſt einer Bleywage gar leicht geſchehen kann.

2. Die Regel mit den Dioptern leget an daſſelbe horizontal, viſiret nach dem Orte, deſſen Höhe ihr meſſen wollet, und ziehet die Linie cE.

3. Kehret an dem Punkte c die Regel mit den Diopteren in die Höhe, bis ihr die Spitze A erblicket, und ziehet auf dem Tiſchlein die Linie cb.

4. Meſſet die Standlinie cC (§. 44.), und

5. tra-

5. traget ſie von dem verjüngten Maaßſtabe auf das Tiſchlein aus c in E (§. 164.).
6. Richtet in E ein Perpendicul Eb auf (§ 70.), und
7. meſſet die Länge auf dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.); ſo wiſſet ihr die Höhe CA.
8. Dazu addiret die Höhe BC; ſo kommet die verlangte Höhe AB heraus.

Beweis.

Der Winkel c iſt beyden Triangeln Ecb und CcA gemein; bey E und C ſind rechte Winkel; alſo verhält ſich Ec zu cC, wie bE zu AC, (§. 148.) Nun hält Ec ſo viel auf dem verjüngten Maaßſtabe, wie cC auf dem großen. Derowegen muß auch Eb ſo viel auf dem verjüngten Maaßſtabe, wie AC auf dem großen halten. W. Z. E.

Eine andere Aufloͤſung.

1. Meſſet den Winkel E (§. 43.) und die Standlinie AD oder CE (§. 44.). VI. 100.
2. Conſtruiret daraus einen rechtwinklichten Triangel cbe (§. 60.).
3. Meſſet die Höhe bc auf dem verjüngten Maaßſtabe; ſo habet ihr die Höhe BC.
4. Dazu addiret die Höhe des Stativs, ſo kommet die Höhe AB heraus.

Beweis.

Der Beweis iſt wie der vorige.

Anmerkung.

171. Man ſetzet voraus, daß die Linie AD horizontal ſey: denn wenn das Inſtrument an einem erhabenern, oder auch niedrigern Orte ſtünde, als die Höhe BA gelegen: ſo iſt es rathſamer, daß man auch den Winkel CEA miſſet, und den Triangel CEA im kleinen conſtruiret.

Aufgabe.

VI. 172. **Eine Höhe AB zu meſſen, zu der man**
101. **nicht kommen kann.**

Auflöſung.

1. Erwählet zwey Stände in D und E, und viſiret wie in der vorhergehenden Aufgabe, nach der Spitze A und dem Punkte C, in dem erſten Stande D.
2. Meſſet die Standlinie ED, und traget ſie aus f, ſo über dem Punkte D ſtehen muß, in e von dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.).
3. Traget das Tiſchlein in E dergeſtalt, das der Punkt e über E kommt, und viſiret wie vorhin nach dem Stabe in D und der Spitze A.
4. Wo die Linie ea die Linie fa durchſchneidet, laſſet ein Perpendicul ac auf fc herunter fallen (§. 69.)
5. Dieſen meſſet auf den verjüngten Maaßſtabe (§. 164.); ſo habet ihr die Höhe AC.
6. Addiret dazu die Höhe BC; ſo habet ihr die verlangte Höhe AB.

Beweis.

Der Beweis iſt eben ſo, wie in der vorigen Aufgabe.

Eine andere Auflöſung.

VI. 1. Meſſet in dem erſten Stande D den Winkel f,
101. und in dem andern E den Winkel e (§. 43.) und die Standlinie ED (§. 44.).

VI. 2. Dieſe traget auf das Papier nach dem verjüngten
102. Maaßſtabe (§. 164.), und

3. conſtruiret darauf durch Hülfe der Winkel e und f einen Triangel fea (§. 60.).
4. Verlängert ſeine Grundlinie fe in c und laſſet von a ein Perpendicul ac herunter fallen (§. 69.).

5. End-

5. Endlich meſſet ac auf dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.), und addiret dazu die Höhe des Inſtruments, damit ihr die Winkel gemeſſen, oder nehmet in Acht, was (§. 171.) erinnert worden: ſo kommet die verlangte Höhe AB heraus.

Beweis.

Der Beweis iſt wie in der vorhergehenden Aufgabe.

Aufgabe.

173. **Eine jede geradlinichte Figur ABCDE, in die man kommen kann, in Grund zu legen.** VI. 103

Auflöſung.

Meſſet den ganzen Umfang der Figur AB, BC, CD, DE, EA; imgleichen die Diagonallinien AC und AD; ſo könnet ihr nach dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.) die Figur auf dem Papiere aufzeichnen (§. 111.).

Beweis.

Wenn man eine Figur in Grund leget; ſo muß man eine kleine Figur zeichnen, in der alle Winkel ſo groß ſind, als in der großen, und die Seiten ſich eben ſo gegen einander verhalten, wie in der groſſen (§. 57.). Wenn man nur für jede Seite der Triangel ABC, ACD, ADE, auf dem verjüngten Maaßſtabe ſo viel annimmt, als ſie im Großen ausmachet; ſo verhalten ſich die Seiten in der verjüngten Figur eben ſo gegen einander, wie die Seiten der groſſen. Denn wenn z. E. AB im Groſſen 6 iſt, ſo iſt ſie im Kleinen auch 6; wenn im Groſſen BC 7 iſt, ſo iſt ſie im Kleinen auch 7. Und alſo verhält ſich AB zu BC beyderſeits wie 6 zu 7. Derowegen ſind auch die Winkel der kleinen Figur ſo groß, wie die Winkel in der großen (§. 148.). Da nun die Winkel der Figur mit den Winkeln der Triangel übereinkommen; ſo müſſen auch alle Winkel in der verjüngten Figur ſo groß ſeyn, wie in der groſſen. W. Z. E.

Anders.

VI. 104. 1. Erwählet euch innerhalb der Figur einen Punkt F, und ſetzet dahin das Meßtiſchlein.

2. Aus F viſiret gegen die Stäbe, welche man in die Ecken der Figur A, B, C, D, E, geſtecket, und ziehet die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.

3. Meſſet die Linien FA, FB, FC, FD, FE, (§. 44.), und

4. eben ſo groß machet nach dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.) die Linien Fa, Fb, Fc, Fd, Fe.

5. Endlich ziehet die Linien ab, bc, cd, de und ea; ſo ſchlieſſet ſich die verlangte Figur.

Beweis.

In dem Triangel aFb verhält ſich Fa zu Fb, wie FA zu FB im Triangel AFB, und der Winkel F iſt beyden Triangeln gemein: derowegen verhält ſich auch Fb zu FB, wie ba zu BA (§. 152.). Eben ſo wird erwieſen, es verhalte ſich Fb zu FB, wie bc zu BC, folgends auch ba zu bc, wie BA zu BC (§. 57. Arithm.). Es iſt aber auch der Winkel ABC ſo groß, wie der Winkel abc (§. 152.) Da nun auf gleiche Weiſe von allen übrigen Winkeln c, d, e, a, erwieſen werden kann, daß ſie den Winkeln C, D, E, A, gleich ſind, und auch von den übrigen Seiten, daß ſie ſich gegen einander verhalten, wie die Seiten CD, DE, EA; ſo iſt klar, daß die große Figur in Grund geleget worden. W. Z. E.

Anders.

1. Meſſet aus F alle Winkel AFB, BFC, CFD, DFE, EFA (§. 43.), imgleichen die Linien FA, FB, FC, FD und FE (§. 48.).

2. Traget die Winkel auf das Papier (§. 48.) imgleichen die Linien, nach dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.)

3. Zie-

3. Ziehet die Linien ab, bc, cd, de und ea; ſo wird die verlangte Figur geſchloſſen.

Beweis.

Der Beweis iſt eben wie der vorige.

Aufgabe.

174. Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man aus zweyen Oertern A und B ganz überſehen kann. VI. 105.

Aufloͤſung.

1. Setzet euer Tiſchlein in A, und viſiret nach allen Ecken der Figur B, C, D, und E, und ziehet gegen dieſelbe Linien aus dem Punkte A.
2. Meſſet die Standlinie AB (§. 44.), und traget ſie nach dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.) auf das Tiſchlein aus A in b.
3. Traget das Tiſchlein aus A in B, und richtet es dergeſtalt, daß der Punkt b in B kommet, und ihr durch die Dioptern des an die Linie bA angelegten Lineals den in A eingeſteckten Stab ſehen koͤnnet.
4. Viſiret nach allen übrigen Ecken der Figur, und ziehet gegen dieſelbe aus B Linien, welche die vorigen in e, d, c, durchſchneiden.
5. Endlich ziehet die Linien ed, dc,; ſo habet ihr die verlangte Figur in Grund geleget.

Beweis.

Der Beweis iſt faſt eben wie in der Aufgabe (§. 168.)

Anders.

1. Meſſet aus A die Winkel CAB, DAC, EAD, (§. 43.), imgleichen die Linie AB, (§. 44.), wie nicht weniger aus B die Winkel EBA, EBD, DBC (§. 43.).

2. Ziehet auf dem Papier eine Linie ab, und traget von dem verjüngten Maaßſtabe die Gröſſe der Linie AB darauf (§. 164.).

3. Traget in bac, cad, dae die Winkel BAC, CAD DAE; hingegen in abe, ebd, dbc, die Winkel ABE, EBD; DBC (§. 48.)

4. Endlich ziehet die Punkte a, e, d, c, b, mit geraden Linien zuſammen; ſo habet ihr die verlangte Figur in Grund geleget.

Beweis.

Der Beweis iſt abermals wie in der Aufgabe (§. 168.).

Aufgabe.

175. **Eine Figur ABCDE in Grund zu legen, die man ganz umgehen kann.**

Auflöſung.

VI. 105. 1. Setzet das Tiſchlein in A und viſiret nach den Stäben in B und E, damit ihr den Winkel BAE darauf bekommet.

2. Meſſet die Linien AB und AE (§. 44.) und traget ſie nach dem verjüngten Maaßſtabe (§. 164.) auf das Tiſchlein aus a in b und e.

3. Gehet mit dem Tiſchlein in B und ſetzet den Punkt b in B, viſiret wieder zurücke in A, imgleichen von dem neuen Punkte B in C, damit ihr den Winkel CBA auf das Tiſchlein bekommet.

4. Meſſet die Linie BC (§. 44.) und traget ſie auf das Tiſchlein aus b in c (§. 164.)

5. Wenn ihr die ganze Figur dergeſtalt umgehet; ſo werdet ihr ſie in Grund geleget haben.

Beweis.

Denn alle eure Winkel in der kleinen Figur ſind den Winkeln in der groſſen gleich; und die Linien verhalten

halten ſich in der kleinen Figur eben ſo wie in der groſ-
ſen: derowegen iſt die kleine Figur der groſſen ähnlich
(§. 147.) W. Z. E.

Anders.

Meſſet alle Seiten der Figur (§. 44.) und drey
Winkel weniger als Seiten ſind (§. 43.); ſo könnet ihr
die Figur in Grund legen (§. 112.).

Aufgabe.

176. **Ein jedes Feld oder einen jeden an-
dern Platz auszurechnen.**

Auflöſung.

1. Leget es zuerſt in Grund nach den vorhergehen-
den Aufgaben. Darnach
2. rechnet die Figur aus, nach der Aufgabe (§.
123.).

Erklärung.

177. **Wenn ein halber Circul X ſich um** VI.
ſeinen Diameter AB herum beweget, beſchrei- 110.
bet er eine Kugel.

Zuſatz.

178. Alſo ſind alle Punkte in der Kugelfläche von
dem Mittelpunkte gleich weit entfernet. (§. 13.)

Erklärung.

179. **Wenn eine geradlinichte Figur ABC** VI.
ſich an einer geraden Linie AD dergeſtalt herun- 111.
**ter beweget, daß ſie ſich immer parallel bleibet,
das iſt, durch die Bewegung einer jeden Seite
derſelben ein Parallelogramm erzeuget wird:
ſo beſchreibet ſie ein Priſma. Beweget ſich** VI.
aber ein Circul X an einer geraden Linie FG, 112.
und alſo mit einerley Richtung parallel herun- VI.
ter, oder ein Rectangulum ABCD und ein Qua 113.

drat um ſeine Höhe BC; ſo wird ein Cylinder, oder eine Walze beſchrieben.

Zuſatz.

180. Ein jedes Prisma hat zwey gleiche Grundflächen, und iſt um und um von ſo vielen Vielecken eingeſchloſſen, als die Grundfläche Seiten hat.

Zuſatz.

181. In dem Priſmate und Cylinder ſind alle Durchſchnitte, die mit ihren Grundflächen parallel geſchehen, einander gleich.

Erklärung.

VII. 182. Wenn ſich ein Rectangulum ABCD an
114. einer Linie AE auf gleiche Art und rechtwinklicht herunter beweget, bekommt man ein Parallelepipedum. Ein Quadrat O, welches ſich gleichergeſtalt an einer geraden Linie HI, die
VII. ſeiner Seite HL gleich iſt, herunter beweget,
115. zeiget einen Cubum oder Würfel.

Zuſatz.

183. Das Parallelepipedum iſt in 6 Rectangula eingeſchloſſen, deren zwey einander überſtehende gleich ſind. Und alle Durchſchnitte, die mit der Grundfläche parallel geſchehen, ſind einander gleich.

Zuſatz.

184. Ein Würfel iſt in ſechs gleiche Quadrate eingeſchloſſen.

Erklärung.

VII. 185. Wenn ſich ein rechtwinklichter Tri-
116. angel ABC um ſeine Seite AB herum beweget, beſchreibet er einen Conum oder Kegel.

Zuſatz.

Zuſatz.

186. Alle Durchſchnitte, die im Kegel mit der Grundfläche DCB parallel geſchehen, ſind Circul, aber immer kleiner, je näher ſie der Spitze A kommen.

Erklärung.

187. Wenn eine Linie AD ſich in einem feſten Punkte verſchieben läſſet, und um die ganze Peripherie einer geradlinichten Figur ABC mit dem andern Ende A beweget, entſtehet eine Pyramide. Iſt die Figur ABC ein Circul, ſo bekommet man einen Kegel. VII. 117. VII. 116.

Zuſatz.

188. Eine Pyramide hat zur Grundfläche eine geradlinichte Figur, und iſt um und um in ſo viel Triangel, als die Grundfläche Seiten hat, eingeſchloſſen, welche oben in einem Punkte D mit ihren Spitzen zuſammenſtoſſen.

Erklärung.

189. Wenn ein Körper in lauter gleiche reguläre Figuren von einerley Art eingeſchloſſen iſt, daß daher alle Winkel deſſelben gleich ſind, nennet man ihn regulär, oder ordentlich; die übrigen werden irreguläre oder unordentliche genennet.

Erklärung.

190. Auſſer dem Würfel (§. 182.) ſind noch vier andere reguläre Körper, als das Tetraedrum, welches aus vier gleichſeitigen Triangeln zuſammengeſetzet wird; das Octaedrum, ſo aus achten zuſammengeſetzet: das Icoſaedrum, welches zwanzig einſchlieſſen: und das Dodecaedrum, welches von zwölf regulären Fünf-Ecken eingeſchloſſen wird. VII. 118. 119. 120. 121.

Aufgabe.

191. **Den körperlichen Inhalt eines Cubi, oder Würfels, und ſeine Fläche zu finden.**

Aufloͤſung.

Der Maaßſtab des körperlichen Inhalts iſt eine Cubikruthe, das iſt, ein Würfel der eine Ruthe dick, und eine Ruthe lang und breit iſt. Dieſe wird eingetheilet in Cubikſchuhe, in Cubikzolle ꝛc. Jenes ſind Würfel, die zur Seite einen Schuh; dieſe aber Würfel die zur Seite einen Zoll haben.

Wenn ihr nun den körperlichen Inhalt eines Würfels wiſſen wollet; ſo meſſet

1. die Seite des Würfels und multipliciret ſie mit ſich ſelbſt, ſo habet ihr ſeine Grundfläche (§. 114. 184.)
2. Dieſe multipliciret weiter durch ſeine Seite; ſo kommet der Inhalt des Würfels heraus.
3. Hingegen wenn ihr die Grundfläche mit 6 multipliciret; ſo bekommet ihr die Fläche des ganzen Würfels (§. 184.)

Exempel.

Seite	34′	Grundfläche	1156′
	34	Seite	34
	136□′		4624
	102		3468
Grundfläche	1156□′	Inhalt des Würfels	39304⊡′
	6′		
Fläche des Würfels	6936□′		

Beweis.

VII. 122. Man bilde ſich ein, es ſey die Seite des Würfels in etliche gleiche Theile eingetheilet. So iſt klar, daß ſo viel Schichten kleiner Würfel herauskommen, als die

Höhe

Höhe Theile hat, und in jeder Schicht ſo viel kleine Würfel als Quadrate in der Grundfläche ſind. Derowegen, wenn man die Höhe durch die Grundfläche multipliciret; ſo kommet die Zahl der kleinen Würfel heraus, die der groſſe in ſich hält. W. Z. E.

Zuſatz.

192. Wenn die Seite des Würfels 10 iſt; ſo iſt der körperliche Inhalt 1000. Derowegen, wenn die Seite eine Ruthe, oder 10 Schuhe hält; ſo ſind 1000 ſchuhige Würfel in dem groſſen enthalten. Und demnach hat die Cubikruthe 1000 Cubikſchuhe, der Cubikſchuh 1000 Cubikzolle, der Cubikzoll 1000 Cubiklinien.

Lehrſatz.

193. **Alle Parallelepipeda, Priſmata und Cylinder, welche gleiche Grundflächen und Höhen haben, ſind einander gleich.**

Beweis.

Wenn man ein Parallelepipedum, Priſma und einen Cylinder in lauter Scheiben zerſchneidet, ſo ſubtil, als man will; ſo ſind nicht allein alle Scheiben einander gleich (§. 181. 183.); ſondern wenn zwey Körper auch gleiche Höhe haben, ſo können aus einem nicht mehr als aus dem andern geſchnitten werden. Und alſo faſſet ein Körper ſo viel Raum in ſich, als der andere. W. Z. E.

Aufgabe.

194. **Den Inhalt eines Parallelepipedi und ſeine Fläche zu finden.** VII. 123.

Auflöſung.

1. Multipliciret die Länge AB durch die Breite BC, ſo habet ihr die Grundfläche ABCD (§. 117. 183.).

2. Dieſe multipliciret ferner durch die Höhe BF; ſo kommet der verlangte Inhalt heraus.

Z. E. Es ſey AB 36′ BC 15′ BF 12′

Länge	AB 36	Grundfl.	ABCD	540
Breite	BC 15	Höhe	BF	12
	180			1080
	36			540
Grundfläche ABCD	540□′	Cörperl. Inhalt		6480 (Cubic-)′

Für die Fläche.

1. Multipliciret AB in BC, imgleichen AB in BF, und BF in BC; ſo habet ihr die Vierecke BD, EB und BG (§. 117. 183.).
2. Addiret die drey Vierecke zuſammen und multipliciret die Summe durch 2; ſo bekommet ihr die Fläche des Parallelepipedi heraus (§. 117. 138.)

Z. E.

	AB 36′	AB 36′	BC 15′
	BC 15	BF 12	BF 12
	180	72	30
	36	36	15
□ LB	540′	□BG 432′	□BE 180′
□ BG	432		
□ BE	180		
	1152□′		
	2		
	2304□′ Fläche des Parallelepipedi.		

Beweis.

Der Beweis iſt eben wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 191.)

Lehrſatz.

VII. 195. **Ein jedes Parallelepipedum wird**
123. **durch die Diagonalfläche DFBH in zwey gleiche Priſmata getheilet.**

Beweis.

Beweis.

Die Diagonallinie DB theilet das Parallelogramm ABCD in zwey gleiche Triangel (§. 102.) Da nun die beyden Priſmata ADBFGH und DBCEFH auſſer dieſen gleichen Grundflächen auch einerley Höhe DH haben; müſſen ſie einander gleich ſeyn (§. 193.) W. Z. E.

Aufgabe.

196. **Den Inhalt eines jeden Priſmatis und ſeine Fläche zu finden.** VII. 124.

Auflöſung.

1. Suchet die Grundfläche des Priſmatis (§. 117. 121. 122. 123. 124.).
2. Multipliciret ſelbige durch die Höhe; ſo kommet der verlangte Inhalt heraus.
3. Hingegen multipliciret den Umfang der ganzen Grundfläche durch dieſelbige Höhe; ſo kommet die Fläche auſſer den beyden Grundflächen heraus.
4. Wenn ihr nun dieſe dazu addiret; ſo habet ihr die ganze Fläche (§. 180.).

Z. E. Es ſey

AB 8′ CD 6′ AE 15′

AB 8	ABC 24
½CD 3	AE 15
ABC 24□′	120
	24
Inhalt des Priſmatis	360□′

BC

BC	91″
BA	80
AC	62
Peripherie	233″
AE	150
	11650
	233
Seitenfläche	34950
BAC	2400
HEI	2400
Ganze Fläche	39750□″.

Beweis.

Das dreyeckichte Priſma iſt die Hälfte eines Parallelepipedi, welches mit ihm einerley Höhe, aber eine doppelte Grundfläche hat (§. 195.) Wenn man die ganze Grundfläche des Parallelepipedi, mit der Höhe multipliciret; ſo bekommet man ſeinen Inhalt (§. 194.) Derowegen, wenn man die Hälfte von der Grundfläche des Parallelepipedi, das iſt, die Grundfläche des dreyeckichten Priſmatis, durch die Höhe multipliciret, ſo muß die Hälfte des Parallelepipedi, das iſt, der Inhalt des Priſmatis herauskommen. Alle übrige Priſmata laſſen ſich in dreyeckichte zertheilen, und alſo gilt auch von ihnen, was von den dreyeckichten erwieſen worden.

Aufgabe.

197. Aus der gegebenen Höhe eines Cylinders und dem Diameter deſſelben, ſeinen Inhalt und ſeine Fläche zu finden.

Auflöſung.

1. Suchet die Grundfläche des Cylinders (§. 134.).
2. Multipliciret ſelbige durch ſeine Höhe; ſo habet ihr den verlangten Inhalt.

3. Hin-

3. Hingegen die Peripherie multipliciret durch eben dieſelbe Höhe; ſo kommet die Fläche ohne die beyden Grundflächen heraus.

4. Wenn ihr die beyden Grundflächen dazu addiret; ſo iſt die Summe die verlangte Fläche des Cylinders.

Z. E. Es ſey der Diameter 2 AB 560″, die Höhe VI.
BC 892″; ſo iſt 113.

die Grundfläche	246176□″	Periph.	17584‴
die Höhe BC	892″	BC	8920
	492352		351680
	2215584		158256
	1969408		140672
Inhalt des Cylinders	21988992⊡″		156849280
			24617600
			24617600
		Fläche	2060844800□‴

Beweis.

Weil der Circul ein reguläres Vieleck iſt, ſo unzählig viel Seiten hat, ſo kann man den Cylinder als ein Priſma anſehen, welches unzählig viel Seiten hat. Und dannenhero wird ſein Inhalt gefunden, wenn ſeine Grundfläche durch die Höhe; die Fläche aber, wenn die Peripherie der Grundfläche in eben dieſe Höhe multipliciret wird (§. 196.) W. Z. E.

Lehrſatz.

§. * **Wenn eine Pyramide ABCD dergeſtalt** IX.
durchſchnitten wird, daß der Durchſchnitt abc 1.
der Grundfläche ABC parallel iſt: ſo iſt auch die Figur abc der andern ABC ähnlich.

Beweis.

Weil ab mit AB parallel; ſo iſt Da : DA = ab : AB (§. 149. Geom. und §. 83. Arithm.) Eben deswegen

wegen iſt Da : DA = ac : AC, folgends ab : AB = ac : AC (§. 57. Arithm.), und daher ab : ac = AB : AC (§. 83. Arithm.) Da man nun auf gleiche Weiſe erweiſet, daß ac : bc = AC : BC, ſo ſind die △△ abc und ABC ähnlich (§. 148.), folgends in andern Fällen die Figuren, die aus ihnen zuſammengeſetzet werden (§. 33.). W. Z. E.

Lehrſatz.

198. **Pyramiden und Kegel, die gleiche Grundfläche und Höhe haben, ſind einander gleich.**

Beweis.

IX. Es ſey ABC eine Seitenfläche von einer Pyrami-
2. de, und DEF von einer andern, BC und EF in einer Linie BF, BC = EF, die Spitzen A und D mit BF in einer Fläche, und AM auf BC, DO auf EF perpendicular; ſo iſt AM = DO. Nun ziehe man GK mit BF und AD parallel, ſo iſt auch AL = DN (§. 22.) und AG : AB = GH : BC = AL : AM (§. 149. Geom. §. 57. Arithm.) Eben ſo wird erwieſen, daß DN : DO = IK : EF. Da nun GH : BC = IK : EF (§. 57. Arithm.), und BC = EF; ſo iſt GH = IK (§. 53. Arithm.). Weil eben dergleichen in allen übrigen Flächen, welche die Pyramide einſchließen, erwieſen werden kann, und wegen der Aehnlichkeit der Durchſchnitte mit ihren Grundflächen (§. *), die gleichnamigen Winkel einander gleich ſind (§. 147.); ſo müſſen die Durchſchnitte in beyden Pyramiden von gleicher Gröſſe ſeyn, wenn ſie in gleicher Höhe geſchehen (§. 31.) Da aber die ganzen Höhen der Pyramiden von gleicher Gröſſe ſind, kann man in einer nicht mehr Durchſchnitte haben, als in der andern. Und demnach ſind die Pyramiden einander gleich: **welches das erſte war.**

Weil

Weil man die Triangel ABC und DEF für die Durchſchnitte zweyer Kegel annimmt, dadurch ſie von der Spitze bis durch die Grundfläche in zwey gleiche Theile getheilet werden: ſo ſind GH und IK die Diameter der Circul, welche aus den mit den Grundflächen parallel geſchehenen Durchſchnitten entſtehen (§. 186.), und alſo iſt abermal klar, daß dieſe Circul und folgends die ganzen Kegel einander gleich ſeyn müſſen: **welches das andere war.**

Lehrſatz.

199. **Eine jede Pyramide iſt der dritte Theil von einem Priſmate, ſo mit ihr gleiche Grundfläche und gleiche Höhe hat.**

Beweis.

Die Pyramiden ADEF und ACBE haben einerley Höhe BE und gleiche Grundflächen DEF und ABC (§. 180.), derowegen ſind ſie einander gleich (§. 198.). Wiederum die Pyramiden ACBE und CEFA haben gleiche Grundflächen BCE und CEF (§. 102.), und einerley Höhe, indem ſie beyde in A zuſammenſtoßen. Derowegen ſind ſie auch einander gleich (§. 22. Arithm.). W. Z. E. IX. 3.

Zuſatz.

200. Da ſ nun ein Kegel für eine Pyramide zu halten iſt, welche unzählig viel Ecken hat; ſo wird auch derſelbe der dritte Theil eines Cylinders ſeyn, ſo gleiche Grundfläche und gleiche Höhe mit ihr hat.

Aufgabe.

201. **Den Inhalt einer Pyramide, imgleichen eines Kegels zu finden.**

Auflöſung.

1. Suchet den Inhalt eines Priſmatis und Cylinders, ſo gleiche Grundflächen und Höhen mit der Pyramide und dem Kegel haben (§. 196. 197.).

2. Dieſen dividiret durch 3; ſo kommet der Inhalt der Pyramide und des Kegels heraus (§. 199. 200.).

Oder:

Multipliciret die Grundfläche beyderſeits mit dem dritten Theil der Höhe.

Z. E. der Inhalt des Priſmatis iſt (§. 196.) 360c′. Alſo iſt der Inhalt der Pyramide 120c′. Der Inhalt des Cylinders iſt (§. 197.) 2196° 588c′ 992c″. Alſo kommen für den Kegel 731963330⅔c″.

Aufgabe.

VII. 125. **202. Den Inhalt eines abgekürzten Kegels ABCD zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Wenn man inferiret, wie der Unterſchied AH der halben Diametrorum AG und CF zu der Höhe des abgekürzten Kegels CH, ſo der halbe groſſe Diameter AG zu der Höhe des ganzen Kegels EG (§. 149.); ſo kann man durch die Regel Detri die Höhe des ganzen Kegels EG finden (§. 85. Arithm.)
2. Aus dieſer und dem Diametro AB ſuchet den Inhalt des ganzen Kegels AEB (§. 201.).
3. Ziehet die Höhe des abgekürzten Kegels FG von der Höhe des ganzen EG ab, ſo bleibet die Höhe des abgeſchnittenen Kegels EF übrig.
4. Suchet aus dieſer und dem Diametro CD den Inhalt des Kegels ECD (§. 201.).
5. Endlich ziehet den kleinen Kegel ECD ab; ſo bleibet der Inhalt des abgekürzten ACDB übrig.

Z. E. Es ſey AB 36′, CD 20′, FG = CH 12′; ſo iſt AG 18′, CF 10′ und AH 8′; demnach

AH:

AH : CH = AG : GE
8 : 12 = 18 :
4) 2 3 9 (§. 96. Arithm.)
2) 1 3

27′ = GE
12 = GF

15 = EF.

100 : 314 = 18
18

2512
314

56′5″2‴
1 800 AG

4521 6
5652

101736□″ groſſe Grundfläche.
90″ = ⅓ EG

9°156′240″ der Kegel AEB
100 : 314 = 10′:
10

314″ halbe kleine Peripherie
100 FC

31400″ kleine Grundfläche
50″ = ⅓ FE

157000c″ Inhalt des Kegels CED
9156240 Inhalt des Kegels AEB

7586240c″ Inhalt des abgekürzten Kegels ACDB.

202 a) Der Inhalt eines abgekürzten Kegels läßt ſich ſehr leicht durch eine allgemeine Formel ausdrucken, und hiernach durch eine einfache Regel berechnen.

Es ſey nämlich

$$CD = d,\ AB = D,\ GE = H,\ FE = h,\ HC = a,$$

des ganzen Kegels Inhalt $= K$, des untern Kegelſtücks oder des abgekürzten Kegels Inhalt $= k$, ſo hat man

$$k = \tfrac{1}{3} H \cdot 0{,}785 \cdot D^2 - \tfrac{1}{3} h \cdot 0{,}785 \cdot d^2$$

Es iſt aber

$$H = \frac{D}{D-d} \cdot a \text{ und } h = \frac{d}{D-d} \cdot a;$$

alſo

$$k = \tfrac{1}{3} a \cdot 0{,}785 \cdot D^2 \cdot \frac{D}{D-d} - \tfrac{1}{3} a \cdot 0{,}785 \cdot d^2 \cdot \frac{d}{D-d}$$

$$= \tfrac{1}{3} a \cdot 0{,}785 \cdot \frac{D^3 - d^3}{D-d}$$

Dividirt man wirklich

$$D^3 - d^3 \text{ mit } D - d,$$

ſo giebt ſich

$$k = \tfrac{1}{3} a \cdot 0{,}785 \cdot (D^2 + d^2 + Dd)$$

Es iſt aber Dd die mittlere Proportionalfläche zwiſchen d^2 und D^2; Demnach iſt der abgekürzte Kegel von gegebener Höhe einem Cylinder von eben der Höhe gleich, deſſen Grundfläche das arithmetiſche Mittel zwiſchen der großen, der kleinen und der dazwiſchen liegenden Proportionalfläche wäre.

Lehrſatz.

203. **Die Kugel iſt $\tfrac{2}{3}$ von einem Cylinder, der gleiche Grundfläche und Höhe mit ihr hat.**

Beweis.

IX. Es ſey ABCD der perpendiculaire Durchſchnitt ei-
4. nes Cylinders, deſſen Diameter AD. Es ſey EFG der Durchſchnitt einer halben Kugel, deren Diameter EG = AD. Die Höhe des Cylinders AB ſey dem Radio der Kugel FH gleich, und AD ſowohl als EG befinden

finden ſich in einer geraden Linie AG. In dem Cylinder ſey ein Kegel dergeſtalt ausgehöhlt, daß deſſen Grundfläche ſo groß ſey, als die obere Grundfläche des Cylinders, die Spitze deſſelben aber befinde ſich in dem Mittelpunkte der untern Grundfläche L. Und BLC ſey der Durchſchnitt dieſes Kegels.

Man ſetze, daß ſowohl der Cylinder als die Kugel und der Kegel, durch die mit AG parallele Fläche RK durchſchnitten werde: ſo iſt der Radius dieſer Fläche im Cylinder MS, im Kegel MO, und in der Kugel IK, wenn man nemlich aus den Mittelpunkten L und H die Perpendicularlinien LT und HF aufrichtet, welche die Fläche RK in M und I durchſchneiden. Man ziehe ferner von H bis K die gerade Linie HK; ſo iſt HIK ein rechtwinklichter Triangel, und wenn man das Quadrat von IH von dem Quadrate von HK wegnimmt, ſo bleibt das Quadrat von IK übrig (§. 144.). Und weil ſich die Circulflächen gegen einander verhalten, wie die Quadrate der Diametrorum (§. 131.); ſo wird der mit IK beſchriebene Cirkul übrig bleiben, wenn man von dem mit HK beſchriebenen Circul den abziehet, der mit IH beſchrieben wird. Nun iſt aber HK der Radius der Kugel (§. 13.), der dem Radio des Cylinders AL = MS gleich iſt. Und weil IH = ML (§. 20.) und ML = MO (§. 149.); ſo iſt IH = MO (§. 57. Arithm.), das iſt, es iſt der Radius des Ausſchnittes vom Kegel. IK aber iſt der Radius der Kugel. Folglich bleibt der Durchſchnitt der Kugel übrig, wenn man von dem Durchſchnitte des Cylinders, den Durchſchnitt des Kegels abziehet. Da nun der Kegel $\frac{1}{3}$ vom Cylinder iſt (§. 200), ſo muß der Durchſchnitt der halben Kugel EFG, $\frac{2}{3}$ von dem Durchſchnitte des Cylinders ABCD ſeyn. Da nun dieſes von allen Durchſchnitten gilt, ſo muß der Inhalt der Kugel $\frac{2}{3}$ vom Inhalt des Cylinders ſeyn. W. Z. E.

Lehrſatz.

204. **Der Cubus Diametri verhält ſich zu der Kugel beynahe wie 300 zu 157.**

Beweis.

Wenn der Diameter der Kugel 100 iſt; ſo hält der Cubus deſſelben 1000000 (§. 191.) und der Cylinder, der mit der Kugel Eine Grundfläche und Höhe hat, 785000 (§. 197.) Und demnach iſt der Inhalt der Kugel $523333\frac{1}{3}$ (§. 203.). Solchergeſtalt verhält ſich der Cubus zur Kugel, wie 1000000 zu $523333\frac{1}{3}$, das iſt, wenn man beyderſeits mit 3 multipliciret, wie 3000000 zu 1570000 (§. 58. Arithm.), oder wenn man ferner durch 10000 dividiret, wie 300 zu 157 (§. 59. Arithm.) W. Z. E.

Anmerkung.

205. Ich ſage, der Cubus Diametri verhalte ſich zur Kugel beynahe wie 300 zu 157, weil man vorausſetzt, der Diameter im Circul verhalte ſich zu ſeiner Peripherie wie 100 zu 314; welches nur beynahe zutrift (§. 129.).

Lehrſatz.

§. ** **Die Kugel iſt einer Pyramide gleich, deren Grundfläche der ganzen Kugelfläche, die Höhe aber der Hälfte ihres Diameters gleicht.**

Beweis.

Man ſtelle ſich vor, als wenn die Fläche der Kugel in ſo kleine Vierecke zertheilet ſey, daß jedes von ihnen von einer ebenen Fläche nicht mehr merklich unterſchieden. Man ſetze hinzu, daß aus dem Mittelpunkte der Kugel an ihre Ecken gerade Linien gezogen ſeyn. Alsdenn iſt klar, daß die Kugel aus unzählig viel viereckten Pyramiden beſtehe, die im Mittelpunkte der Kugel mit ihren Spitzen zuſammenſtoßen, und deren Grundflächen zuſammen der Kugelfläche gleich ſind, die Höhen aber von dem halben Diameter der Kugel nicht merklich unter-

terſchieden. Derowegen wird die ganze Kugel mit Recht für eine Pyramide gehalten, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber der Hälfte ihres Diameters gleichet. W. Z. E.

Lehrſatz.

206. Die Kugelfläche verhält ſich zu dem größten Circul der Kugel wie 4 zu 1.

Beweis.

Weil der Inhalt der Kugel dem Inhalte einer Pyramide gleich iſt, deren Grundfläche der Kugelfläche, die Höhe aber ihrem halben Diameter gleichet (§. **): ſo kömmt die Kugelfläche heraus, wenn man den körperlichen Inhalt der Kugel durch den dritten Theil des halben Diameters, oder den ſechſten des ganzen dividiret (§. 201.). Wenn nun der Diameter 100 iſt, ſo iſt der Inhalt des größten Circuls 7850 (§. 134.), der Inhalt aber der Kugel $\frac{1570000}{3}$ (§. 204.). Derowegen, wenn ihr dieſen durch den ſechſten Theil des Diameters $\frac{100}{6}$ dividiret, ſo kommt für die Kugelfläche 31400 (§. 71. Arithm.) Demnach verhält ſich die Kugelfläche zu dem größten Circul der Kugel, wie 31400 zu 7850, das iſt, wenn man beyderſeits mit 7850 dividiret, wie 4 zu 1 (§. 59. Arithm.) W. Z. E.

Zuſatz.

207. Alſo kommet die Kugelfläche heraus, wenn man die Peripherie durch den Diameter multipliciret (§. 134.).

Aufgabe.

208. Aus dem gegebenen Diameter einer Kugel ſowohl den Inhalt ihrer Fläche, als ihren körperlichen Inhalt zu finden.

Aufloͤſung.

1. Suchet die Peripherie des groͤßten Circuls (§. 152.).
2. Multipliciret ſie durch den gegebenen Diameter; ſo habet ihr die Kugelflaͤche (§. 207.).
3. So ihr nun ferner dieſelbe durch den ſechſten Theil des Diameters multipliciret, oder durch den ganzen Diameter, und das Produkt durch 6 dividiret; kommet der koͤrperliche Inhalt der Kugel heraus.

Z. E. Es iſt der Diameter 5600‴; ſo iſt die Peripherie des groͤßten Circuls 17584‴.

	17584‴
Diameter	5600
	10550400
	87920
Kugelflaͤche	98470400 □″
Diameter	560
	59082240
	4923520
	5514342400 ⊡″

15 4
551434240 | 919057066$\frac{2}{3}$ ⊡″ Inhalt der Kugel.
66666666

Aufgabe.

209. **Aus dem gegebenen Diameter einer Kugel ihren koͤrperlichen Inhalt noch auf eine andere Art zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Suchet den Cubum des Diameters (§. 191.) oder in den Tabellen uͤber die Cubikzahlen.
2. Suchet zu 300; 157 und dem gefundenen Cubo die vierte Proportionalzahl (§. 95. Arithm.), die-

ſe

ſe iſt der körperliche Inhalt der Kugel (§. 204.).

Z. E. Es ſey der Diameter einer Kugel 64″; ſo iſt deſſen Cubus 262144c″ folgends

300 — 157 — 262144c″
157

1835008
1310720
262144

41156608

11 112	
41156608	137188 $\frac{208}{300}$c″ Inhalt der Kugel.
33323300	

Lehrſatz.

210. **Alle Priſmata, imgleichen Parallelepipeda, Cylinder, Pyramiden und Kegel, wenn ſie gleiche Höhe haben, verhalten ſich wie ihre Grundflächen: haben ſie aber gleiche Grundflächen: ſo verhalten ſie ſich wie ihre Höhen.**

Beweis.

Priſmata, Parallelepipeda und Cylinder verhalten ſich, wie die Produkte aus ihren Höhen in ihre Grundflächen (§. 194. 196. 197.): Pyramiden aber und Kegel, wie die Produkte aus dem dritten Theile ihrer Höhen in ihre Grundflächen (§. 201.): und alſo alle insgeſammt, wenn ihre Höhen gleich ſind, wie die Grundflächen, wenn aber die Grundflächen gleich ſind, wie die Höhen (§. 58. Arithm.). W. Z. E.

Zuſatz.

211. Weil die Cylinder Circul zu ihren Grundflächen haben (§. 179.), die Circul aber ſich wie die Quadrate ihrer Diameter verhalten (§. 131.); ſo müſſen auch die Cylinder von gleicher Höhe ſich wie die Qua-

drate ihrer Diameter, oder der Diameter ihrer Grundflächen verhalten.

Lehrſatz.

212. **Die Kugeln verhalten ſich gegen einander wie die Cubi ihrer Diameter.**

Beweis.

Wie die eine Kugel zu dem Cubo ihres Diameters, ſo verhält ſich auch die andere zu dem Cubo ihres Diameters (§. 204.). Derowegen verhält ſich auch die eine Kugel zu der andern, wie der Cubus des Diameters der einen, zu dem Cubo des Diameters der andern (§. 83. Arithm.). W. Z. E.

Aufgabe.

213. **Einen Viſirſtab zu verfertigen, durch den man leicht finden kann, wie viel Kannen von einer flüßigen Materie, als Bier, Wein, Brandtewein u. ſ. w. in einem cylindriſchen Gefäſſe enthalten ſind, oder Raum haben.**

Auflöſung.

VII. 126. 1. Nehmet den Diameter von einem cylindriſchen Gefäſſe, dergleichen man zu einem Kannenmaaſſe brauchet, und traget ihn aus A in B.

2. Richtet in A eine lange Perpendicularlinie auf, und traget aus A in 1 den Diameter des Kannengefäſſes; ſo iſt die Linie B 1 der Diameter von einem zweykannigen Gefäſſe, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.

3. Traget B 1 aus A in 2, ſo iſt B 2 der Diameter eines dreykannigen Gefäſſes, welches mit dem einkannigen einerley Höhe hat.

4. Wenn ihr nun auf gleiche Art die Punkte 3. 4. 5. 6. u. ſ. w. gefunden; ſo traget dieſelben auf die eine

eine Seite des Viſirſtabes, auf die andere aber die Höhe der Kanne ſo vielmal, als angehet. So iſt geſchehen, was man verlanget.

Beweis.

Denn wenn zwey cylindriſche Gefäſſe einerley Höhe, und zwar die Höhe einer Kanne haben, verhalten ſie ſich, wie die Quadrate ihrer Diameter (§. 211.). Daher iſt das Quadrat des Diameters eines zweykannigen Gefäſſes zwey; eines dreykannigen drey; eines vierkannigen viermal ſo groß, als eines einkannigen u. ſ. w. Nun iſt das Quadrat B 1 oder A 2 zweymal, das Quadrat B 2 oder A 3 dreymal, das Quadrat B 3 oder A 4 viermal ſo groß, als das Quadrat AB oder A 1 (§. 144.) u. ſ. w. Da nun AB oder A 1 der Diameter eines einkannigen Gefäſſes iſt, ſo iſt A 2 der Diameter eines zweykannigen, A 3 der Diameter eines dreykannigen, A 4 der Diameter eines vierkannigen u. ſ. w. Derowegen, wenn ihr mit der Seite des Maaßſtabes, da dieſe Eintheilungen aufgezeichnet ſind, den Diameter eines cylindriſchen Gefäſſes ausmeſſet; ſo wiſſet ihr, wie viel Kannen auf dem Boden ſtehen können. Meſſet ihr nun ferner mit der andern Seite des Viſirſtabes die Länge deſſelben; ſo wiſſet ihr, wie viel Kannen über einander ſtehen können. Derowegen, wenn ihr den Diameter durch die Höhe multipliciret; ſo kommt die Anzahl der Kannen heraus, die das ganze Gefäſſe faſſen kann. Und ſolchergeſtalt könnet ihr durch den verfertigten Viſirſtab den Inhalt eines cylindriſchen Gefäſſes und die Kannenmaaſſe finden. W. Z. E.

Anmerkung.

214. Es ſey z. E. der Diameter eines cylindriſchen Gefäſſes 8, die Höhe 12; ſo haben 96 Kannen darinnen Raum.

Auf-

Aufgabe.

215. **Ein gegebenes Faß zu viſiren, das iſt, zu finden, wie viel Kannen in demſelben Raum haben.**

Auflöſung.

VII. 127. 1. Meſſet mit der gehörigen Seite des Viſirſtabes den Diameter des Bodens AB, imgleichen den Diameter des Bauches durch das Spundloch CD: dabey mit der andern Seite des Viſirſtabes die Länge des Faſſes EF.

2. Weil das Faß mitten bey dem Spundloche einen Bauch hat, gegen den Boden aber beyderſeits niedergedruckt iſt; ſo nimmt man an, (weil es vermöge der Erfahrung zutrift, ob es ſich gleich nicht geometriſch erweiſen läſſet,) daß das Faß einem Cylinder gleich ſey, deſſen Grundfläche der mittlere arithmetiſche Proportionalcircul zwiſchen dem kleinen Circul des Bodens und dem großen des Bauches iſt. Addiret demnach den großen Diameter CD und den kleinen AB.

3. Die halbe Summe multipliciret durch die Länge des Faſſes FE; ſo kommt **vermöge des Beweiſes der vorhergehenden Ausgabe** (§. 213.) die Zahl der Kannen heraus, welche in dem Faſſe Raum haben.

Z. E. Es ſey	AB =	8
	CD =	12
ſo iſt die Summe	=	20
die halbe Summe	=	10
	FE =	15
Inhalt des Faſſes	=	150 Kannen.

Auf-

Aufgabe.

215 a) Den Inhalt eines gegebenen Faſſes zu berechnen.

Auflöſung.

Da die Dauben eines Faſſes nicht nach einem geometriſchen Geſetz gekrümmet werden, ſo iſt auch keine völlig genaue Auflöſung dieſer Aufgabe zu erwarten, ſondern man muß ſich begnügen, der Wahrheit nur nahe genug zu kommen, und daher einen geometriſchen Körper anzugeben, der dem Faß am nächſten kommt. Man iſt daher auf ganz verſchiedene Methoden verfallen, wovon immer eine der Wahrheit näher kommt als die andere.

Ite **Methode.** Einige betrachten das Faß als einen geometriſchen Körper, der aus zwey gleich großen abgekürzten Kegeln an ihren Grundflächen zuſammengeſetzt wäre. Die Abweichung des aus dieſer Berechnung ſich ergebenden Reſultats von dem wirklichen Befund, beträgt beyläufig auf zwölf Kannen ſchon Eine, welche die Berechnung zu wenig giebt. Man müßte alſo bey Anwendung dieſer Methode das Reſultat etwa um $\frac{1}{12}$ vergrößern.

IIte **Methode.** Wolf und Andere betrachten das Faß als einen Cylinder von der Länge des Faſſes, deſſen Grundfläche das Mittel zwiſchen dem Boden des Faſſes und dem Durchſchnitt beym Spunden wäre. Die Abweichung von der Wahrheit iſt hierbey ohngefähr wie no. I.

IIIte **Methode.** Weit näher kommt man der Wahrheit, wenn man von der Bodenfläche des Faſſes Ein Drittheil, und von der Durchſchnittsfläche beym Spunden zwey Drittheile nimmt, und dieſe Summe mit des Faſſes Länge multiplicirt. Man fehlt hierbey ſelten über $\frac{1}{120}$ des Ganzen.

IVte **Methode.** Man addirt Ein Drittheil vom Durchmeſſer der Bodenfläche zu zwey Drittheilen vom Durchmeſſer der Spundentiefe, und ſieht nun die Summe als den Durchmeſſer eines Cylinders an, der bey der Länge des Faſſes mit demſelben einerley Inhalt hat.

Der Fehler bey dieſer Methode iſt nicht größer, als bey der vorigen (no. III.) Aber beyde Fehler ſind einander entgegengeſetzt, ſo daß die eine Methode beyläufig zu viel giebt, was

was die andere zu wenig giebt. Daraus ergiebt ſich eine mittlere, welche noch genauer als dieſe beyden iſt. Nämlich:

Vte Methode. Man berechnet ſowohl die mittlere Cylinderfläche no. III. als die no. IV., und multiplicirt die Hälfte von der Summe dieſer beyden Flächen mit des Faſſes Länge.

Die drey letztern Methoden giebt Hr. **Lambert** in ſeinen Beyträgen zum Gebrauch der Mathematik 1. Th. S. 325 u. f.

VIte Methode, Hrn. Klinkenbergs. Man addirt zwey Drittheile der Spundentiefe zum Durchmeſſer des Bodens, multiplicirt dieſe Summe mit der Differenz der beyden genannten Durchmeſſer, und addirt zu dieſem Produkt noch $1\frac{1}{4}$ mal das Quadrat vom Durchmeſſer des Bodens. Dieſe letztere Summe multiplicirt man endlich mit $\frac{71}{113}$ von der Länge des Faſſes.

VIIte Methode, Hrn. Lulofs. Man addirt den Bodendurchmeſſer zu $\frac{2}{3}$ der Differenz zwiſchen der Spundentiefe und dem Bodendurchmeſſer; die herauskommende Zahl ſieht man als den Durchmeſſer des Cylinders an, der mit dem Faß bey gleicher Länge einerley Inhalt hat.

VIIIte Methode, Hrn. Tiedemanns. Einen Theil von der Länge der Dauben, aus der Mitte nach beyden Böden hin, ſieht man als Kreisbögen an, welche aus dem Mittelpunkt des Faſſes beſchrieben wären, den übrigen Theil ihrer Länge aber bis an die Faßböden als grade Linien; der Punkt, wie weit der Bogen geht, und wo alſo die grade Linie anfängt, wird dadurch beſtimmt, daß man aus der Mitte des Faſſes bis zum Umfang des Bodens an irgend einen Punkt eine grade Linie zieht, und über ſolcher einen halben Kreis beſchreibt, der dann die Krümmung der Dauben, durch welche der Bogen durchgeht, in dem geſuchten Scheidungspunkt trift.

IXte Methode, Hrn. Camus. Man theilt die Länge des Faſſes in 4 gleiche Theile, und nimmt die beyden mittlern für paraboliſche Bögen (ſ. unten **höhere Geom.** §. 23.), die äuſeren aber für derſelben gradlinichte Verlängerung an.

Xte Methode, Hrn. Müllers. Das Faß wird etwas mühſam, unter der Vorausſetzung, daß es ein conoidiſches

diſches Sphäroid ſey (ſ. unten höh. Geom. §. 27.) berechnet. Nämlich:

1) Man ſubtrahirt $\frac{3}{10}$ des Unterſchieds der Spundentiefe und des Bodendurchmeſſers von $\frac{2}{3}$ der Spundentiefe.

2) Vom Quadrat des erwähnten Unterſchiedes zwiſchen dem größten und kleinſten Durchmeſſer des Faſſes nimmt man $\frac{3}{28}$, und dividirt ſolches durch die Spundentiefe.

3) Aus der Spundentiefe mit dem halben Unterſchied des größten und kleinſten Faßdurchmeſſers multiplicirt, ziehe man die Quadratwurzel, und multiplicire ſolche wieder mit dem erwähnten halben Unterſchied beyder Durchmeſſer.

4) Die no. 1 und 2 gefundenen Zahlen addire man zuſammen, und multiplicire die Summe mit der no. 3. gefundenen Zahl.

5) Das Quadrat vom halben Bodendurchmeſſer multiplicire man mit dem vierten Theil von der Länge des Faſſes.

6) Das no. 4. gefundene Produkt addire man zu der no. 5. gefundenen Zahl, und multiplicire dieſe Summe mit 12,56 ſo hat man den Inhalt des Faſſes.

XIte **Methode.** Man betrachtet die Krümmung der Faßdauben als eine **Parabel;** unter dieſer Vorausſetzung multiplicirt man $\frac{2}{3}$ von dem Unterſchied des größten und kleinſten Halbmeſſers mit der Länge des Faſſes, und die ſo herauskommende Fläche noch mit dem mittlern Umfang des Faſſes. So ergiebt ſich des Faſſes **Bauch,** wozu man noch den **Cylinder** zwiſchen beyden Faßböden addirt.

XIIte **Methode. Hr. Lambert** hat die Krümmung der Dauben als einen Kreisbogen angeſehen, und darauf ſeine Berechnung gegründet, welche mit der Vten Methode übereinkommt. Dieſe Vorausſetzung ſtimmt mit der, daß die Krümmung eine Meſchellinie ſey, ſehr genau zuſammen, wie ich in den **Bemerk. der Kurpf. phyſ. ökon. Geſellſch.** 1777 gewieſen habe. Ebendaſelbſt hat die Vorausſetzung der paraboliſchen Geſtalt (XI.) den Inhalt der Fäſſer noch genauer gegeben, als die Vorausſetzung der kreisförmigen.

Ohnſtreitig iſt die Xte Methode die genauſte, wie die von Hrn. Müller ſelbſt angeſtellten Vergleichungen beweiſen. Aber

Aber für die Ausübung bleibt die IIIte Methode genau genug, daher ich ſolche als die leichteſte zum Gebrauch vorzüglich empfehle. *)

Erſt im Jahr 1794 hat die königl. däniſche Akad. d. W. zu Kopenhagen die Berechnung ſowohl ganz- als nicht ganz angefüllter Fäſſer als Gegenſtand einer Preisaufgabe gewählt, deren Beantwortung aber noch nicht erſchienen, mir wenigſtens noch nicht bekannt geworden iſt. Man hat auch über eben dieſen Gegenſtand eine Schrift vom Hrn. Prof. Späth in Altdorf.

Aufgabe.

215 b) Den Inhalt des Fluidums in einem Faß, deſſen Mittellinie genau wagrecht liegt, zu beſtimmen, wenn das Faß nur zum Theil damit angefüllt iſt.

Auflöſung.

1. Man berechne zuerſt den Inhalt des benetzten Bodenſtücks nach (§. 163.), und multiplicire ſolchen mit des Faſſes Länge, ſo hat man den Inhalt des zwiſchen beyden benetzten Stücken der Faßböden liegenden cylindriſchen Stücks.

2. Man berechne den Inhalt des ganzen Faſſes, und ziehe den Inhalt des ganzen zwiſchen den beyden Faßböden liegenden Cylinders davon ab, ſo hat man den Inhalt von dem eigentlichen **Bauch** des Faſſes, d. i. von der um jenen Cylinder ringsherum liegenden Wölbung.

3. Von dieſem Inhalt der ganzen Wölbung nehme man den ſovielten Theil, als das benetzte Stück der Bodenfläche von der ganzen Bodenfläche beträgt, ſo hat man den Inhalt von dem angefüllten Theil des ganzen Bauchs.

4. Das no. 3. berechnete Bauchſtück zu dem no. 1. berechneten cylindriſchen Stück addirt, giebt den geſuchten vollſtändigen Inhalt.

Anmer-

*) Bey allen dieſen Methoden habe ich nur von einer Bodenfläche geſprochen; ich merke daher noch an, daß man, wo nicht beyde Bodenflächen gleich groß ſind, allemal die Hälfte von beyder Summe gebrauchen müſſe.

Anmerkung.

216. Bey vorſtehender Aufgabe wird vorausgeſetzt, daß allemal ein Stück der Bodenflächen benetzt ſey; reicht die Oberfläche des Fluidums nicht bis zu den Bodenflächen, ſo läßt ſich über ſeinen kubiſchen Inhalt keine ſichere Berechnung anſtellen.

Aufgabe.

217. **Eines jeden irregulären Körpers Inhalt zu finden.** VII. 128.

Auflöſung.

1. Leget den Körper in ein ausgehöhltes Parallelepipedum und übergieſſet ihn mit Waſſer, oder überſchüttet ihn mit Sande. Merket dabey die Höhe des Waſſers, oder des wohlgeebneten Sandes AB.
2. Nehmet den Körper heraus, und merket abermal die Höhe des Waſſers oder des Sandes, nachdem er wieder geebnet worden, AC; ſo wiſſet ihr BC.
3. Weil nun der Inhalt des Körpers dem Parallelepipedo DFCGE gleich iſt; ſo meſſet deſſelben Länge FC und Breite CG, und ſuchet den Inhalt deſſelben (§. 194.)

Z. E. Es ſey AB 8′, AC 5′; ſo iſt BC 3′. Es ſey ferner FC 12′ CG 4′; ſo wird endlich der Inhalt des Körpers 144′ gefunden.

Anmerkung.

218. Wenn man den Körper in dergleichen Gefäſſe nicht wohl legen kann, als wenn man zum Exempel eine feſtſtehende Statue ausmeſſen ſollte: ſo darf man nur entweder ein Parallelepipedum, oder ein viereckichtes Priſma um denſelben aufrichten, den leeren Raum mit Sand ausfüllen, und im übrigen wie vorhin verfahren.

Aufgabe.

219. **Netze zu zeichnen, daraus man die geometriſchen Körper zuſammen legen kann.**

Aufloͤſung.

VIII. 129. 1. Beſchreibet einen gleichſeitigen Triangel ABC (§. 53.) theilet die Seiten in zwey gleiche Theile in DE und F, und ziehet die Linien DE, EF und FD, ſo iſt das Netz des Tetraëdri fertig (§. 190.)

VIII. 130. 2. Wenn man die Seite AC in G, BC in H und ED in L verlaͤngert, bis CG = DC, CH = FC, DI = IL = ED; ſo laſſen ſich die Linien GL, CI und IH ziehen, und iſt das Netz des Octaëdri fertig (§. 190.).

VIII. 131. 3. Traget auf die Linie AB die Seite eines Wuͤrfels AI viermal, ſo daß AI = IL = LN = NB, und conſtruiret das Rectangulum ACDB dergeſtalt, daß AC = AI (§. 99.). Ziehet die Linien IK, LM, NO mit AC parallel (§. 67.), und verlaͤngert IK und LM beyderſeits in E und F, G und H, bis EI = IK = KF und GL = LM = MH: ſo giebet ſich das Netz des Hexaëdri oder des Wuͤrfels (§. 182.).

VIII. 132. 4. Beſchreibet ein regulaͤres Fuͤnfeck ABCDE (§. 107.), leget das Linial an D und B, und ziehet die Linie BL; leget es gleichfalls an D und A und ziehet die Linie AG: machet AG = AB = BL, und mit der Weite AB aus G und L einen Durchſchnitt in Q; ſo giebet ſich das Fuͤnfeck ABLQG. Auf gleiche Art haͤnget die uͤbrigen Fuͤnfecke BNROC, CHGFD, DKSME, ETVIA, imgleichen die uͤbrigen ſechs a, b, c, d, e, f, daran; ſo iſt das Netz des Dodecaëdri fertig (§. 190.).

VIII. 133. 5. Beſchreibet einen gleichſeitigen Triangel ACB (§. 53.); verlaͤngert die Linie AB in D, und traget ſie noch viermal darauf, ziehet CE mit AD parallel (§. 67.), und machet CI = IK = KL = LM = ME = AB; verlaͤngert AC in N bis CN = AC; leget das Lineal an B und I, F und K, G und L, H und

H und M, D und E, und ziehet die Linien YO, SP, TQ, VR, und XE; leget daſſelbe ferner auf D und M, H und L, G und K, F und I, B und C, und ziehet die Linien DQ, XP, VO, TN, SC; endlich machet MR = ME und BY = BA, und ziehet die Linien RE und AY. Die beſchriebene Figur iſt das Netz des Icoſaëdri (§. 190.)

6. Auf die Linie BD traget aus B in H die Breite, aus H in I die Länge, aus I in K die Breite, und aus K in D die Länge eines Parallelepipedi; in B richtet ſeine Höhe BA perpendicular auf, und beſchreibet das Rectangulum BACD (§. 99.) Ziehet EH, FI, GK mit AB parallel (§. 67.) und verlängert EH beyderſeits in L und N, imgleichen FI in M und O, bis LE, MF, IO und NH der Breite des Parallelepipedi BH gleich werden; ſo giebet ſich das Netz des Parallelepipedi (§. 182.) VIII. 134.

7. Traget auf CF die Seiten der Grundfläche eines Priſmatis CG, GH und HF, beſchreibet das Rectangulum CAEF, deſſen Höhe CA der Höhe des Priſmatis gleich iſt (§. 99.). Auf BD und GH conſtruiret mit AB und DE, CG und HF die △△ BKD und GIH (§. 55.); ſo iſt das Netz des Priſmatis fertig (§. 179.) Wenn die Grundfläche ein Fünf Sechs-Siebeneck ꝛc. iſt; ſo wird auf BD und GH ein Fünf-Sechs-Siebeneck ꝛc. beſchrieben. VIII. 135.

8. Beſchreibet aus A mit der Seite einer Pyramide AE einen Bogen EB; traget darein die Linien des Umfanges von der Grundfläche ED, DC, CB und ziehet die Linien AE, AD, AC, AB. Endlich beſchreibet auf DC die Grundfläche der Pyramide; ſo iſt das Netz fertig (§. 187.). VIII. 136.

9. Für das Netz des Cylinders beſchreibet ein Rectangulum (§. 99.), deſſen Höhe BC der Höhe des VIII. 137.

Cylinders, die Länge CF dem Umfange gleich iſt (§. 132.): verlängert BC in A und D, bis BA und CD dem Diameter gleich werden, und beſchreibet die Circul der Grundflächen des Cylinders: So iſt geſchehen, was man verlangte (§. 179.).

Anmerkung.

220. Damit man nun die Körper aus den Netzen zuſammen leimen kann; ſo läſſet man einige Ränder, indem man ſie ausſchneidet, wie durch die punctirten Linien Fig. 129. angedeutet worden. Dieſe Arbeit dienet den Anfängern, die geometriſchen Körper deutlich zu begreifen.

Ende der Geometrie.

Anfangs-Gründe
der
Trigonometrie.*)

Erklärung.

1.

Die Trigonometrie iſt eine Wiſſenſchaft, aus I.
drey gegebenen Theilen eines Triangels, nem- 1.
lich entweder aus zwey Seiten und einem Win-
kel, oder aus zweyen Winkeln und einer Sei-
te, oder auch aus allen drey Seiten, die übri-
gen drey Theile zu finden.

Erklärung.

2. Die halbe Sehne AD eines Bogens AM I.
heiſſet der Sinus des Bogens AE, imgleichen des 2.
Bogens AI, welche die Hälften der Bogen
AEM und AIM ſind.

*) Auſſer den ſchon oben zur Geometrie angeführten Schrif-
ten, nenne ich von den vielen hierher gehörigen nur noch
folgende:

Hrn. v. Oppels analyſis triangulorum.
— Klügels analytiſche Trigonometrie.
— Käſtners aſtronomiſche Abhandlungen.
Deſſelben geometriſche Abhandlungen.
— Lamberts Beyträge zum Gebrauch der Mathem.
I. und II. Th.
— Tempelhofs vollſtändige Anleitung zur Algebra.
— Biörnſen introductio in tetragonometriam.

Zuſatz.

I. 3. Derowegen ſtehet der Sinus eines Bogens AD
2. auf dem Radio des Circuls EC perpendicular (§. 95. Geom.): und alſo ſind die Sinus verſchiedener Bogen mit einander parallel. (§. 75. Geom.).

Zuſatz.

I. 4. Weil der Bogen AE das Maaß des Winkels
2. ACE, und der Bogen AI das Maaß des Winkels ACI iſt (§. 16. Geom.); ſo iſt auch AD der Sinus derſelben Winkel.

Zuſatz.

I. 5. Und alſo haben zwey Winkel, die neben einan-
2. der auf einer Linie EI ſtehen, einerley Sinum.

Erklärung.

I. 6. **Die Linie** EF, **welche auf dem Ende des**
2. Radii EC **perpendicular aufgerichtet wird, heiſſet des Bogens** AE, **und folgends des Winkels** ECA Tangens; FC **aber deſſelben Bogens und Winkels** Secans.

Erklärung.

I. 7. **Hingegen** ED **wird ſein** Sinus Verſus **und**
2. AG (= DC) **der** Sinus **des Bogens** AH, **welcher mit** EA 90 **Grad machet, der** Sinus Complementi, **oder auch** Coſinus **genennet: der** Tangens **davon** HL Tangens Complementi, **oder auch** Cotangens, **imgleichen der** Secans CL Secans Complementi **oder** Coſecans.

Anmerkung.

7a) Ich muß hier erinnern, daß ſich der ältere Sprachgebrauch in etwas abgeändert hat; man gebraucht jetzt die Benennungen: **Tangente, Sekante, Querſinus, Koſinus, Kotangente, Koſekante** ſtatt Tangens, Secans, Sinusverſus, Sinus complementi, Tangens complementi, Secans complementi.

Erklä-

Erklärung.

8. **Endlich der Radius EC heiſſet der Sinus totus.** I. 2.

Zuſatz.

9. Weil der Radius EC der Sinus des Quadranten EH iſt; ſo iſt der Sinus totus der Sinus eines rechten Winkels (§. 37. Geom.).

Lehrſatz.

10. **Die Sinus ähnlicher Bogen BC und EF haben gegen ihre Radios AB und ED einerley Verhältniß.** I. 3.

Beweis.

Wenn die Bogen BG und EH einander ähnlich ſind; ſo hat jeder gleich viel Grade, und alſo ſind die Winkel A und D einander gleich (§. 35. Geom.) Nun ſind bey C und F rechte Winkel (§. 3.) Derowegen iſt, wie der Radius AB zum Sinu BC, ſo der Radius ED zum Sinu DF (§. 148. Geom.) W. Z. E.

Anmerkung.

11. Daher hat man dem Sinui toti in einem jeden Circul insgemein 10000000 Theile zugeeignet, und durch Hülfe der Geometrie ausgerechnet, wie viel derſelben der Sinus und Tangens von jedem Grade, in einer jeden Minute, durch den ganzen Quadranten bekommet. Und ſolchergeſtalt ſind die Tabulae Sinuum und Tangentium entſtanden, welche man in der Trigonometrie nöthig hat: wie in den Anfangsgründen umſtändlicher gezeiget wird.

11 a) S. H. H. Käſtners Geom. Abh. 2te Samml. S. 354 u. f. f. (*).

Anmerkung.

12. Weil die Sinus und Tangenten große Zahlen ſind, welche das Multipliciren, und Dividiren in der Trigonometrie ſehr

*) Ich ſehe mich hier durchaus genöthigt, die Wolfiſchen Anmerkungen §. 15 — 18 etwas abzuändern, und mehrere unentbehrliche Sätze einzuſchalten.

ſehr beſchwerlich machen, ſo iſt man auf die Berechnung ſol- cher Tafeln verfallen, woraus man die Produkte und Quotien- ten durch bloße Anwendung der Addition und Subtraktion an- derer Zahlen, welche Logarithmen genennt werden, finden kann.

Erklärung.

13. **Wenn eine Reihe Zahlen in geometri- ſcher Proportion, und eine andere in arithme- tiſcher fortgehen, ſo heiſen die in der leztern, die Logarithmen der erſtern.**

Anmerkung.

14. Es ſeyen die beyden Reihen Zahlen

1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

wo die der erſten Reihe in einer geometriſchen, und die der an- dern in einer arithmetiſchen fortgehen, ſo iſt 0 der Logarithme von 1; 1 der Logarithme von 2; 2 der Logarithme von 4; 7 der Logarithme von 128 u. ſ. w.

Anmerkung.

15. Wenn der Logarithme von 1 die 0 iſt, ſo iſt der Lo- garithme des Produkts verſchiedener Zahlen aus der geometri- ſchen Reihe gleich der Summe der zugehörigen Zahlen aus der arithmetiſchen Reihe, weil jedes Glied der geometriſchen Rei- he durch eben ſo vielmal wiederholte Multiplication der Zahl mit der dabey zum Grund liegenden geometriſchen Verhältniß, d. i. dem Exponenten entſteht, ſo vielmal in der arithmetiſchen Reihe die Addition der dabey angenommenen arithmetiſchen Verhältniß, d. i. der Differenz zu der 0 wiederholt werden muß, wenn man das eben ſo vielte Glied in der arithmetiſchen Verhältniß haben will. Z. B. wenn man die beyden Reihen (§. 14.) hat, ſo entſteht jedes Glied der dortigen geometriſchen Reihe, wenn man das nächſtvorhergehende mit 2 multiplicirt, und jedes Glied der arithmetiſchen Reihe, wenn man zu dem nächſtvorhergehenden allemal 1 addirt. Nimmt man nun z. B. die 5te Zahl aus der geometriſchen Reihe, oder die 4te nach der 1., ſo entſteht ſolche, wenn man die Multiplication der 1 mit 2 viermal wiederholt, wie neben ſtehende Rechnung zeigt.

Ver-

Verlangt man nun aus der zugehörigen arithmetiſchen Reihe das eben ſo vielte, alſo gleichfalls das vierte Glied nach der 0, ſo erhält man ſolches, indem man die Addition der 1 zu 0 viermal wiederholt, wie wieder aus nebenſtehender Rechnung zu erſehen iſt.

Multiplicirt man alſo mehrere Zahlen aus der geometriſchen Reihe, z. B. das dritte und fünfte nach der 1, ſo erhält man dasjenige Glied der geom. Reihe, welches aus der 3fachen und 5fachen d. i. aus der 8fachen Multiplication der angenommenen geometriſchen Verhältnißzahl mit der 1 entſtanden iſt, d. i. nach der 1 das 8te Glied der geom. Reihe; addirt man hingegen die zugehörigen Glieder der arithmetiſchen Reihe, nämlich das 3te und 5te nach der 0, ſo erhält man dasjenige Glied der arithm. Reihe, welches aus der 3fachen und 5fachen, d. i. der 8fachen Addition der arithmetiſchen Verhältnißzahl entſtanden iſt, oder nach der 0 gleichfalls das 8te Glied der arithmet. Reihe.

	1
	2
I.	2
	2
II.	4
	2
III.	8
	2
IV.	16

	0
	1
I.	1
	1
II.	2
	1
III.	3
	1
IV.	4

Hieraus erhellet alſo, daß das Produkt mehrerer Zahlen aus der geometriſchen Reihe allemal das ebenſovielte Glied in der geomet. Reihe giebt, das ſovielte in der arithmetiſchen herauskommt, wenn man die unter den mit einander multiplicirten Zahlen ſtehenden Glieder der arithmet. Reihe zuſammen addirt. (L.)

Anmerkung.

15 a) Was hier geſagt worden iſt, gilt von jeder geom. Reihe, die ſich mit 1, und arithmetiſchen, die ſich mit 0 anfängt. Man nehme z. B. die beyden Reihen

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729.
0. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

ſo gelten von beyden Reihen alle die vorhin erwähnten Sätze.

I. Ex. Wenn man in den vorigen Reihen aus der geometriſchen die Zahlen 8 und 64 mit einander multiplicirt, ſo iſt das Produkt 512; die unter 8 und 64 ſtehenden Logarithmen ſind 3 und 6, deren Summe 9 als Logarithme unter der Zahl 512 ſteht.

II. Ex. In den beyden letzten Reihen iſt $9 \times 81 = 729$ und die Summe der unter 9 und 81 ſtehenden Logarithmen $4 + 8 = 12$ ſteht als Logarithme unter 729.

Anmerkung.

15 b) Ein **logarithmiſches Syſtem** heiſt eine ſolche Berechnung von Zahlen und ihren Logarithmen, oder eine ſolche Verbindung einer geometriſchen und arithmetiſchen Reihe, worinn beſtimmt iſt, in welcher geometriſchen Verhältniß die Zahlen der geom. Reihe auf einander folgen, welche zu den unter einer gegebenen arithm. Verhältniß auf einander folgenden Zahlen der arithmetiſchen Reihe gehören.

Anmerkung.

15 c) Die einfachſte Art, ein logarithmiſches Syſtem zu beſtimmen, iſt dieſe, daß man angiebt, welche Zahl in der geometriſchen Reihe zu der Zahl 1 in der arithmetiſchen gehört, d. i. daß man die Zahl in dem Syſtem angiebt, deren Logarithme 1 iſt. So iſt z. B. in dem logarithmiſchen Syſtem (§. 14.) 2 die Zahl, deren Logarithme 1 iſt. In dem logar. Syſtem (§. 15 a) iſt der Logarithme 1 die arithmetiſche Proportionalzahl zwiſchen 0 und 2, alſo die zugehörige Zahl der geometriſchen Reihe, deren Logarithme 1 iſt, die mittlere geometriſche Proportionalzahl zwiſchen 1 und 3, d. i. $\frac{1732}{1000}$. Aus dieſen beyden Zahlen 2 und 1,732 ergiebt ſich die Verſchiedenheit der beyden logarithmiſchen Syſtemen. Daher heiſt auch die Zahl, deren Logarithme 1 iſt, die **logarithmiſche Baſis**.

Anmerkung.

16. Es iſt alſo in jedem logarithmiſchen Syſtem, wo der Logarithme von 1 die 0 iſt, der Logarithme eines Produkts gleich der Summe der Logarithmen der in einander multiplicirten Zahlen, folglich auch der Logarithme eines Quotienten gleich der Differenz der Logarithmen der in einander dividirten Zahlen.

Auch iſt daher der Logarithme des Quadrats dem doppelten Logarithmen der Wurzel, und der Logarithme einer Kubikzahl dem 3fachen Logarithmen der Wurzel gleich. Umgekehrt iſt der Logarithme der Quadratwurzel die Hälfte vom Logarithmen des Quadrats, und der Logarithme der Kubikwurzel der 3te Theil, vom Logarithmen der Kubikzahl.

Anmer-

Anmerkung.

17. Hieraus erhellet, wie die Logarithmen das Multipliciren in Addiren, das Dividiren in Subtrahiren, die Ausziehung der Quadratwurzel in Halbiren, und die Ausziehung der Kubikwurzel in Dividiren durch 3 verwandeln. Wenn man nämlich ein berechnetes Logarithmenſyſtem in Tafeln vor ſich hat, und nun z. B. die beyden Zahlen 1735 und 5943 mit einander multiplicirt werden ſollen, ſo darf man in ſolchen Tafeln nur die Logarithmen dieſer beyden Zahlen aufſuchen, ſolche addiren, und nun unter den Logarithmen denjenigen aufſuchen, der dieſer gefundenen Summe gleich iſt; die in den Tafeln neben dieſem Logarithmen ſtehende geometriſche Reihenzahl iſt nun das Produkt der in einander multiplicirten Zahlen.

Anmerkung.

17a) Wenn man ein gewiſſes logarithmiſches Syſtem feſtgeſetzt hat, z. B. das §. 15a), ſo laſſen ſich nachher darinn die Logarithmen der zwiſchen die Hauptglieder der geometr. Reihe fallenden Zahlen gleichfalls finden, wenn man die dazwiſchen fallende Logarithmen eben ſo in arithmetiſcher Reihe auf einander folgen läßt, wie die zwiſchen die Hauptglieder der geom. Reihe fallenden Zahlen in geom. Verhältniß auf einander folgen, wozu nur mühſame Rechnungen nöthig ſind. Man kann ſich daher dergleichen berechnete Tafeln gedenken, worinn nach einem willkührlich angenommenen Syſtem die Logarithmen von einer gewiſſen Anzahl der in natürlicher Ordnung auf einander folgenden ganzen Zahlen, ingleichem die Logarithmen der Zahlen, wodurch die trigonometriſche Linien ausgedruckt werden, berechnet ſind. Die Gründe zu dieſen Berechnungen findet man in den oben angeführten Schriften.

Anmerkung.

17b) Die erſten Logarithmentafeln hat **Neper** berechnet. S. Hrn. H. **Käſtners** aſtronom. Abhandl. 2te Samml. S. 62. u. f. f. Auch Hrn. **Scheibels** mathematiſche Bücherkenntniß S. 57 u. f. f. Nachher hat **Brigge** ein anderes Syſtem, deſſen Baſis 10 iſt, das alſo folgende Geſtalt hat:

1.	10.	100.	1000.	10000.
0.	1.	2.	3.	4.

zum

zum Grund gelegt, und hiernach logarithmiſche Tafeln für alle ganze Zahlen von 1 bis 20000 und von 90000 bis 100000 berechnet, die nachher Vlacq durch Einſchaltung aller zwiſchen 20000 und 90000 fallenden ganzen Zahlen in ſeiner 1628 herausgekommenen Arithmetica logarithmica ergänzt hat. Die kleinern Ausgaben dieſer Vlacqſchen Tafeln, z. B. von Joh. Jak. Hentſchen, enthalten, auſſer den trigonometriſchen Linien ſelbſten, die Logarithmen dieſer Linien, nebſt den Logarithmen der natürlichen Zahlen von 1 bis 10000.

Anmerkung.

170) Zum genauern Verſtändniß dieſer Tafeln muß ich noch einiges beyfügen. Man ſieht nämlich aus dem angeführten Syſtem, daß nur die Logarithmen von

1. 10. 100. 1000. u. ſ. w. blos ganze Zahlen ſind, nämlich 0. 1. 2. 3.

u. ſ. w. Von jeder Zahl alſo, die kleiner iſt als 10, und größer als 1, iſt der Logarithme 0 mit einem angehängten Bruch; von jeder Zahl über 10, die kleiner iſt, als 100 iſt der Logarithme 1 mit einem Bruch; von jeder Zahl über 100 die kleiner iſt als 1000 iſt der Logarithme 2 mit einem Bruch; von jeder über 1000, die kleiner iſt, als 10000 iſt der Logarithme 3 mit einem Bruch u. ſ. w. Daher heiſt die ganze Zahl, welche jeder Logarithme enthält, die **Charakteriſtik** des Logarithmen.

Die der Charakteriſtik angehängten Brüche ſind als Decimalbrüche ausgedruckt, und entweder durch einen Punkt oder durch ein Komma von ihr abgeſondert.

Bey den in den Tafeln befindlichen Logarithmen der trigonometriſchen Linien iſt der Halbmeſſer nicht in 10 Million Theile, ſondern in 10000 Million Theile getheilt zum Grund gelegt worden, daher man ſich an Zahlen, welche in den Tafeln die Sinus, Tangenten und Sekanten andeuten, eigentlich noch drey Zifern angehängt vorſtellen muß, wenn man begreifen will, warum die Charakteriſtik bey den Logarithmen der trigonometriſchen Linien in den Tafeln durchaus um 3 höher angeſetzt iſt, als es der in den Tafeln angeſetzten Größe der trigonometriſchen Linien nach dem Briggiſchen Logarithmenſyſtem gemäß iſt.

Anmer=

Anmerkung.

18. Das **Briggiſche Syſtem** hat man nun wegen ſeiner beſondern Bequemlichkeit überall beybehalten. In den kleinen Ausgaben von Blacqs Tafeln ſind ſowohl die trigonometriſchen als die Logarithmen von ihnen und von allen ganzen Zahlen von 1 bis 10000 in 7 Decimalſtellen angegeben. Sherwins Mathematical Tables con trivd after a moſt comprehenſive method &c. by William Gardiner, enthält die Logarithmen des Briggiſchen Syſtems für alle ganze Zahlen von 1 bis 101000 nebſt den Logarithmen der trigonometriſchen Linien in 7 Decimalſtellen; auch ſind darin zum bequemen Gebrauch die Differenzen eines jeden Logarithmen vom nächſtfolgenden mitgetheilt. **Gellibrands** Tafeln enthalten die trigonometriſchen Linien für den Halbmeſſer = 100000000000000 nebſt ihren Logarithmen für alle 100 Theile eines Grades. (L.)

18 a) Diejenigen Logarithmen, die zu einem Syſtem gehören, deſſen Baſis 2,718281 iſt, heiſen die **natürliche** oder auch **hyperboliſche** Logarithmen, deren Berechnung in der Analyſis des Unendlichen vorkommt. Sie laſſen ſich, als **Hülfszahlen** betrachtet, wie alle andere Logarithmen gebrauchen; da ſie aber in der höheren Mathematik ſehr oft als abſolute Größen vorkommen, wofür man die **Briggiſche** Logarithmen nicht ſubſtituiren kann, ſo hat man in neueren Zeiten gleichfalls eigene Tafeln für ſie berechnet.

18 b) Zu den neueſten und wichtigſten trigonometriſchen und logarithmiſchen Tafeln gehören nach Hrn. **Prof. Schulzes Sammlung von Logarithm. Trigonom. und andern nützlichen mathem. Tafeln 2 Bände 1778.** Wer dieſe Schulziſche Tafeln hat, kann alle übrige entbehren. Auſſer einer Menge anderer für die ganze praktiſche Mathematik äußerſt wichtiger Tafeln, enthalten ſie auch die **Briggiſchen Logarithmen** aller Zahlen von 1 bis 101000 nebſt ihren Differenzen und Proportionaltheilen; ingleichem die **natürlichen** oder **hyperboliſchen Logarithmen** für alle Zahlen von 1 bis 2200, ſodann für alle zwiſchen 2200 und 10000 fallende Prim- oder ſonſt ſchwer zu zerlegenden Zahlen; ferner vollſtändige **Tafeln** der **Sinuſſen, Tangenten, Sekanten,** und deren zugehörigen Briggiſchen und natürlichen **Logarithmen,** für die 4 erſten und letzten Grade von 10 zu 10 Sekunden, für den übrigen Theil des Quadranten aber von Minute zu Minute, nebſt dem 6ten Theil der Differenzen; ferner eine

Tafel

Tafel für die Logarithmen der Sinuſſen und Tangenten kleiner Bögen von 0 Grad bis 2 Grad von Sekunde zu Sekunde.

Die neueſte hierhin gehörige Sammlung haben wir von Hrn. Fr. Vega unter dem Titel: Logarithmiſche, trigonometriſche und andere zum Gebrauch der Mathematik eingerichtete Tafeln und Formeln, Wien 1783, in Oktav, die ſich durch ihre kompendiöſe und doch ſehr vollſtändige Einrichtung, und durch eine Korrektheit vom höchſten Grade vorzüglich empfiehlt. Von dieſem Verf. iſt auch eine neue Ausgabe ſolcher Tafeln in Folio angekündigt worden. S. H. H. Käſtners ſchon erwähnte aſtronom. Abh. und deſſelben geom. Abh. 1ſte Samml. S. 475. u. f. f.

18 c) Der Vortrag der Hauptkunſtgriffe, dergleichen trigonometriſche und logarithmiſche Tafeln zu berechnen, iſt ein Gegenſtand der Analyſis des Unendlichen, und erfordert eigene Schriften, ſ. unten die Anal. des Unendlichen §. 5 bis 11. (L.)

Lehrſatz.

I. **19. In einem jeden Triangel ABC verhal-**
4. **ten ſich die Seiten, wie die Sinus der ihnen**
entgegenſtehenden Winkel.

Beweis.

Man gedenke ſich, es ſey der Triangel ABC in einem Circul beſchrieben, welches jederzeit geſchehen kann (§. 97. Geom.) So iſt der halbe Bogen AB das Maaß des Winkels C (§. 84. Geom.) und alſo iſt die halbe Seite AB deſſelben Sinus (§. 2.). Eben ſo iſt der halbe Bogen AC das Maaß des Winkels B, und daher die halbe Seite AC der Sinus des Winkels B. Derowegen verhält ſich, die Seite AB zu dem Sinu des ihr entgegengeſetzten Winkels C, wie die Seite AC zu dem Sinu des ihr entgegen ſtehenden Winkels B (§. 59. Arithm.). W. Z. E.

Aufgabe.

I. **20. Aus der gegebenen Seite AB und**
4. **zweyen Winkeln A und C die Seite BC zu**
finden.

Auflö-

Aufloͤſung.

Sprechet (§. 19.):
Wie der Sinus des Winkels C
zu der ihm entgegen geſetzten Seite AB.
So der Sinus des Winkels A
zu der ihm entgegenſtehenden Seite BC.

Z. E. Es ſey C = 48° 35′, A = 57° 79′ AB = 74′; ſo verfahret mit den Logarithmis folgendergeſtalt:

log. Sin. C = 9,8750142
log. AB = 1,8692317
lon. Sin. A = 9,9259487
Summe = 11,7918504

log. BC = 1,9201662, zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von 83′ am naͤchſten kommt.

Anmerkung.

21. Wollet ihr mit 83 Schuhen nicht zufrieden ſeyn, ſondern noch Zolle dazu haben, ſo ſuchet dieſen Logarithmum unter der Characteriſtica 2 hinter 830 auf. Alsdenn werdet ihr finden, daß der Logarithmus von 832 ihm am allernaͤchſten kommet, und alſo uͤber 3 Schuhe noch 2 Zoll ſind. Ja wollet ihr gar Linien haben, ſo ſuchet euren Logarithmum noch einmal unter der Characteriſtica 3 hinter 8320 auf: ſo findet ihr, daß der Logarithmus von 8321 ihm am naͤchſten kommt, und alſo die Seite BC 8° 3′ 2″ 1‴ ſey. Und ſolchergeſtalt muͤſſet ihr allezeit verfahren, wenn der Logarithmus einer Seite unter ſeiner Characteriſtica nicht vollkommen zu finden.

Anmerkung.

22. Weil die Aufloͤſung der Aufgabe durch die Regel Detri geſchiehet (§. 85. Arithm.), und daher der Sinus A mit der Seite AB multipliciret; das Produkt aber durch den Sinum des Winkels C dividiret werden ſollte; ſo iſt klar, daß man den Logarithmum von AB zu dem Logarithmo des Sinus A addiren, und von der Summe den Logarithmum des Sinus C abziehen muß (§. 15. 16.)

Auf-

Aufgabe.

23. Aus zwey gegebenen Seiten AB und BC, und einem Winkel C, der einer von ihnen entgegen ſtehet, die übrigen Winkel zu ſinden.

Aufloͤſung.

1. Sprechet (§. 19.):

4. Wie die Seite AB

zu dem Sinu des entgegen ſtehenden Winkels C;

So die Seite BC

zu dem Sinu des entgegen ſtehenden Winkels A.

Z. E. Es ſey AB = 82′, BC = 75′, C = 64° 33′. Verfahret alſo:

log. AB	=	1,9138138
log. Sin. C	=	9,9556688 }
log. AC	=	1,8750613 }
Summe	=	11,8307301
log. Sin. A	=	9,9169163,

zu welchem in den Tafeln der Logarithmus von 55° 40′ am nächſten kommet.

Anmerkung.

24. Seyd ihr mit 55° 40′ nicht zufrieden; ſo könnet ihr noch Secunden dazu ſuchen. Ziehet nemlich von eurem

Logarithmo	9,9169163
den nächſt kleineren	9,9168593 ab und
merket die erſte Differenz	570

Imgleichen:

von dem nächſt gröſſeren	9,9169455
den nächſt kleineren	9,9168593 ab und merket die
andere Differenz	862

Spre-

Sprechet: 862 geben 60″ wie viel geben 570

862) 34200 (39″	570
2586	60
8340	34200
7758	
582	

So bekommet ihr noch 39″; und alſo iſt der Winkel A 55° 40′ 39″.

Anmerkung.

25. Wenn ihr zwey Winkel A und C habet, könnet ihr den dritten durch die Geometrie ſinden (§. 77. Geom.): wie aus beygefügten Exempel zu erſehen.

C =	64°	33′	0″
A =	55	40	39
A + C =	120	13	39
A + C + B =	189	59	60
B	59	46	21

Aufgabe.

26. Aus zweyen Seiten AB und BC, die in einem rechtwinklichten Triangel den rechten Winkel B einſchlieſſen, die Winkel zu ſinden. I. 5.

Auflöſung.

Nehmet BC für den Sinum totum an; ſo iſt AB der Tangens des Winkels C (§. 6.). Sprechet demnach:

Wie die Seite BC
 Zu der Seite AB
So verhält ſich der Sinus totus
 zu der Tangente des Winkels C.

Z. E. Es ſey BC 79′; AB 54′; ſo geſchiehet die Rechnung alſo:

$$\begin{aligned} \log.\ BC &= 1{,}8976271 \\ \log.\ AB &= 1{,}7323938 \\ \log.\ \mathrm{Sin.\ tot} &= 10{,}0000000 \end{aligned}$$

log. Tang. C. = 9,8347667, welchem in den Tafeln am nächſten kommt der Logarithmus tangens von 34°21′. Demnach iſt der Winkel C = 34°21′; der Winkel A aber 55°39′ (§. 75. Geom.).

Lehrſatz.

27. Wenn man zu der halben Summe zweyer Zahlen oder Gröſſen die halbe Differenz addiret, ſo kommt die gröſſere von ihnen heraus: ſubtrahiret man aber dieſelbe von ihr, ſo bleibet die kleinere übrig.

Beweis.

Die gröſſere Zahl beſtehet aus der kleinern und ihrer Differenz von der gröſſern; und alſo die Summe beyder aus der Differenz und der kleinern zweymal genommen. Da nun die halbe Summe aus der kleinern und der halben Differenz beſtehet, ſo kommt die gröſſere heraus, wenn man die halbe Differenz dazu addiret: hingegen bleibet die kleinere übrig, wenn man ſie ſubtrahiret. W. Z. E.

Aufgabe.

I. **28. Aus zwey gegebenen Seiten eines Triangels AC und CB nebſt dem Winkel C, den ſie**
6. **einſchlieſſen, die übrigen Winkel zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Sprechet:

Wie die Summe der beyden Seiten AC und CB zu ihrer Differenz:
So der Tangens der halben Summe der beyden geſuchten Winkel A und B
zu dem Tangente der halben Differenz derſelben.

2. Ab-

2. Addiret dieſe halbe Differenz zu der halben Summe; ſo habt ihr den Winkel B, welcher der gröſten von den gegebenen Seiten entgegen geſetzet iſt. Subtrahiret ſie von derſelben; ſo bleibet der Winkel A übrig (§. 27.).

Z. E. Es ſey AC 75′, BC 58′, C 108° 24′; ſo geſchiehet die Rechnung folgendermaaſſen:

$AC = 75'$	$AC = 75'$	$A + B + C = 179^\circ 60'$
$BC = 58$	$BC = 58$	$C = 108^\circ 24'$
$AC + BC\ 133'$	$AC - BC\ 17'$	$A + B\ 71^\circ 36'$
		$\frac{1}{2}(A + B)\ 35^\circ 48'$

$$\log. AC + BC = 2{,}1238516$$
$$\log. AC - BC = 1{,}2304489$$
$$\log. \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2} A + B = 9{,}8580694$$
$$\text{Summe}\ 11{,}0885184$$
$$\log. \text{Tang.}\ \tfrac{1}{2}(A - B) = 8{,}9646667$$

dem in den Tafeln der Logarithmus tangens von 5° 17′ am nächſten kommt.

$\frac{1}{2}(A+B)$	$35^\circ 48'$	$\frac{1}{2}(A+B)$	$35^\circ 48'$
$\frac{1}{2}(A-B)$	$5\ 17$	$\frac{1}{2}(A-B)$	$5\ 17'$
$B =$	$41^\circ 5'$	$A =$	$30^\circ 31'$

Beweis.

Verlängert die Seite AC in D bis CD = BC, und machet CE = CB; ſo iſt DA die Summe, EA die Differenz der beyden Seiten CB und CA, und DBE ein rechter Winkel (§. 86. Geom.). Man ziehe AG mit EB parallel; ſo iſt bey G auch ein rechter Winkel und GAD = BED (§. 37. 72. Geom.), imgleichen GB der Tangens des Winkels GAB und GD der Tangens des Winkels GAD (§. 6.) Nun iſt DCB = CBA + CAB = CBE + CEB = 2 CEB (§. 47. 79. Geom.), und alſo CEB, imgleichen CAG die halbe Summe der geſuchten Winkel CBA und CAB, folgends BAG die halbe Differenz (§. 27.). Derowegen

gen verhält ſich DA die Summe der beyden Seiten zu EA ihrer Differenz, wie DG der Tangens der halben Summe der geſuchten Winkel zu BG dem Tangente der halben Differenz (§. 149. Geom.) W. Z. E.

Aufgabe.

I. 7. 29. **Aus drey gegebenen Seiten eines Triangels die Winkel zu finden.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet aus der Spitze des Triangels A mit der kleinen Seite AB einen Circul; ſo iſt CD (weil AB = AD (§. 27. Geom.)) die Summe zweyer Seiten; FC ihre Differenz.
2. Sprechet wie die Grnndlinie des Triangels BC zu der Summe der beyden Seiten AB + AC;
   So ihre Differenz FC
   zu dem Stücke der Grundlinie GC.
3. Ziehet GC von der Grundlinie BC ab; ſo bleibet BG übrig.
4. Laſſet aus A ein Perpendicul AE auf BG fallen; ſo iſt BE = EG = ½BG (§. 95. Geom.), und ihr könnet aus den beyden Seiten AB und BE in dem rechtwinklichten Triangel ABE die Winkel B und A; und in dem andern AEC aus den beyden Seiten AC und EC die Winkel C und A (§. 23.) finden.

Z. E. Es ſey AB = 36′, AC = 45′, BC = 40′ die Rechnung geſchiehet folgendermaaßen:

AB 36′	AC 45′
AC 45	AB 36
AB + AC 81	FC = 9

log. BC =	1,6020600
log. AB + AC =	1,9084850
log. FC =	0,9542425
Summe =	2,8627275
log. CG =	1,2606675,

welchem

welchem in den Tafeln der Logarithmus von 18 am nächſten kommet. Wenn man aber weiter nachſuchet (§. 21.); findet man endlich GC 1822‴

BC	4000‴	EG	1089‴
GC	1822	GC	1822
BG	2178‴	EC	2911‴
BE	1089‴		

log. AB =	3,5563025
log. Sin. tot. =	10,0000000
log. EB =	3,0370279
log. Sin. A =	9,4807254,

welchem in den Tafeln der Logarithmus von 17° 36′ am nächſten kommet. Und alſo iſt B = 72° 24′.

log. AC =	3,6532125
log. Sin. tot. =	10,0000000
log. EC =	3,4640422
log. Sin. A =	9,8108297

welchem in den Tafeln der Logarithmus von 40° 19′ am nächſten kommet. Und alſo iſt der Winkel C = 49° 41′.

Solchergeſtalt ſind in dem Triangel ABC der Winkel A 57° 55′, B 72° 24′ und C 49° 41.

Beweis.

Es iſt weiter nichts zu erweiſen, als daß ſich BC zu CD wie CF zu CG verhält, welches auf folgende Weiſe geſchiehet. I. 7.

Da y oder CBD zu ſeinem Maaſſe den halben Bogen GFD, und x zu ſeinem den halben GBD hat (§. 84. Geom.); ſo iſt x + y = 180 Gr. Nun iſt auch x + o = 180 Gr, (§. 38. Geom.). Derowegen iſt o = y (§. 25. Arithm.) Da ferner der Winkel C den beyden Triangeln CGF und CBD gemein iſt; ſo iſt CB : CD = CF : CG (§. 148. Geom.) W. Z. E.

Anmerkung.

30. Weil BE und CE in Linien gegeben ſind: ſo muß man auch in der Rechnung anſtatt 36′ für AB 3600‴, und anſtatt 45′ für AC 4500‴ annehmen.

Anmerkung.

31. Wir wollen noch mit wenigem den Nutzen der Trigonometrie in Auflöſung einiger geometriſchen Aufgaben zeigen.

A n h a n g.

Aufgabe.

I. 8. **32. Eine Höhe AB (z. E. eines Thurms) zu meſſen, zu der man aus einem angenommenen Stande E kommen kann.**

Auflöſung.

1. Meſſet den Winkel ADC (§. 43. Geom.) und die Linie BE oder DC (§. 44. Geom.).
2. So wiſſet ihr auch den Winkel A, weil bey C ein rechter Winkel iſt (§. 75. Geom.).
3. Suchet alsdenn die Linie AC (§. 20.), und
4. addiret dazu die Höhe des Inſtruments DE (=BC, weil die Linien CD und BE parallel, und CB und ED auf BE perpendicular ſind); ſo kommt die Höhe AB heraus. Wäre aber BE nicht horizontal; ſo müßte man das Stücke BC beſonders meſſen (§. 171. Geom.).

Aufgabe.

I. 9. **33. Eine Höhe AB zu meſſen, zu der man nicht kommen kann.**

Auflöſung.

1. Erwählet euch zwey Stände in E und G, um ſo viel weiter von einander, je höher der Berg oder der Thurm iſt, den ihr meſſen wollet, und meſſet

aus

aus denſelben die Winkel ADC und AFC (§. 43. Geom.), über dieſes die Standlinie GE oder DF (§. 44. Geom.)

2. Ziehet von dem Winkel ADC den Winkel AFC ab; ſo bleibet der Winkel FAD übrig (§. 74. Geom.).

3. Suchet aus den nunmehro bekannten Winkeln und der Seite FD in dem Triangel AFD die Seite AF, und

4. aus dem Winkel F und der Seite AF in dem rechtwinklichten Triangel die Seite AC (§. 20.)

5. Endlich addiret zu der Höhe AC die Höhe des Inſtruments DE, oder, wenn BC der Höhe des Inſtruments nicht gleich iſt, ſo ſuchet ferner FC und endlich BC im Triangel FBC (§. 20.); ſo habt ihr die verlangte Höhe AB.

Aufgabe.

34. **Aus zwey Fenſtern E und F in verſchiedenen Stockwerken eines Gebäudes eine Höhe zu meſſen, deren Spitze A man aus beyden Fenſtern ſehen kann.** I. 10.

Auflöſung.

1. Meſſet durch einen Bleywurf die Höhe des andern Fenſters über dem erſten EF, und des erſten über der Erde FG, und aus den Fenſtern die Winkel AEC und AFD (§. 43. Geom.).

2. Addiret den Winkel AEC zu 90°, ſo habt ihr den Winkel AEF; ſubtrahiret von 90 Gr. den Winkel AFD, ſo bleibet der Winkel AFE übrig.

3. Addiret die beyden Winkel AEF und AFE, und ziehet die Summe von 180 Gr. ab; ſo bleibet der Winkel EAF übrig (§. 77. Geom.).

4. Suchet in dem Triangel AEF die Seite AF, und ferner

5. in dem Triangel AFD die Seite AD (§. 20.)

6. Endlich addiret dazu die Höhe des Fenſters FG von der Erde; oder, wenn GB nicht horizontal iſt, ſuchet ferner DF, und hernach vermittelſt des Winkels DEB, den ihr gemeſſen (§. 43. Geom.), DB beſonders (§. 20.); ſo kommt die Höhe AB heraus.

Aufgabe.

I. 35. Die Weite zweyer Oerter, zu deren
11. beyden man aus einem angenommenen Stande kommen kann, zu meſſen.

Auflöſung.

1. Meſſet den Winkel C (§. 43. Geom.) und die Linie AC und CB (§. 44. Geom.): ſo könnet ihr
2. den Winkel A (§. 28.) und endlich die verlangte Weite AB (§. 20.) finden.

Aufgabe.

I. 36. Die Weite zweyer Oerter AB, zu de-
12. ren einem B man aus einem angenommenen Stande C nur kommen kann (z. E. die Breite eines Fluſſes) zu meſſen.

Auflöſung.

1. Meſſet die beyden Winkel B und C (§. 43. Geom.) und die Standlinie BC (§. 44. Geom.); ſo könnet ihr
2. die verlangte Weite AB (§. 20.) finden.

Aufgabe.

I. 37. Die Weite zweyer Oerter AB zu deren
13. keinem man kommen kann, zu finden.

Auflöſung.

1. Erwählet drey Stände, D, C und E in einer Linie, und meſſet die Winkel ADC, ACD, BCE und BEC (§. 43. Geom.), nebſt den beyden Standlinien DC und CE (§. 44. Geom.).

2. Sub-

2. Subtrahiret die beyden Winkel ADC und ACD, wiederum ACD und BCE, und abermal BCE und BEC von 180 Gr.; ſo bleibet im erſten Falle der Winkel DAC, im andern der Winkel ACB, und im dritten der Winkel CBE übrig (§. 77. 38. Geom.). Alsdenn könnet ihr

3. die Seiten AC und BC (§. 20.), und ſo ferner

4. den Winkel CAB (§. 28.) und endlich die Seite AB (§. 20.) finden.

Allgemeine trigonometriſche Formeln.

38. Beym Gebrauch allgemeiner trigonometriſcher Formeln hat man zu bemerken, daß alle trigonometriſche Linien unter der Vorausſetzung ausgedruckt werden, daß der Halbmeſſer, oder Sinus totus = 1 ſey. Auch muß bey dieſen Formeln überall auf die gehörige Zeichen + und — Rückſicht genommen werden, welche die trigonometriſchen Linien verſchiedener Winkel charakteriſiren. (L.)

39. Es iſt natürlich die trigonomet. Linien aller Winkel des erſten Quadranten ECH als bejaht auszudrucken. So wird z. B. tang ECF nach der Erinnerung (§. 38.) durch den bejahten Bruch $\frac{EF}{EC}$ ausgedruckt. I. 2.

Es iſt aber EF : EC = AD : DC, alſo hat man auch

$$\text{tang. } ECF = \frac{AD}{DC} = \frac{\text{ſin } ECF}{\text{Coſ } ECF}.$$

Eben ſo

$$\text{Cot. } ECF = \frac{\text{Coſ } ECF}{\text{ſin } ECF}$$

Man hat ferner nach (§. 38.)

$$\text{Sec } ECF = \frac{CF}{EC} = \frac{AC}{DC} =$$

$$\frac{1}{\left(\frac{DC}{AC}\right)} = \frac{1}{\text{Coſ } ECF}. \quad (I.)$$

40. Sobald aber die Winkel über den erſten Quadrant ECH hinausgehen, läßt ſich das bejahte Zeichen in den Werthen der trigon. Linien nicht mehr ſchlechthin beybehalten. Von jedem Winkel, der in den 2ten Quadranten eingreift, wie ECa bleibt der Sinus wie ad bejaht, aber der Koſinus CD hat eine den Koſinuſſen im 1ſten Quadranten entgegengeſetzte Lage, und muß alſo, wenn man ACE = aCI nimmt, durch — Coſ. ACE oder durch $-\frac{CD}{CE}$ ausgedruckt werden. Gedenkt man ſich die Tangente FE abwärts nach B unendlich verlängert, ſo muß, ſobald der Winkel ECF über 90 Gr. ſteigt oder in den 2ten Quadrant eingreift, die Sekante FC unterhalb die verlängerte FE ſchneiden, und eben hierdurch wird die Tangente für ſolche Winkel im 2ten Quadrant als verneint beſtimmt. Z. B. Von ECa iſt die Tangente nicht die fI, ſondern die BE; wenn nun ECF genommen wird, ſo iſt, ohne Rückſicht auf das Zeichen, EB = EF, aber EB hat eine der EF ganz entgegengeſetzte Lage, alſo muß man EB oder tang. ECa = — EF = — tang. ECF ſetzen; d. h. Winkel, die einander zu 180 Gr. ergänzen, haben gleiche aber entgegengeſetzte Tangenten, ſo daß die Tangente des ſtumpfen Winkels verneint genommen werden muß. Man könnte zweifeln, ob nicht mit gleichem Recht If als die Tangente von ECA angeſehen werden könnte? Da aber tang. ECa allgemein durch

$$\frac{\text{ſin } ECa}{\text{Coſ } ECa}$$

(§. 39.)

(§. 39.) ausgedruckt wird, und Coſ E C a verneint iſt, alſo auch der Quotient $\frac{\text{ſin ECa}}{\text{Coſ ECa}}$ verneint ſeyn muß, ſo wird hiedurch die Frage völlig entſchieden. (L.)

41. Eben ſo erhellet, daß nun ſin (180 Gr. + x), wo x nicht über 90 Gr. hinaus geht, verneint iſt, wie d m, nämlich = — ſin x, und Coſ (180° + x) = — Coſ x, hingegen tang (180° + x) = tang x, weil der Durchſchnittspunkt jetzt wieder in E F fällt, und überdas tang (180° + x) =

$$\frac{\text{ſin}\,(180° + x)}{\text{Coſ}\,(180° + x)} = \frac{-\,\text{ſin}\,x}{-\,\text{Coſ}\,x}$$

alſo bejaht iſt. (L.)

42. So iſt ferner, x wie vorhin verſtanden, ſin (360° — x) verneint wie D M, nämlich = — ſin x; Coſ (360° — x) wie C D wieder bejaht = Coſ x; tang (360° — x) fällt wieder unterhalb und iſt verneint = — tang x, nämlich

$$= \frac{\text{ſin}\,(360° - x)}{\text{Coſ}\,(360° - x)} = \frac{-\,\text{ſin}\,x}{\text{Coſ}\,x}$$

alſo verneint. (L.)

43. Die Werthe von Sec und Cotang ergeben ſich aus (§. 39.), weil $\text{Sec} = \frac{1}{\text{Coſ}}$ und $\text{Cot} = \frac{\text{Coſ}}{\text{ſin}}$ iſt. (L.)

Lehrſatz.

44. Es iſt I.

I. $\text{ſin}\,(\alpha + \beta) = \text{Coſ}\,.\,\alpha\,.\,\text{ſin}\,\beta + \text{ſin}\,\alpha\,.\,\text{Coſ}\,\beta$ 14.

II. $\text{ſin}\,(\alpha - \beta) = \text{ſin}\,\alpha\,.\,\text{Coſ}\,\beta - \text{ſin}\,\beta\,.\,\text{Coſ}\,\alpha$

III. $\text{Coſ}\,(\alpha + \beta) = \text{Coſ}\,\alpha\,.\,\text{Coſ}\,\beta - \text{ſin}\,\alpha\,.\,\text{ſin}\,\beta$

IV. $\text{Coſ}\,(\alpha - \beta) = \text{Coſ}\,\alpha\,.\,\text{Coſ}\,\beta + \text{ſin}\,\alpha\,.\,\text{ſin}\,\beta$

Beweis.

I. Es ſey ef der ſin α, ab der ſin β, ad der ſin $(\alpha+\beta)$, bn auf ad, und bm auf cf ſenkrecht, ſo iſt

$$ce : ef = bc : bm = bc : nd$$
$$ce : cf = c\tau : cd = a\tau : ab = ab : an$$

alſo:

$$nd = \frac{ef.cb}{ce} \text{ oder } \frac{nd}{ce} = \frac{ef}{ce} \cdot \frac{cb}{ce}$$

und, r ſtatt ce geſetzt.

$$an = \frac{cf.ab}{r}, \text{ oder } \frac{an}{r} = \frac{cf}{r} \cdot \frac{ab}{r}.$$

Demnach

$$\frac{an+nd}{r} = \frac{ad}{r} = \frac{cf}{r} \cdot \frac{ab}{r} + \frac{ef}{r} \cdot \frac{cb}{r}$$

Oder

$$\sin(\alpha+\beta) = \text{Coſ}\,\alpha \,.\, \sin\beta + \sin\alpha \,.\, \text{Coſ}\,\beta.$$

II. Weil ſin α = ſin ecD, ſin $(\alpha+\beta)$ = ſin acD = ſin (ecD — β), Coſ α = — Coſ ecD (§. 40.), ſo verwandelt ſich die Formel no. I. in dieſe

$$\sin(ecD-\beta) = -\text{Coſ}\,ecD \,.\, \sin\beta + \sin ecD \,.\, \text{Coſ}\,\beta$$

Setzt man alſo den unbeſtimmten Winkel ecD allgemein = α, ſo hat man die allgemeine Formel no. II.

III. Es iſt ce : cf = cb : cm

$$ce : cf = c\tau : d\tau = a\tau : b\tau = ab : bn = ab : md$$

alſo $cm = \frac{cf.cb}{ce}$ oder $\frac{cm}{r} = \frac{cf}{r} \cdot \frac{cb}{r}$

und

md =

$$md = \frac{ef \cdot ab}{ce} \text{ oder } \frac{md}{r} = \frac{ef}{r} \cdot \frac{ab}{r}$$

Demnach

$$\frac{cm - md}{r} = \frac{cd}{r} = \frac{cf}{r} \cdot \frac{cb}{r} - \frac{ef}{r} \cdot \frac{ab}{r}$$

Oder:

$$\mathrm{Coſ}(\alpha + \beta) = \mathrm{Coſ}\,\alpha \,.\, \mathrm{Coſ}\,\beta - \sin\alpha \,.\, \sin\beta$$

IV. Man hat (wie no. II.) $\mathrm{Coſ}\,\alpha = -\mathrm{Coſ}\,ecD$, $\mathrm{Coſ}(\alpha+\beta) = -\mathrm{Coſ}\,acD = -\mathrm{Coſ}(ecD-\beta)$ und $\sin\alpha = \sin ecD$, alſo

$$-\mathrm{Coſ}(ecD - \beta) = -\mathrm{Coſ}\,ecD \,.\, \mathrm{Coſ}\,\beta - \sin ecD \,.\, \sin\beta$$

oder, allgemein einen Buchſtaben α ſtatt ecD geſetzt,

$$\mathrm{Coſ}(\alpha - \beta) = \mathrm{Coſ}\,\alpha \,.\, \mathrm{Coſ}\,\beta + \sin\alpha \,.\, \sin\beta \quad (\text{L.})$$

Lehrſatz.

45. Wenn die den drey Winkeln ABC gegenüber liegende Seiten abc heiſen, ſo iſt I. 6.

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \,.\, \mathrm{Coſ}\,C$$

Beweis.

$BF = g$ ſey auf AC ſenkrecht, und $CF = f$, ſo iſt $c^2 = g^2 + (b-f)^2 = (a \,.\, \sin C)^2 + (b - a \,.\, \mathrm{Coſ}\,C)^2 = a^2 \,.\, \sin C^2 + b^2 - 2ab \,.\, \mathrm{Coſ}\,C + a^2 \,.\, \mathrm{Coſ}\,C^2$. Aber $\sin C^2 + \mathrm{Coſ}\,C^2 = 1$, alſo I. $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \,.\, \mathrm{Coſ}\,C$. (L.)

Zuſatz.

46. Daraus giebt ſich

$$\text{II. } \mathrm{Coſ}\,C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab};$$

Es iſt aber

ſin

$$\text{ſin } C = \sqrt{(1 - \text{Coſ } C^2)} = \sqrt{\left(1 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2\,ab}\right)^2\right)} =$$

$$\frac{\sqrt{(4\,a^2 b^2 - (a^2 + b^2 - c^2)^2)}}{2\,ab}$$

und die Größe unter dem Wurzelzeichen:

$$= (2ab + a^2 + b^2 - c^2).(2\,ab - (a^2 + b^2\,c^2))$$
$$= (c^2 - (a + b)^2).((a - b)^2 - c^2)$$
$$= (c + (a + b)).(c - (a + b)).((a - b) + c).(a - b - c)$$

Demnach

$$\text{III. ſin } C = \frac{\sqrt{(a + b + c).(a + b - c).(b + c - a).(a + c - b)}}{2\,ac}$$

Ein für die Berechnung mit Logarithmen ſehr bequemer Ausdruck. Weil nun

$$\text{IV. } b = \frac{c\,.\,\text{ſin } B}{\text{ſin } C},$$

und $a = Ck - Bk = b\,.\,\text{Coſ } C + c\,.\,\text{Coſ } B,$

$$= \frac{c\,.\,\text{ſin } B}{\text{ſin } C}\,.\,\text{Coſ } C + c\,.\,\text{Coſ } B,$$

ſo hat man

$$\text{V}.\ a = c\,.\,(\text{Coſ } B + \text{ſin } B\,.\,\text{Cot } C),$$

und nun auch

$$\text{VI. Cot } C = \frac{\frac{a}{c} - \text{Coſ } B}{\text{ſin } B} = \frac{a}{c\,.\,\text{ſin } B} - \text{Cot } B.$$

(L.)

Ende der Trigonometrie.

Anfangs-

Anfangs-Gründe
der
höhern Geometrie.

Erklärung.

1.

Die höhere Geometrie beſchäftigt ſich mit den krummen Linien und Flächen überhaupt, in ſo ferne ihre Eigenſchaften durch die Art ihrer Conſtruction gegeben ſind, oder daraus hergeleitet werden können.

Anmerkung.

In ſo ferne krumme Flächen einen körperlichen Raum begränzen, gehören auch dieſe Räume in die höhere Geometrie. Doch werden von Kegel, Kugel und Cylinder ſchon mehrere Eigenſchaften auch in der gemeinen Geometrie vorgetragen. Wir können uns aber hier nur auf einige Beyſpiele krummer Linien beſchränken.

Erklärung.

2. Eine krumme Linie conſtruiren, heiſt einen jeden Punkt derſelben auf eine beſtimmte Weiſe angeben, ſo daß das Geſetz vor Augen liegt, wie dieſe krumme Linie entſtanden iſt, und ſich von jeder andern unterſcheidet. Im folgenden iſt nur von ſolchen krummen Linien die Rede, deren Punkte alle in einer einzigen Ebene liegen.

Vorbereitung.

3. Es ſey LMN (Fig. 1. h. Geom.) eine beliebige krumme Linie, und M ein Punkt in ihr, AR eine gege- 1.
bene

bene gerade Linie, und MP ein Perpendikel auf AR, ſo iſt klar, daß der Punkt M der krummen Linie vollkommen beſtimmt, d. h. ſeiner Lage nach gegeben iſt, wenn man ſeinen Abſtand MP von der geraden Linie AR weiß, und wie weit dieſes Perpendikel von einem gegebenen Punkte der geraden Linie abſteht, d. h. vom AP und PM gegeben ſind. So wäre auf eine ähnliche Art der Punkt N durch AQ und QN beſtimmt. Jedem andern Punkte der krummen Linie gehören ſolchergeſtalt andere Abſtände, wie QN und AQ zu. Wäre nun z. E. das Geſetz gegeben, nach welchem allemahl das Perpendikel QN (was auch N für ein Punkt der krummen Linie ſeyn mag) aus ſeinem Abſtande von A, d. h. aus AQ beſtimmt würde, ſo könnte man für jedes angenommene AQ, das Zugehörige QN finden, und folglich jeden Punkt N der krummen Linie beſtimmen, und alſo die krumme Linie conſtruiren. Dies würde geſchehen können, wenn z. E. eine **Gleichung** zwiſchen AQ und QN gegeben wäre. Weil aber jedem andern Punkte der krummen Linie andere Werthe von AQ und QN zugehören, ſo ſind alſo AQ und QN **veränderliche Gröſſen**, d. h. wenn z. E. AQ ſich in AP verwandelt, ſo verwandelt ſich QN in PM u. ſ. w.

Erklärung.

4. Wenn eine veränderliche Gröſſe y durch eine andere veränderliche x, und durch Gröſſen die ungeändert bleiben, vermittelſt einer Gleichung beſtimmt wird, ſo heiſt y eine Function von x, ſo wie umgekehrt x eine Function von y.

Anmerkung.

5. Es ſey z. E. die Gleichung zwiſchen y und x folgende; $y^2 = 2x + 3$, ſo ſind für

$x = 0;\ 1;\ 2;\ 3;\ 4;$ &c.

die Werthe von $y = \sqrt{3};\ \sqrt{5};\ \sqrt{7};\ 3;\ \sqrt{11}$ &c.

welche Wurzeln auch negativ genommen werden können, ſo daß

alſo

alſo jedem x eigentlich zwey gleiche entgegengeſetzte Werthe von y zugehören.

Drückte nun dieſe Gleichung zwiſchen x und y das Verhalten zwiſchen jedem Paare von Linien wie AP, PM; AQ, QN; (§. 3.) aus, ſo ſieht man leicht, daß vermittelſt dieſer Gleichung jeder Punkt der krummen Linie, und folglich die ganze krumme Linie conſtruirt werden könnte. Geſetzt, man nähme nach einem gewiſſen Maaßſtabe den Werth von x oder $AP = 1$, und das Perpendikel PM oder $y = \sqrt{5} = 2{,}407$, ſo wäre dadurch der Punkt M beſtimmt. Nähme man $x = AQ = 2$ und $QN = \sqrt{7} = 2{,}645$, ſo wäre N beſtimmt, und ſo vermittelſt jener Gleichung zwiſchen den zwo veränderlichen Gröſſen $x = AP$ und $y = PM$, jeder anderer Punkt der krummen Linie. Da die Werthe von y auch negativ genommen, d. h. aus P in m, oder aus Q in n unterhalb AR getragen werden können, ſo ſind alſo auch m, n u. ſ. w. Punkte, welche zur krummen Linie gehören.

Erklärung.

6. **Die Werthe von x oder AP, welche man längſt einer geraden Linie AR der Abſciſſenlinie nennet, heiſſen Abſciſſen, und die zugehörigen Werthe von y, oder die Perpendikel PM, Ordinaten. Der Punkt A, von dem man die Abſciſſen anrechnen will, heißt der Anfangspunkt der Abſciſſen, und die Gleichung zwiſchen den beyden veränderlichen Gröſſen x und y, die Gleichung für die krumme Linie.** Je nachdem die Abſciſſen **rechter oder linker Hand** A, und die Ordinaten **über** oder **unterhalb** der Abſciſſenlinie getragen werden, nennt man ſie **bejaht** oder **verneint.**

Zuſatz.

7. Wenn Ordinaten **unmöglich** werden, ſo entſprechen den Abſciſſen, denen ſie zugehören, keine Punkte der krummen Linie. Z. E. in obiger Gleichung wäre für $x = -6$ der Werth von $y = \sqrt{-9}$ unmöglich; (§. 34 a II. Algebr.) Alſo zu $x = -6$ gäbe es keinen

Punkt der krummen Linie, und ſo überhaupt zu keiner negativen Abſciſſe, welche gröſſer als $-1\frac{1}{2}$ wäre.

Zuſatz.

8. Da vermittelſt der Gleichung zwiſchen x und y jeder Punkt der krummen Linie gegeben iſt, ſo müſſen alſo auch alle Eigenſchaften der krummen Linie ſich aus jener Gleichung herleiten laſſen, d. h. die ganze Natur derſelben muß durch die Gleichung beſtimmt ſeyn. Umgekehrt, wenn die Eigenſchaften einer krummen Linie bekannt ſind, ſo muß ſich daraus ihre Gleichung herleiten laſſen.

Erklärung.

9. **Eine Linie heißt von der erſten, zweyten, dritten Ordnung, wenn die Gleichung, wodurch ſie beſtimmt wird, vom erſten, zweyten, dritten Grade iſt,** d. h. wenn die höchſte Potenz von x oder y von jenen Graden iſt, oder doch die Exponenten von x und y in irgend einem Gliede der Gleichung zuſammen addirt, jenen Grad erreichen. So wäre alſo z. E. die Gleichung $xy + x = 3$ dennoch vom zweyten Grade, wenn gleich weder von x noch von y allein die zweyte Potenz vorkömmt, weil die Exponenten von x und y in dem Gliede xy zuſammenaddirt 2 geben.

Anmerkung.

10. In (§. 5. u. 6.) wurden die Ordinaten auf den Abſciſſen ſenkrecht angenommen. Man ſieht aber leicht, daß ſie auch unter einem beliebigen Winkel gegen die Abſciſſenlinie parallel mit einander genommen werden können. Bey der Conſtruction einer krummen Linie aus ihrer Gleichung muß allemahl zugleich erwähnt werden, nach welchem Winkel die Ordinaten aufgetragen werden ſollen. Stehen die Ordinaten auf den Abſciſſen ſenkrecht, ſo heißt die Gleichung zwiſchen x und y die Gleichung zwiſchen **rechtwinklichten Coordinaten.**

Aufgabe.

11. Es ſey NLM (Fig. 2.) eine beliebige gerade Linie, welche die Abſciſſenlinie QR in L unter dem Winkel MLR $= \lambda$ durchſchneidet. A ſey der Anfangspunkt der Abſciſſen. M ein beliebiger Punkt der geraden Linie; AP $= x$ und PM $= y$ ſeyen die dem Punkte M zugehörigen rechtwinklichten Coordinaten. Die Gleichung für die gerade Linie NLM zu finden. 2.

Auflöſung.

Weil der Durchſchnittspunkt L der geraden Linie mit der Abſciſſenlinie gegeben ſeyn muß, ſo ſey LA $= a$, ſo hat man in dem rechtwinklichten Dreyecke LPM, für den Sin. tot $= 1$

$$LP : PM = \text{Sin. tot} : \text{tang}\, PLM$$

das iſt

$$a + x : y = 1 : \text{tang}\, \lambda$$

demnach

$$y = a\, \text{tang}\, \lambda + x\, \text{tang}\, \lambda. \quad (\S.\ 81\ \text{a Arithm.})$$

Da nun dieſe Gleichung zwiſchen x und y vom erſten Grad iſt, ſo iſt die gerade Linie eine Linie der erſten Ordnung.

Zuſatz.

12. Die allgemeine Form einer Gleichung vom erſten Grade, iſt $y = n + mx$. Denn wenn y auch einen Coefficienten hätte, ſo läßt ſich dieſer doch durch die Diviſion wegſchaffen. Jede ſolche Gleichung muß einer geraden Linie zugehören. Denn man kann ſie allemahl mit der (§. 11.) gefundenen vergleichen, und die Gröſſen a und λ, welche zur Zeichnung der geraden Linie erforderlich ſind, durch m und n beſtimmen. Man ſetze nemlich $a\, \text{tang}\, \lambda = n$ und $m = \text{tang}\, \lambda$, ſo wird $a = \frac{n}{m}$.

Nimmt man demnach $AL = \frac{n}{m}$ und ſetzt an L einen Winkel MLR nach R zu, deſſen Tangente $= m$, ſo wird ML die gerade Linie ſeyn, der die Gleichung $y = n + m\,x$ entſpricht.

Anmerkung.

13. In (§. 12.) war der Punkt L linker Hand des Anfangspunktes der Abſciſſen angenommen, und $AL = a$ poſitiv geſetzt worden. Fiele L rechter Hand A, ſo würde nur a negativ geſetzt werden dürfen, und ſo würde denn L auch rechter Hand A fallen, wenn in (§. 12.) der Werth von $a = \frac{n}{m}$ poſitiv wäre.

Anmerkung.

14. Geſetzt, man wolle die gerade Linie conſtruiren, wozu die Gleichung $y = 1 + 3\,x$ gehörte, ſo wäre $n = 1$; $m = 3$, alſo $a = \frac{1}{3}$, und tang $\lambda = 3$, alſo $\lambda = 71°\ 34'$ beynahe. Drückte man nun die Abſciſſen durch Zolle aus, ſo würde man $AL = \frac{1}{3}$ Zoll nehmen, und an L einen Winkel von $71°\ 34'$ ſetzen, ſo würde LM die geſuchte gerade Linie ſeyn.

Für $x = 0$ würde dann die durch A gehende Ordinate $y = AT = 1$ Zoll, und für eine negative Abſciſſe AQ, welche gröſſer als $\frac{1}{3}$ Zoll wäre, würde die Ordinate QN negativ. Z. E. für $x = -1$ Zoll, würde y oder $QN = -2$ Zoll.

Zuſatz.

15. Für m oder tang $\lambda = 0$, würde $y = n$ alſo die Ordinate von beſtändiger Gröſſe, d. h. die gerade Linie ML der Abſciſſenlinie parallel. Dann würde AL oder $a = \frac{n}{m} = \frac{n}{0}$ unendlich, (§. 63. Allg.) oder der Durchſchnitt L fiele unendlich weit hinaus, wie auch aus der Lehre von den Parallellinien klar iſt.

Zuſatz.

16. Wenn für zween Punkte M und O der geraden Linie LO, die Abſciſſen AP und AV und Ordinaten MP,

MP, VO gegeben ſind, ſo iſt die ganze gerade Linie ihrer Lage nach gegen die Abſciſſenlinie vollkommen beſtimmt, denn man kann daraus die Gröſſen a und λ, welche zur Zeichnung der geraden Linie nöthig ſind, herleiten. Soll nemlich die Gleichung $y = n + mx$ der durch M und O gehenden geraden Linie entſprechen, ſo muß erſtlich, wenn man $x = AP$ ſetzt $y = PM$, und dann wenn man $x = AV$ ſetzt, $y = VO$ ſeyn. Dies giebt die beyden Gleichungen:

$$PM = n + m \,.\, AP$$
$$VO = n + m \,.\, AV$$

welche von einander abgezogen, ſogleich

$$VO - PM = m \,.\, (AV - (AP)$$

alſo $m = \dfrac{VO - PM}{AV - AP}$ geben.

Multiplicirt man aber die obere Gleichung mit AV und die untere mit AP, und zieht ſie von einander ab, ſo erhält man

$$PM \,.\, AV - VO \,.\, AP = n\,(AV - AP)$$

demnach

$$n = \frac{PM \,.\, AV - VO \,.\, AP}{AV - AP}$$

Aus dieſen Gröſſen n und m kann man nun (§. 12.) die Werthe von a und λ finden, und folglich die geſuchte gerade Linie conſtruiren.

Aufgabe.

17. **Die Gleichung für eine krumme Linie AMBm (Fig. 3) zu finden, deren Ordinate PM allemahl die mittlere geometriſche Proportionallinie iſt, zwiſchen der Abſciſſe AP, und einer geraden Linie PB, welche mit der Abſciſſe AP zuſammen eine Linie von unveränderlicher Länge AB = a ausmacht.** 3.

Aufloͤſung.

Weil AP + PB d. h. $x + PB = a$, alſo $PB = a - x$ und $AP : PM = PM : PB$, d. h. $x : y = y : a - x$ ſeyn ſoll, ſo hat man, wenn die aͤußerſten und mittelſten Glieder dieſer Proportion in einander multiplicirt werden, ſogleich die verlangte Gleichung

$$y^2 = ax - x^2.$$

Es kann alſo fuͤr jedes x die Ordinate y gefunden, und alſo die krumme Linie conſtruirt werden.

Zuſatz.

18. Weil $y = \pm\sqrt{(ax - x^2)}$, ſo gehoͤren jeder Abſciſſe x zwey gleiche entgegengeſetzte Ordinaten PM und Pm zu. Alſo theilt die gerade Linie AB, die krumme in zwey gleiche und aͤhnliche Haͤlften.

Zuſatz.

19. Man halbire AB in C, ſo iſt $AC = \frac{1}{2}a$. Man nenne $CP = u$, ſo iſt $x = \frac{1}{2}a - u$, alſo $x^2 = \frac{1}{4}a^2 - au + u^2$ und $ax = \frac{1}{2}a^2 - au$. Demnach

$$y^2 = \frac{1}{4}a^2 - u^2$$

oder

$$y^2 + u^2 = \frac{1}{4}a^2$$

Aber

$$y^2 + u^2 = PM^2 + CP^2 = CM;$$

Alſo

$$CM^2 = \frac{1}{4}a^2 \text{ oder } CM = \frac{1}{2}a.$$

Was alſo auch M fuͤr ein Punkt der krummen Linie iſt, ſo hat die krumme Linie (§. 17.) die Eigenſchaft, daß alle Punkte M derſelben einerley Abſtand $CM = \frac{1}{2}a$ von C haben. Die krumme Linie iſt alſo ein **Kreis**, deſſen Mittelpunkt C, und Halbmeſſer $= \frac{1}{2}a$, der Durchmeſſer alſo $= a$ iſt, und die Gleichung fuͤr denſelben iſt

$$y^2 = ax - x^2$$

wenn die Abſciſſen von dem Endpunkte A des Durchmeſſers angerechnet werden, oder

$$y^2 = \frac{1}{4}a^2 - u^2,$$

wenn

wenn man die Abſciſſen CP aus dem Mittelpunkte C rechnet.

Zuſatz.

20. Für

$$u = \pm \tfrac{1}{2}a \text{ iſt } y^2 = \tfrac{1}{4}a^2 - \tfrac{1}{4}a^2$$

alſo $y = 0$, d. h. die Punkte A und B liegen ſelbſt im Umfange des Kreiſes. Denn wo die Ordinate einer krummen Linie = 0 wird, da durchſchneidet die krumme Linie die Abſciſſenlinie.

Wäre $u > \tfrac{1}{2}a$, ſo würde $u^2 > \tfrac{1}{4}a^2$, alſo $\tfrac{1}{4}a^2 - u^2$ etwas negatives, alſo finden über A und ſo auch über B hinaus keine Ordinaten ſtatt, weil ſie unmögliche Werthe bekommen.

Aufgabe.

21. Die Gleichung für eine krumme Linie AMB (Fig. 4.) zu beſtimmen, deren jeder Punkt M, von zwey andern in der geraden Linie AB vorgegebenen F und f dergeſtalt entfernt iſt, daß die Summe der beyden Entfernungen FM + fM einer beſtändigen Linie a gleich iſt. 4.

Auflöſung.

1. Es ſeyen beyde Punkte F, f um Ff = 2e von einander entfernt, dergeſtalt, daß wenn man Ff in C halbiret, CF = Cf = e ſey.

2. Man nenne die ſenkrechte Ordinate MP = y, und die zugehörige von C angerechnete Abſciſſe CP = u, ſo hat man FP = e + u, und Pf = e − u, alſo $FM^2 = (e+u)^2 + y^2$, und $fM^2 = (e-u)^2 + y^2$.

3. Die Bedingung der krummen Linie iſt alſo, es ſoll ſeyn FM + fM = a, oder FM = a − fM, d. h. wenn man auf beyden Seiten quadrirt.

$$FM^2 = a^2 - 2a \,.\, fM + fM^2, \text{ oder (2)}$$

$$e^2 + 2eu + u^2 + y^2 = a^2 - 2a \,.\, fM + e^2 - 2eu + u^2 + y^2$$

Aufloͤſung.

Weil $AP + PB$ d. h. $x + PB = a$, alſo $PB = a - x$ und $AP : PM = PM : PB$, d. h. $x : y = y : a - x$ ſeyn ſoll, ſo hat man, wenn die aͤußerſten und mittelſten Glieder dieſer Proportion in einander multiplicirt werden, ſogleich die verlangte Gleichung

$$y^2 = ax - x^2.$$

Es kann alſo fuͤr jedes x die Ordinate y gefunden, und alſo die krumme Linie conſtruirt werden.

Zuſatz.

18. Weil $y = \pm \sqrt{(ax - x^2)}$, ſo gehoͤren jeder Abſciſſe x zwey gleiche entgegengeſetzte Ordinaten PM und Pm zu. Alſo theilt die gerade Linie AB, die krumme in zwey gleiche und aͤhnliche Haͤlften.

Zuſatz.

19. Man halbire AB in C, ſo iſt $AC = \frac{1}{2}a$. Man nenne $CP = u$, ſo iſt $x = \frac{1}{2}a - u$, alſo $x^2 = \frac{1}{4}a^2 - au + u^2$ und $ax = \frac{1}{2}a^2 - au$. Demnach

$$y^2 = \frac{1}{4}a^2 - u^2$$

oder

$$y^2 + u^2 = \frac{1}{4}a^2$$

Aber

$$y^2 + u^2 = PM^2 + CP^2 = CM;$$

Alſo

$$CM^2 = \frac{1}{4}a^2 \text{ oder } CM = \frac{1}{2}a.$$

Was alſo auch M fuͤr ein Punkt der krummen Linie iſt, ſo hat die krumme Linie (§. 17.) die Eigenſchaft, daß alle Punkte M derſelben einerley Abſtand $CM = \frac{1}{2}a$ von C haben. Die krumme Linie iſt alſo ein Kreis, deſſen Mittelpunkt C, und Halbmeſſer $= \frac{1}{2}a$, der Durchmeſſer alſo $= a$ iſt, und die Gleichung fuͤr denſelben iſt

$$y^2 = ax - x^2$$

wenn die Abſciſſen von dem Endpunkte A des Durchmeſſers angerechnet werden, oder

$$y^2 = \frac{1}{4}a^2 - u^2,$$

wenn

wenn man die Abſciſſen CP aus dem Mittelpunkte C rechnet.

Zuſatz.

20. Für

$$u = \pm \tfrac{1}{2}a \text{ iſt } y^2 = \tfrac{1}{4}a^2 - \tfrac{1}{4}a^2$$

alſo $y = o$, d. h. die Punkte A und B liegen ſelbſt im Umfange des Kreiſes. Denn wo die Ordinate einer krummen Linie $= o$ wird, da durchſchneidet die krumme Linie die Abſciſſenlinie.

Wäre $u > \tfrac{1}{2}a$, ſo würde $u^2 > \tfrac{1}{4}a^2$, alſo $\tfrac{1}{4}a^2 - u^2$ etwas negatives, alſo finden über A und ſo auch über B hinaus keine Ordinaten ſtatt, weil ſie unmögliche Werthe bekommen.

Aufgabe.

21. Die Gleichung für eine krumme Linie AMB (Fig. 4.) zu beſtimmen, deren jeder Punkt M, von zwey andern in der geraden Linie AB vorgegebenen F und f dergeſtalt entfernt iſt, daß die Summe der beyden Entfernungen FM + fM einer beſtändigen Linie a gleich iſt. 4.

Auflöſung.

1. Es ſeyen beyde Punkte F, f um $Ff = 2e$ von einander entfernt, dergeſtalt, daß wenn man Ff in C halbiret, $CF = Cf = e$ ſey.

2. Man nenne die ſenkrechte Ordinate $MP = y$, und die zugehörige von C angerechnete Abſciſſe $CP = u$, ſo hat man $FP = e + u$, und $Pf = e - u$, alſo $FM^2 = (e + u)^2 + y^2$, und $fM^2 = (e - u)^2 + y^2$.

3. Die Bedingung der krummen Linie iſt alſo, es ſoll ſeyn $FM + fM = a$, oder $FM = a - fM$, d. h. wenn man auf beyden Seiten quadrirt.

$$FM^2 = a^2 - 2a \,.\, fM + fM^2, \text{ oder (2)}$$

$$e^2 + 2eu + u^2 + y^2 = a^2 - 2a \,.\, fM + e^2 - 2eu + u^2 + y^2$$

das heißt:

$$2a \cdot fM = a^2 - 4eu$$

alſo $4a^2 \cdot fM^2 = a^4 - 8a^2eu + 16e^2u^2$ oder (2)

$$4a^2(e^2 - 2eu + u^2 + y^2) = a^4 - 8a^2eu + 16e^2u^2$$

woraus ſehr leicht

$$y^2 = \frac{a^2 - 4e^2}{4} - \frac{a^2 - 4e^2}{a^2} \cdot u^2$$

folgt.

Zuſätze und Erklärungen.

22. Da dieſe Gleichung zwiſchen u und y vom zweyten Grade iſt, ſo iſt die krumme Linie von der zweyten Ordnung. Man nennt ſie eine Ellipſe. Um ihre Eigenſchaften leichter zu entdecken, ſo wollen wir der Kürze halber $a^2 - 4e^2 = c^2$ nennen, und man erhält

$$y^2 = \tfrac{1}{4}c^2 - \frac{c^2u^2}{a^2}$$

I. Aus dieſer Gleichung ergiebt ſich ſogleich, daß jeder Abſciſſe u zwey gleiche und entgegengeſetzte Ordinaten PM, Pm entſprechen, wie in der Kreislinie (§. 18.) daß alſo auch die Ellipſe durch die Abſciſſenlinie AB in zwo gleiche und ähnliche Hälften AMB und AmB getheilt wird.

II. Der Werth von y bleibt derſelbe, man mag u bejaht, oder eben ſo groß verneint nehmen, weil u^2 ſowohl das Quadrat von $+u$ als $-u$ iſt. Alſo werden z. E. gleichen Abſciſſen $CP = Cp$ rechter und linker Hand C, gleich große Ordinaten

$$pR = pr = PM = Pm$$

entſprechen, und ein Perpendikel Nn durch C, wird alſo die krumme Linie, auch in ein paar andere gleiche und ähnliche Hälften NAn und NBn eintheilen, wie ſolches in (I) durch AB geſchah. Aus dieſer Urſache heißt man

man die beyden Linien AB und Nn auch die **Durchmeſſer der Ellipſe**, und C ihren **Mittelpunkt**.

III. Für $u = 0$, alſo im Mittelpunkte C ſelbſt, iſt die Ordinate $y = \sqrt{\frac{1}{4} c^2} = \frac{1}{2} c = CN = Cn$ alſo $Nn = c$;

IV. Für $u = \frac{1}{2} a$, wird $y = 0$. Nimmt man alſo CB und eben ſo auch linker Hand C. Die Linie $CA = \frac{1}{2} a$, ſo befindet ſich die krumme Linie bey A und B in der Abſciſſenlinie ſelbſt (§. 20.).

V. Der Abſtand der beyden Punkte A und B iſt $= \frac{1}{2} a + \frac{1}{2} a = a$.

VI. Wenn man u gröſſer als $\frac{1}{2}$ a nimmt, ſo werden die Ordinaten unmöglich, weil y^2 negativ wird. Ueber A und B hinaus finden alſo keine Ordinaten mehr ſtatt, und die ganze krumme Linie iſt alſo zwiſchen A und B enthalten.

VII. Jede Ordinate wie PM muß kleiner als CN ſeyn, weil y^2 kleiner, als $\frac{1}{4} c^2$ iſt, ſobald u größer iſt, als 0. Alſo iſt $CN = \frac{1}{2} c$. Die **größte Ordinate**, welche die krumme Linie haben kann, wenn man die Abſciſſen auf AB nimmt.

VIII. $AB = a$ nennt man die **große Axe der Ellipſe**, und $Nn = c$ **die kleine Axe**, oder eigentlich die **conjugirte Axe**, auch die **Zwergaxe**.

IX. Die Punkte F und f werden die **Brennpunkte** genennt, ſie liegen allemahl auf der großen Axe.

X. Wenn a und c gegeben ſind, ſo findet ſich aus der Gleichung $a^2 - 4e^2 = c^2$, die Weite jedes der Brennpunkte vom Mittelpunkte oder

$$e = \frac{\sqrt{(a^2 - c^2)}}{2}$$

XI. Wenn $Nn = AB$ alſo $c = a$, ſo wird $e = 0$, oder beyde Brennpunkte fallen in den Mittelpunkt C zu-

ſammen. Für dieſen Fall iſt die Gleichung der Ellipſe

$$y^2 = \frac{1}{4} c^2 - u^2$$

oder auch

$$y^2 = \frac{1}{4} a^2 - u^2$$

d. h. die Ellipſe verwandelt ſich in einen Kreis, deſſen Durchmeſſer $= a$ (§. 19.).

XII. Man ſetze $AP = x$, ſo iſt $u = x - \frac{1}{2} a$, und die Gleichung der Ellipſe

$$y^2 = \frac{1}{4} c^2 - \frac{c^2}{a^2} u^2$$

verwandelt ſich in

$$y^2 = \frac{1}{4} c^2 - \frac{c^2}{a^2} (x^2 - ax + \frac{1}{4} a^2)$$

oder in

$$y^2 = \frac{c^2}{a} x - \frac{c^2}{a^2} x^2 .$$

welches demnach eine Gleichung für die Ellipſe iſt, wenn man die Abſciſſen vom Punkte A anrechnet.

XIII. Man pflegt die Gröſſe $\frac{c^2}{a}$ welche eine gewiſſe Linie $= b$ geben wird, den **Parameter der Ellipſe** zu nennen. Dieſer Parameter b iſt wegen $c^2 = ab$, oder wegen $a : c = c : b$ die dritte Proportionallinie zur großen und kleinen Axe.

XIV. Wenn man ſtatt der kleinen Axe dieſen Parameter in die Gleichung der Ellipſe (XI) hineinbringen will, ſo wird wegen

$$\frac{c^2}{a^2} = \frac{b}{a}; \quad y^2 = bx - \frac{b}{a} x^2 .$$

XV. Für $u = e = \frac{\sqrt{(a^2 - c^2)}}{2}$

wird in (XII.)

$y^2 =$

$$y^2 = \frac{1}{4} c^2 - \frac{c^2}{a^2} \frac{(a^2 - c^2)}{4} \text{ oder}$$

$$y^2 = \frac{c^4}{4a^2}; \text{ alſo } y = \frac{c^2}{2a} = \frac{1}{2} b \text{ (XIII.)}$$

Die Ordinate der Ellipſe im Brennpunkte iſt demnach dem halben Parameter gleich.

XVI. Die Ellipſe aus den gegebenen Brennpunkten F und f mechaniſch zu beſchreiben, nehme man einen Faden FMf, deſſen Länge der großen Axe a gleich iſt, befeſtige ihn mit beyden Enden in F und f, und dehne ihn mit einem Stifte in die Richtungen FMf aus, ſo beſchreibt der Stift M die Ellipſe AMB, wenn man ihn herumführt, und den Faden beſtändig in ausgeſpannter Richtung erhält. Andere Arten Ellipſen zu beſchreiben, lehrt eine Schrift, welche den Titel hat: **Beſchreibung eines Ellipſographs** ꝛc. Gotha 1794.

Aufgabe.

23. **Eine krumme Linie zu conſtruiren, oder die Gleichung für ſie zu finden, wenn die Ordinate y auf der Abſciſſenlinie ſenkrecht, und die mittlere geometriſche Proportionallinie zwiſchen der Abſciſſe x und einer Linie a von beſtändiger Gröſſe ſeyn ſoll.**

Auflöſung.

Wegen $x : y = y : a$ iſt die Gleichung dieſe $y^2 = ax$, wo demnach für jedes x die Ordinate y gefunden, und die krumme Linie conſtruirt werden kann. Sie iſt von der zweyten Ordnung, und wird eine **Parabel** genannt.

Zuſätze.

24. I. Es ſey (Fig. 5.) AR die Abſciſſenlinie, 5.
und A der Anfangspunkt der Abſciſſen; Um die Ordinate PM, welche der Abſciſſe AP zugehört, **durch Zeichnung**

nung zu finden, nehme man AD = a, und beſchreibe über DP einen Halbkreis, ſo iſt das Perpendikel AE, welches man demnächſt auf ein durch P errichtetes Perpendikel aus P in M trägt, die geſuchte Länge der Ordinate (§. 158. Geom.) die Linie AD = a heißt der **Parameter** der Parabel.

II. Aus der Gleichung (§. 23.) für die Parabel ergiebt ſich, daß jeder Abſciſſe x, wegen $y = \pm \sqrt{ax}$ zwey gleiche entgegengeſetzte Ordinaten zugehören. Wenn man alſo Pm = PM nimmt, ſo iſt m auch ein Punkt der krummen Linie, und die ganze krumme Linie, muß ſolchergeſtalt, durch die Abſciſſenlinie, in zwey gleiche und ähnliche Hälften zerfallen.

III. Je gröſſer man x nimmt, deſto größer wird auch y, und wenn x unendlich groß iſt, iſt auch y unendlich groß, d. h. die krumme Linie hat zwey ins unendliche fortlaufende Schenkel, AM, Am.

IV. Für negative x werden die Ordinaten unmöglich, folglich giebt es linker Hand A keine Ordinaten, alſo keine Punkte der krummen Linie, die ganze Parabel liegt alſo auf der einen Seite eines durch A geſetzten Perpendikels, und zwar hier rechter Hand deſſelben, weil die bejahten Abſciſſen rechter Hand A genommen worden ſind.

V. Für x = o iſt auch y = o, alſo ſchneidet die Parabel bey A ſelbſt in die Abſciſſenlinie. Dieſer Punkt A heiſt der **Scheitelpunkt der Parabel.**

VI. Der **Brennpunkt** F heiſt derjenige Punkt der Abſciſſenlinie AR, oder der Axe, für welchen die Ordinate FN dem halben Parameter $\frac{1}{2}a$ gleich iſt. Setzt man alſo $y = \frac{1}{2}a$, ſo hat man $\frac{1}{4}a^2 = a \cdot x$ (§. 23.) Demnach x oder die Abſciſſe AF, welche dem Brennpunkte F zugehört $= \frac{1}{4}a$.

VII. $FM = \sqrt{(FP^2 + PM^2)} = \sqrt{((x - \frac{1}{4}a)^2 + y^2)}$ d. h. wegen

$y^2 =$

$$y^2 = ax \text{ und } (x - \tfrac{1}{4}a)^2 = x^2 - \tfrac{1}{2}ax + \tfrac{1}{16}a^2$$
$$FM = \sqrt{(x^2 + \tfrac{1}{2}ax + \tfrac{1}{16}a^2)} = x + \tfrac{1}{4}a.$$

Um alſo den der Abſciſſe $AP = x$ zugehörigen Punkt M oder auch m der Parabel zu finden, nehme man auf der Abſciſſenlinie $Af = AF = \frac{1}{4}a$, und durchſchneide ein durch P geſeztes Perpendikel, aus F mit der Weite FM oder $Fm = fP = x + \frac{1}{4}a$. So können alle andere Punkte der Parabel gefunden werden.

Aufgabe.

25. **Eine krumme Linie zu conſtruiren, deren Gleichung zwiſchen rechtwinklichten Coordinaten folgende iſt:**

$$y^2 = \frac{c^2 u^2}{a^2} - \tfrac{1}{4}c^2$$

u bedeutet die Abſciſſe, und c, a ſollen beſtändige Linien oder Gröſſen vorſtellen.

Aufloſung.

I. Dieſe Gleichung iſt der oben für die Ellipſe (§. 22.) gefundenen zwar in Anſehung der Glieder, aber nicht in Anſehung der Zeichen ähnlich. Was dies für einen Unterſchied in der Geſtalt der krummen Linie bewürkt, wird aus folgenden Betrachtungen erhellen.

II. Es ſey (Fig. 6.) TR die Abſciſſenlinie und C der Anfangspunkt der Abſciſſen, ſo iſt erſtlich klar, daß für $u = 0$; $y^2 = -\frac{1}{4}c^2$ alſo y unmöglich iſt. Es giebt alſo keine Ordinate für den Anfangspunkt der Abſciſſen. 6.

III. Für $u = CA = CB = \pm\frac{1}{2}a$ wird
$$y^2 = \tfrac{1}{4}c^2 - \tfrac{1}{4}c^2 = 0.$$

Alſo befindet ſich die krumme Linie bey A und B in der Abſciſſenlinie ſelbſt, wenn man $CA = CB = \frac{1}{2}a$ genommen hat.

III. So

III. So lange u kleiner als $\frac{1}{2}$a iſt, werden die Ordinate unmöglich ſeyn. Denn man ſetze z. E.

$$u = \frac{1}{m} a,$$

ſo wird man finden, daß

$$y^2 = \frac{c^2}{m^2} - \tfrac{1}{4}c^2$$

ſo lange negativ ſeyn wird, ſo lange m größer, als 2, alſo u kleiner als $\frac{1}{2}$a iſt. Demnach hat die krumme Linie keine Ordinaten zu bejahten Abſciſſen, welche kleiner ſind, als CA = $\frac{1}{2}$a. Und eben ſo auch nicht für verneinte Abſciſſen, welche kleiner ſind, als CB = $\frac{1}{2}$a. Wenn man alſo durch A und B ein paar Perpendikel ſetzt, ſo befindet ſich innerhalb des ganzen Raumes zwiſchen dieſen Perpendikeln nichts von der krummen Linie.

IV. Sobald aber u größer iſt, als $\frac{1}{2}$a, ſo werden die Ordinaten möglich, und wachſen immer mehr und mehr, je größer man die Abſciſſen nimmt. Eben dies gilt für negative u, weil u^2 einerley bleibt, man mag u bejaht oder verneint nehmen. Und weil nun zugleich jedem ± u zwey gleiche entgegengeſetzte Ordinaten, nemlich $y = \pm\sqrt{\left(\frac{c^2 u^2}{a^2} - \tfrac{1}{4}c^2\right)}$, zugehören, ſo geht die krumme Linie mit vier unendlichen Schenkeln AM, Am, BN, Bn fort, und wird durch die Abſciſſenlinie TR in gleiche und ähnliche Hälften getheilt. Auch werden alle vier Schenkel einander ähnlich ſeyn, oder die krumme Linie wird linker Hand B eben die Geſtalt haben, wie rechter Hand A. Man nennt ſie die **Hyperbel**, und C ihren **Mittelpunkt**. Die Abſciſſenlinie wird auch wohl die Axe genannt.

V. Die Linien a und c erhalten auch wie bey der Ellipſe den Nahmen der **großen** und **kleinen Axe**. Aber freylich kann die kleine Axe ſo etwas nicht ſeyn, wie

bey

bey der Ellipſe die Linie Nn durch den Mittelpunkt C (Fig. 4.) weil die Hyperbel im Mittelpunkte keine Ordinaten, wie die Ellipſe hat.

VI. Die dritte geometriſche Proportionallinie zu a und c heiſt auch bey der Hyperbel der **Parameter** (§. 22. XIII.) und die Brennpunkte F, f ſind diejenigen Punkte der Axe, wo die Ordinaten = den halben Parameter, alſo $= \frac{c^2}{2a}$ ſind. Setzt man in die Gleichung (§. 25.) $y = \frac{c^2}{2a}$, ſo findet ſich

$$u = \frac{\sqrt{(a^2 + c^2)}}{2}$$

für die Weiten CF = Cf der Brennpunkte vom Mittelpunkte. Dieſe Weite heiſſe e, ſo iſt

$$e^2 = \frac{a^2 + c^2}{4} \text{ alſo } c^2 = 4e^2 - a^2$$

und folglich auch (§. 25.)

$$y^2 = \frac{4e^2 - a^2}{a^2} \cdot u^2 - e^2 + \tfrac{1}{4}a^2$$

VII. Wenn M ein beliebiger Punkt der Hyperbel iſt, ſo hat man

$$FM^2 = FP^2 + PM^2 = (u-e)^2 + y^2$$

$$= u^2 - 2ue + e^2 + \frac{4e^2u^2}{a^2} - u^2 - e^2 + \tfrac{1}{4}a^2 \text{ (VI.)}$$

$$= \frac{4e^2u^2}{a^2} - 2ue + \tfrac{1}{4}a^2$$

$$= \left(\frac{2ue}{a} - \tfrac{1}{2}a\right)^2$$

Alſo

Alſo

$$FM = \frac{2\,ue}{a} - \tfrac{1}{2}\,a;$$

eben ſo findet man

$$fM = \frac{2\,ue}{a} + \tfrac{1}{2}\,a$$

Alſo den Unterſchied $fM - FM = a$, wie bey der Ellipſe die Summe $fM + FM = a$ war (§. 21.)

Anmerkung.

Man hätte zwar FM auch $= \tfrac{1}{2}\,a - \frac{2uc}{a}$ ſetzen können, aber dann würden für ſehr große u der Werth von FM negativ, und man erlangt doch in allen Fällen allemahl FM poſitiv.

E. VIII. Man ſetze (Fig. 7.) durch den Scheitel A der Hyperbel ein Perpendikel $AE = \tfrac{1}{2}c$, und ziehe durch E aus dem Mittelpunkte C eine gerade Linie CE. Für einen beliebigen Punkt Q derſelben ſey die Abſciſſe $CP = u$, die Ordinate $PQ = z$, ſo hat man

$$CA : AE = CP : PQ \text{ oder } \tfrac{1}{2}a : \tfrac{1}{2}c = u : Bz;$$

alſo die Gleichung für dieſe gerade Linie

$$z = \frac{cu}{a}$$

Alſo $$z^2 = \frac{c^2\,u^2}{a^2}$$

aber für eine eben ſo große Abſciſſe iſt in der Hyperbel

$$y^2 = \frac{c^2\,u^2}{a^2} - \tfrac{1}{4}\,c^2 \text{ (§. 25.) alſo } z^2 - y^2 = \tfrac{1}{4}c^2$$

oder wegen

$$z^2 - y^2 = (z - y)\cdot(z + y) \text{ wird}$$

$$z - y = \frac{c^2}{4\,(z + y)}.$$

Es iſt alſo erſtlich allemahl die Ordinate PQ der geraden Linie größer, als die Ordinate PM der Hyperbel, aber der Unterſchied $QM = z - y$ wird immer kleiner, je größer z und y ſelbſt werden, weil der Nenner des Bruchs $\frac{c^2}{4(z+y)}$ immer größer und größer wird; Aber nie kann $z = y$ werden, d. h. die gerade Linie CQ nähert ſich der Hyperbel immer mehr und mehr, je weiter ſie hinausgezogen wird, aber nie kann ſie die Hyperbel erreichen. Dieſe gerade Linie heiſt man die **Aſymptote.** So hat auch der untere Schenkel Am auf dieſelbe Art eine Aſymptote. Verlängert man dieſe geraden Linien rückwärts, ſo erhält man die Aſymptoten, für die andern zwey Schenkel der Hyperbel.

Anmerkung.

26. Das Bisherige mag von krummen Linien der zweyten Ordnung hinreichen. Man kann beweiſen, daß ſo eine verſchiedene Form auch eine Gleichung vom zweyten Grade zwiſchen zwoen veränderlichen Gröſſen x und y, haben kann, die conſtruirte krumme Linie doch allemahl, entweder ein **Kreis**, eine **Parabel**, eine **Ellipſe**, oder **Hyperbel** ſeyn müſſe, und daß es weiter keine andern krummen Linien der zweyten Ordnung gebe, als die nur genannten. Man nennt ſie auch **Kegelſchnitte**, weil man zeigen kann, daß ſie durch gehörige Schnitte eines Kegels vermittelſt einer ebenen Fläche zum Vorſchein kommen. Aber die weitere Ausführung hievon gehört nicht für Anfangsgründe wie die gegenwärtigen. Ich will jetzt auch ein Beyſpiel von einer krummen Linie der vierten Ordnung geben.

Erklärung.

27. Es ſey TR (Fig. 8.) eine gerade Linie, die 8.
man ſich rechts und links ohne Ende fortgezogen gedenken kann, und CA ſenkrecht auf TR. C ſey ein gegebener Punkt in dem ſenkrechten Abſtande CE von TR. In der Verlängerung von CE nehme man EA von beliebiger Länge, ziehe durch C lauter gerade Linien CM, CN, u. ſ. w. welche TR in Q, S u. ſ. w. ſchneiden.

Man mache die Stücken QM, SN &c. oder auch unterhalb TR, die Stücken Qm, Sn &c. alle von gleicher Länge, und = EA. Eben dieſe Verzeichnung geſchehe auch linker Hand CA, ſo erhält man Punkte V, A, M, N &c. v, a, m, n, &c. durch welche eine krumme Linie conſtruirt wird, welche man mit dem Nahmen der **Conchoide** oder **Muſchellinie** belegt hat.

Aufgabe.

28. **Die Gleichung für die Muſchellinie zu finden.**

Auflöſung.

I. Es ſey CE = b, AE = a = QM = SN u. ſ. w. was auch M und N für Punkte der krummen Linie ſeyn mögen. Man nehme CA für eine Abſciſſenlinie an, und fälle MP ſenkrecht darauf, wenn die Abſciſſe EP = x und Ordinate PM = y.

II. So iſt

$$CE : EQ = CP : PM$$ oder

$$b : EQ = b + x : y.$$

Aber

$$EQ = y - QL = y - \sqrt{(QM^2 - ML^2)}$$

das heißt:

$$EQ = y - \sqrt{(a^2 - x^2)}\ .$$

Demnach

$$b : y - \sqrt{(a^2 - x^2)} = b + x : y$$

III. Alſo wenn man die äußerſten und mittelſten Glieder dieſer Proportion in einander multiplicirt, und aufhebt, was ſich aufheben läßt

$$(b + x)\sqrt{(a - x^2)} = xy.$$

IV. Endlich auf beyden Seiten quadrirt, und alles auf eine Seite geſchafft:

$$x^4 + 2bx^3 + (y^2 + b^2 - a^2)x^2 - 2a^2bx - a^2b^2 = 0$$

Da

Da dieſe Gleichung vom vierten Grade iſt, ſo iſt die Muſchellinie eine krumme Linie der vierten Ordnung.

Zuſätze.

29. I. Da

$$y = \frac{(b + x) \sqrt{(a^2 - x^2)}}{x}$$

(§. 28. III.) und das Wurzelzeichen + und — genommen werden kann, ſo gehören zu jeder Abſciſſe x zwey gleiche und entgegengeſetzte Ordinaten, z. E. PM, Pμ, oder die Muſchellinie wird durch die Abſciſſenlinie in zwey gleiche und ähnliche Hälften getheilt.

II. Für x = o wird $y = \pm \frac{ab}{o}$ unendlich (§. 63. Algebr.) Da nun aus der Verzeichnungsart der Muſchellinie und wegen

$$ML = a \operatorname{Sin} MQL = a \operatorname{coſ} ECQ$$

zugleich erhellet, daß das Perpendikel ML immer kleiner und kleiner werden muß, je größer der Winkel iſt, den CM mit CA macht, oder je mehr ſich dieſer Winkel einem rechten nähert, ſo wird die krumme Linie AMN ſich immer mehr und mehr der geraden ER nähern, aber ſie nie als im Unendlichen erreichen, d. h. gar nicht. Alſo iſt TR eine Aſymptote der Muſchellinie, wie CQ (§. 25. VIII.) für die Hyperbel.

III. Die Abſciſſe x darf nie größer als a genommen werden, ſie ſey bejaht oder verneint, ſonſt wird x^2 größer als a^2 mithin die Ordinate y unmöglich. Die verneinten Abſciſſen, von E nach C zu, geben den **untern Theil** v a m n &c. der Muſchellinie.

IV. Wenn demnach EC oder b größer wäre, als a, ſo kann die krumme Linie nicht durch C gehen.

V. Wenn b kleiner iſt, als a, ſo wird ſie auch durch C gehen, und die krumme Linie bekömmt in dieſem Falle bey C einen ſogenannten **Knoten**, ohngefähr wie (Fig. 9.) ausweiſet. Iſt nemlich x negativ und
9. $= - b$, ſo wird $y = o$, alſo ſchneidet die krumme Linie die Abſciſſenlinie bey C, aber über C hinaus giebt es wieder Ordinaten, ſo lange die negative Abſciſſe kleiner bleibt, als a. (III.)

VI. Wenn a kleiner iſt, als b, ſo giebt es keinen Knoten; wenn $a = b$, ſo verwandelt ſich der Knoten in einen bloßen Punkt.

VII. Die verſchiedenen Geſtalten der Muſchellinie hängen von dem Verhältniſſe $b : a$ ab.

Anmerkung.

30. Man nenne den veränderlichen Winkel ACM auf deſſen Schenkel CM der Punkt M der krummen Linie liegt $= \varphi$, und die veränderliche Länge $CM = z$, ſo iſt $CQ = b \, Sec \, \varphi$ und $CM = CQ + a$, oder wenn von dem Punkte m die Rede wäre $Cm = CQ - a$, alſo überhaupt CM oder Cm d. h. $z = b \sqrt{\,} \, sec. \varphi \pm a$, wo das obere Zeichen den Punkt M, das untere aber den Punkt m der krummen Linie, für die zugehörigen Winkel φ giebt. Dies wäre alſo auch eine Gleichung für die Muſchellinie, in ſo ferne man für jeden Winkel φ, die Linie CM oder Cm berechnen, auftragen, und ſo die Punkte M, m, der krummen Linie conſtruiren könnte. Hier heiſen die Ordinaten wie CM, Cm, CN, CV u. d. g. **Ordinaten aus einem Punkte**, (nemlich aus C.) Die veränderlichen Winkel φ könnte man umgekehrt aus z finden. Es hat oft ſehr große Vortheile, und erleichtert manche Unterſuchungen bey Betrachtung der krummen Linien, wenn man die Ordinaten aus einem Punkte nimmt. Will man aber wiſſen, von welchem Grade die krumme Linie iſt, ſo dürfen die Ordinaten nicht aus einem Punkte genommen werden, ſondern ihr Winkel mit der Abſciſſenlinie muß unveränderlich, d. h. die Ordinaten müſſen **parallel** ſeyn, welches aber umſtändlicher auseinander zu ſetzen, hier nicht der Ort iſt.

Ende der höhern Geometrie.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Analyſis des Unendlichen.

Differential-Rechnung.

Vorbereitung.

1.

Wenn y eine Function von x iſt (§. 4. höhere Geom.) ſo ändert ſich der Werth von y, für jede Aenderung des Werthes von x, oder wenn man x um eine gewiſſe Differenz die ich $= \Delta x$ nennen will, ändert, ſo wird auch der Werth von y ſich um eine gewiſſe Differenz, die ich mit Δy bezeichnen will, ändern.

Es ſey z. E. die Function zwiſchen y und x folgende: $y = 3x^2$, und geſetzt die veränderliche Größe x ändere ſich um Δx, d. h. x verwandele ſich in $x + \Delta x$, ſo wird y ſich verwandeln in $y + \Delta y$, und man bekömmt

$$y + \Delta y = 3(x + \Delta x)^2$$

oder

$$y + \Delta y = 3x^2 + 6x . \Delta x + 3(\Delta x)^2.$$

Weil aber

$$y = 3x^2, \text{ ſo iſt}$$

$$\Delta y = 6x . \Delta x + 3(\Delta x)^2.$$

So wäre demnach die Aenderung von y, d. h. von $3x^2$ durch Δx ſelbſt gefunden, und das Verhältniß dieſer Aenderungen wäre

$$\Delta y : \Delta x = 6x + 3\Delta x : 1$$

 2. Wenn

2. Wenn demnach eine Function von x vorgegeben iſt, ſo läßt ſich das Verhältniß der Aenderungen beſtimmen, welche die ganze Function in Anſehung der in ihr vorkommenden veränderlichen Größen erleidet, d. h. wenn ſich x um Δx ändert, ſo kann man beſtimmen, was die **ganze Function** von x (welche man nur der Kürze halber mit y bezeichnet hat) für eine Aenderung dadurch erfährt, und wie ſich beyde Aenderungen gegen einander verhalten.

3. Sucht man dies Verhältniß für den Fall, wenn dieſe Aenderungen Δy und Δx **unendlich klein ſind**, oder ſelbſt **verſchwinden**, ſo redet man von dem **Verhältniſſe der Differentialien**; die endlichen Differenzen Δy, Δx heiſſen nemlich die **Differentiale**; ſobald ſie unendlich klein, d. h. kleiner als **jede** angebliche Gröſſe werden, und man ſie als **verſchwindende** Gröſſen betrachtet.

4. Daß Gröſſen unter dieſen Umſtänden doch noch ein Verhältniß haben können, wird durch folgendes erläutert. Es ſey (Fig. 2. höhere Geom.) LO eine gerade Linie, und M, O, ein paar Punkte derſelben, MP OV, ihre Ordinaten und LP, LV ihre Abſciſſen. Es heiſe LP = x, und PM = y, ſo iſt y eine Function von x. Wenn ſich LP in LP + PV d. h. in $x + \Delta x$ verändert, ſo ändert ſich MP in MP + OZ d. h. in OV, oder in $y + \Delta y$, wenn man OZ oder die Aenderung von PM Δy nennt. Es ſind alſo MZ, oder PV und OZ zuſammengehörige Aenderungen der Abſciſſe und Ordinate. Aber MZ oder Δx wird ſich zu OZ oder Δy allemahl verhalten, wie der Sinus totus zur Tangente des Winkels OMZ oder OLV, den die gerade Linie mit der Abſciſſenlinie macht. Heiſt man dieſen Winkel α, und Sin. tot. = 1 ſo iſt allemahl

H.G. 2.

$$\Delta y : \Delta x = \text{tang.}\, \alpha : 1$$

und dies muß wahr ſeyn, ſo nahe als man auch die Ordinate OV neben MP ſich gedenken mag, ſo klein alſo auch

auch OZ und MZ d. h. Δy und Δx ſeyn mögen. In dem Augenblicke ſelbſt, daß OV mit MP zuſammenfiele, alſo die Differenzen OZ und MZ verſchwänden, würde noch ihr Verhältniß $= \tang \alpha : 1$ bleiben. Wäre LO keine gerade, ſondern eine krumme Linie, ſo würden eben dieſe Schlüſſe gelten, nur daß alsdann die Differenzen Δy, Δx, kein beſtändiges Verhältniß gegen einander haben würden, wie bey der geraden Linie der Fall iſt, ſondern dies Verhältniß veränderlich, alſo für jeden andern Punkt der krummen Linie anders ſeyn würde.

Willkührlicher Satz.

5. Man bezeichne die Differenzen Δy, Δx in dem Augenblicke ihres Verſchwindens mit dy, dx und nenne ſie alsdann Differentialien und ihr Verhältniß $dy : dx$ das **Differentialverhältniß**. Man muß alſo bemerken, daß hier der Buchſtabe d keinen Factor, ſondern nur ein Zeichen bedeutet, wodurch das Verſchwinden der dahinter geſchriebenen veränderlichen Gröſſen angedeutet wird. Auch ſchreibt man, Verwirrung zu vermeiden, in jedem Produkte das Differential gerne zuletzt. Z. E. $a\,dx$ ſtatt $dx \,.\, a$.

Erklärung.

6. **Die Differential-Rechnung iſt eine Wiſſenſchaft das Differentialverhältniß $dy : dx$, (§. 5.) zu finden, was y auch für eine Function von x ſeyn mag.**

Anmerkung.

7. In (§. 1.) war $y = 3x^2$ und das Verhältniß der endlichen Differenzen $\Delta y : \Delta x = 6x + 3\Delta x : 1$. Dieſes nähert ſich immer mehr und mehr dem Verhältniſſe $6x : 1$, je kleiner man ſich Δx gedenkt. In dem Zuſtande da Δx verſchwindet, iſt $3\Delta x$ in Vergleichung der endlichen Gröſſe $6x$ als Null zu betrachten, und ſo wäre das Verhältniß der Differentialen

$$dy : dx = 6x : 1$$

für die vorgegebene Function $y = 3x^2$.

Zuſatz.

8. I. Für eine **unveränderliche** Gröſſe C iſt $\Delta C = 0$. Wäre demnach $y = x + C$, ſo würde Δy bloß $= \Delta x$.

II. Wäre $y = Cx$, alſo

$$y + \Delta y = C(x + \Delta x) = Cx + C \cdot \Delta x,$$

ſo wäre

$$\Delta y = C \cdot \Delta x,$$

und folglich

$$\Delta y : \Delta x = C : 1,$$

alſo auch

$$dy : dx = C : 1.$$

Erklärung.

9. Wenn $dy : dx = P : 1$,

ſo wird die daraus erfolgende Gleichung

$$dy = P \cdot dx$$

die **Differentialgleichung** genannt. Sie will begreiflich weiter nichts als jene Proportion bedeuten, und wird ſtatt dieſer als eine Abkürzung gebraucht.

Anmerkung.

10. So wäre für $y = 3x^2$; $dy : dx = 6x : 1$ alſo $dy = 6x \cdot dx$ und $P = 6x$.

Zuſatz.

11. Wenn $y = x + u$, ſo daß x und u beydes veränderliche Gröſſen ſind, deren eine um Δx, die andere um Δu ſich ändere, ſo hat man

$$y + \Delta y = x + \Delta x + u + \Delta u$$

alſo wegen

$$\frac{y = x + u}{\Delta y = \Delta x + \Delta u}$$

Folglich auch die Differentialgleichung

$$dy = dx + du$$

Eben

Eben ſo würde, wenn

$$y = x + u + z;\ dy = dx + du + dz.$$

Zuſatz.

12. Wäre $y = x - u$, alſo

$$y + \Delta y = (x + \Delta x) - (u + \Delta u),$$

ſo käme die Differentialgleichung

$$dy = dx - du$$

d. h. einer verneinten Gröſſe $- u$ ihre Differenz oder Differential wird auch verneint

$$= - \Delta u \text{ oder } - du.$$

Zuſatz.

13. Wenn man im (§. 1.) ſtatt $y = 3x^2$ bloß $y = x^2$ genommen hätte, ſo würde man nach einer ähnlichen Rechnung wie dort, das Differentialverhältniß

$$dy : dx = 2x : 1$$

Alſo die Differentialgleichung

$$dy = 2xdx$$

gefunden haben; Es iſt alſo $2xdx$ das Differential von y oder x^2, welches man auch ſo ſchreibt

$$d(x^2) = 2xdx$$

und eben ſo

$$d(u^2) = 2udu.$$

Aufgabe.

14. **Wenn xy ein Produkt aus zwey veränderlichen Gröſſen iſt, das Differential deſſelben zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Man ſetze der Kürze halber $xy = z$, ſo ſoll man die Differentialgleichung zwiſchen dz, dx und dy finden. Dies geſchiehet ſo:

2. Man ſetze

$$x + y = u, \text{ alſo } dx + dy = du,$$

ferner

$$x - y = w, \text{ alſo } dx - dy = dw,$$

ſo iſt $u^2 = x^2 + 2xy + y^2$, und

$$x^2 - 2xy + y^2 = w^2, \text{ demnach}$$

$$u^2 - w^2 = 4xy = 4z \; (1).$$

3. Alſo:

$$4dz = d(u^2) - d(w^2) = 2udu - 2wdw$$

(§. 13.)

$$= 2(x+y)(dx+dy) - 2(x-y)\,dx - dy$$

(2.).

4. Wenn man nun diese Produkte wirklich macht und von einander abzieht, ſo findet ſich nach geſchehener Diviſion mit 4

$$dz = xdy + ydx. \text{ Oder}$$

$xdy + ydx$ iſt das Differential von xy.

Zuſatz.

15. Man ſetze in (§. 14.)

$$y = x^2, \text{ alſo } dy = 2xdx$$

(§. 13.) ſo wird

$$xy = x^3 \text{ und}$$

$$d(xy) \text{ oder } d(x^3) = x \,.\, 2xdx + x^2 dx$$

das heißt:

$$d(x^3) = 3x^2 dx.$$

Zuſatz.

16. Eben ſo findet ſich, wenn man in (§. 14.) $y = x^3$ alſo $dy = 3x^2 dx$ (§. 15.) ſetzt:

$$d(xy) \text{ oder } (dx^4) = 4x^3 dx$$

Zuſatz.

17. Aus den (§§. 13. 15. 16.) gefundenen Differentialen von x^2, x^3, x^4, läßt ſich muthmaßen, daß

$$d(x^n) = n x^{n-1} dx$$

ſeyn

ſeyn werde, weil dieſe Formel zutrift, für

$$n = 2;\ n = 3,\ \text{und}\ n = 4\ (\S\S.\ \text{cit.}).$$

Findet ſich, daß wenn man ſtatt n den nächſt höhern Exponenten $n + 1$ ſetzt,

$$d\,(x^{n+1}) = (n + 1)\,x^n\,dx$$

wird, ſo iſt dadurch jene Muthmaßung beſtätigt, und man kann von $n = 4$ auf $n = 5$, und von da weiter auf $n = 6$ ꝛc. ſchließen. Um dieſen Ausdruck

$$d\,(x^n) = n\,x^{n-1}\,dx$$

zu beſtätigen, ſetze man in (§. 14.) $y = x^n$ ſo wird

$$xy = x^{n+1}\ \text{folglich}$$

$$d\,(xy)\ \text{oder}\ d\,(x^{n+1}) = x\,dy + y\,dx$$

Iſt demnach

$$dy = n\,x^{n-1}\,dx$$

wie angenommen worden, ſo iſt

$$d\,(x^{n+1}) = nx\,.\,x^{n-1}\,dx + x^n\,dx$$
$$= n\,x^n\,dx + x^n\,dx$$
$$= n + 1)\,x^n\,dx\,.$$

Wenn alſo $n = 4$, ſo iſt (§. 16.) würklich

$$d\,(x^n) = n\,x^{n-1}\,dx = 4\,x^3\,dx,$$

folglich auch für $n + 1 = 5$;

$$d(x^5) = 5\,x^4\,dx$$

Und da alſo die Formel:

$$d\,(x^n) = n\,x^{n-1}\,dx$$

den Schluß von dem Exponenten auf den nächſt höhern $n + 1$ rechtfertigt, ſo muß ſie allgemein für jeden Werth von n gelten.

Aufgabe.

18. **Das Differential eines Quotienten $\frac{x}{y}$ zu finden.**

Auf-

Aufloͤſung.

Man ſetze:

$$\frac{x}{y} = v \text{ alſo } x = vy, \text{ ſo iſt}$$

$$dx = vdy + ydv \text{ (§. 14.)} = \frac{x}{y} dy + ydv$$

Alſo $ydx = xdy + y^2 dv$; folglich

$$dv \text{ oder } d\left(\frac{x}{y}\right) = \frac{ydx - xdy}{y^2}.$$

Zuſaͤtze.

19. I. Waͤre x eine beſtaͤndige Groͤſſe = a, ſo iſt $dx = da = 0$ (§. 8.) Demnach

$$d\left(\frac{a}{y}\right) = -\frac{ady}{y^2}.$$

II. Waͤre ferner:

$$y = x^n \text{ mithin } dy = nx^{n-1} dx$$

(§. 17.) ſo hat man

$$d\left(\frac{a}{x^n}\right) = -\frac{anx^{n-1}dx}{x^{2n}} = -nax^{-n-1}dx$$

Aber $\frac{a}{x^n} = ax^{-n}$. Folglich

$$d(ax^{-n}) = -nax^{-n-1}dx$$

Man ſieht alſo, daß die Formel (§. 17.) auch gilt, wenn n eine verneinte Zahl iſt. Es werde nemlich wenn

$$a = 1;\ d(x^{-n}) = -nx^{-n-1}dx.$$

III. Es ſey

$$\sqrt[m]{x^n} = u, \text{ ſo iſt } x^n = u^m$$

folg-

folglich

$$n x^{n-1} dx = m u^{m-1} du.$$

Aber $u = x^{\frac{n}{m}}$ (§. 33. Algebr.) Alſo

$$u^{m-1} = x^{\frac{n}{m}(m-1)} \text{ (§. 28. Algebr.)}$$

$$= x^{n - \frac{n}{m}} \text{ folglich}$$

$$n x^{n-1} dx = m x^{n - \frac{n}{m}} . du$$

oder auf beyden Seiten mit x^{n-1} dividirt (§. 27. Algebr.)

$$n dx = m x^{1 - \frac{n}{m}} . du,$$

oder auf beyden Seiten mit

$$x^{\frac{n}{m} - 1} \text{ multiplicirt (§. 26. Algebr.)}$$

$$n x^{\frac{n}{m} - 1} = m du. \text{ Demnach}$$

$$du = d\sqrt[m]{x^n} = \frac{n}{m} x^{\frac{n}{m} - 1} dx = d(x^{\frac{n}{m}})$$

Die Formel (§. 17.) iſt alſo auch richtig, wenn ſtatt n ſogar ein Bruch $\frac{n}{m}$ geſetzt wird, in welchem Falle man alſo das **Differential einer Wurzelgröſſe** findet. Man kann alſo in der Formel (§. 17.) die Größe n jede ganze, bejahte, verneinte und gebrochene Zahl bedeuten laſſen.

Anmerkung.

20. Die bisher beygebrachten **Differentialformeln**, dienen auf mannichfaltige Art zur Differentiirung zuſammen-

geſetz-

geſetzterer Ausdrücke, wovon ich nur ein paar Beyſpiele geben will, um das Verfahren zu erläutern.

I. Exempel.

$(a + bx)(c + fx^2)$ zu differentiiren.

Man ſetze $a + bx = u$; $c + fx^2 = w$,

alſo jenes Produkt

$= u \cdot w$ ſo iſt $duw = udw + wdu$

Aber $dw = 2fxdx$; $du = bdx$ (§§. 9. 13.)

Alſo $d(uw) = (a + bx)\,2fxdx + (c + fx^2)\,bdx$

oder $d(uw) = (cb + 2afx + 3bfx^2)\,dx$

II. Exempel.

$\frac{a + bx}{c + fx}$ zu differentiiren.

Man ſetze:

$a + bx = u$; $c + fx = w$ ſo iſt

$bdx = du$; $fdx = dw$

und das Differential des Quotienten

$$\frac{u}{w} \text{ oder } d\left(\frac{u}{w}\right) = \frac{wdu - udw}{w^2}$$

d. h. wenn man ſtatt u und w ihre Werthe ſetzt.

$$d\left(\frac{u}{w}\right) = \frac{(c + fx)\,bdx - (a + bx)\,fdx}{(c + fx)^2}$$

$$= \frac{(bc - af)\,dx}{(c + fx)^2}.$$

III. Exempel.

$\sqrt{(a + bx)}$ zu differentiiren.

Man ſetze

$a + bx = u$, alſo $\sqrt{(a + bx)} = \sqrt{u} = u^{\frac{1}{2}}$

mithin

d √

$$d\sqrt{(a+bx)} = \tfrac{1}{2} u^{-\frac{1}{2}} du \text{ (§. 19. III.)}$$

$$= \frac{du}{2u^{\frac{1}{2}}} = \frac{b\,dx}{2\sqrt{(a+bx)}}$$

Mehrere Beyſpiele können in den Vorleſungen gegeben werden.

Aufgabe.

21. Wenn x ein veränderlicher Kreisbogen bedeutet, das Differential des Sinus deſſelben zu finden, oder durch das Differential des Bogens auszudrücken.

Aufldſung.

I. Man ſetze Sin $x = y$; ſo ſoll das Differentialverhältniß $dy : dx$ oder $d \text{ Sin } x : dx$ gefunden werden.

II. Man laſſe den Bogen x erſtlich um eine endliche Differenz Δx wachſen; Wächſt nun der Sinus von x oder die Gröſſe y alsdann um Δy, ſo hat man

$$y + \Delta y = \text{Sin}(x + \Delta x).$$

III. Wenn man aber in (§. 44. Trigon.) ſtatt der dortigen Buchſtaben α und β ſetzt x und Δx, ſo wird

$$\text{Sin}(x + \Delta x) = \text{Sin } x \text{ coſ } \Delta x + \text{Sin } \Delta x \text{ coſ } x.$$

Nun ſey der Bogen Δx unendlich klein $= dx$, ſo iſt der Coſinus deſſelben unendlich wenig von dem Sinus totus $= 1$ unterſchieden, ſo daß es verſtattet iſt, coſ $dx = 1$ zu ſetzen. Der Sinus des unendlich kleinen Bogens dx iſt aber unendlich wenig von dem kleinen Bogen dx ſelbſt unterſchieden, ſo daß man Sin $dx = dx$ ſetzen kann, alſo wird für dieſen Fall

$$\text{Sin}(x + dx) = \text{Sin } x + dx \text{ coſ } x$$

IV. Weil ſich nun Δy in dy verwandelt, wenn Δx ſich in dx verändert, ſo hat man (II.)

$$y + dy = \text{Sin } x + dx \text{ coſ } x$$

Aber

Aber $y = \text{Sin}\, x$ (I.)

Demnach $dy = dx\,.\,\text{coſ}\, x$. oder

$$d(\text{Sin}\, x) = dx\,.\,\text{coſ}\, x$$

das heißt:

$$d\,\text{Sin}\, x : dx = \text{coſ}\, x : 1.$$

Zuſatz.

22. So iſt, wenn man ſtatt x auch einen andern Buchſtaben φ ſetzen will, eben ſo

$$d\,\text{Sin}\,\varphi = d\varphi\,.\,\text{coſ}\,\varphi\,.$$

Zuſatz.

23. Wäre in dieſer Formel nunmehr

$$\varphi = 90^\circ - x \text{ Alſo}$$

$$\text{Sin}\,\varphi = \text{coſ}\, x;\ \text{coſ}\,\varphi = \text{Sin}\, x$$

und $d\varphi = -dx$

(weil 90° als eine beſtändige Gröſſe keine Differential hat), ſo wird

$$d\,\text{coſ}\, x = -dx\,\text{Sin}\, x$$

Zuſatz.

24. Weil $\text{tang}\, x = \frac{\text{Sin}\, x}{\text{coſ}\, x}$

(§. 42. Trigon.) ſo wird

$$d\,\text{tang}\, x = \frac{\text{coſ}\, x\,.\,d\,\text{Sin}\, x - \text{Sin}\, x\,.\,d\,\text{coſ}\, x}{\text{coſ}\, x^2}$$

(§. 18.) oder ſtatt

$$d\,\text{Sin}\, x, \text{ und } d\,\text{coſ}\, x$$

ihre Werthe aus (§. 21. und 23.) ſubſtituirt

$$d\,\text{tang}\, x = \frac{(\text{coſ}\, x^2 + \text{Sin}\, x^2)\, dx}{\text{coſ}\, x^2} = \frac{dx}{\text{coſ}\, x^2}$$

weil $\text{coſ}\, x^2 + \text{Sin}\, x^2 = \text{Sin tot}^2 = 1.$

Anmer=

Anmerkung.

25. Dieſe trigonometriſchen Differentialformeln ſind in der ganzen Analyſis von der größten Wichtigkeit; man hat noch mehrere derſelben, die ſich leicht aus dem angegebenen herleiten laſſen. Wir müſſen uns aber mit den angeführten begnügen.

Aufgabe.

26. Das Differential einer Logarithmiſchen Gröſſe log y zu finden, wenn y um das Differential dy ſich ändert.

Auflöſung.

1. Wenn y ſich in $y + dy$ verwandelt, ſo wird log y ſich in $\log(y + dy)$ verwandeln, und

$$\log(y + dy) - \log y$$

wird das Differential des Logarithmen von y ausdrücken, welches man ſo bezeichne:

$$\log(y + dy) - \log y = d \log y.$$

2. Dieſes $d \log y$ gedenke man ſich von einer beſtändigen Gröſze $= n$, was auch y für eine Zahl ſeyn mag. Man kann ſich begreiflich vorſtellen, die Logarithmen giengen in gleichen Differenzen fort, wie die Zahlen einer arithmetiſchen Reihe, und dann berechnen, was dieſen beſtändigen logarithmiſchen Differenzen, für Unterſchiede der zugehörigen Zahlen entſprechen. Dieſe Unterſchiede der Zahlen, welche gleichen Differenzen der Logarithmen entſprechen, werden aber nicht, wie dieſe, unveränderlich ſeyn, weil die Zahlen, welche den Logarithmen zugehören, als Glieder einer geometriſchen Reihe zu betrachten ſind. Indeſſen erhellt folgendes.

3. Wenn $\log(y + dy) - \log y$

das heißt: $\log \frac{y + dy}{y}$ (§. 16. Trig.) $= n =$

 einer

einer beſtändigen Gröſſe, ſo muß auch der Quotient

$$\frac{y + dy}{y} \text{ oder } 1 + \frac{dy}{y}$$

von einer beſtändigen Gröſſe $= m$, und folglich auch

$$\frac{dy}{y} = m - 1$$ von einer beſtändigen Gröſſe

ſeyn, wenn gleich y und dy veränderlich ſind (2).

4. Alſo wird auch der Quotient

$$\frac{dy}{y(\log(y + dy) - \log y)} = \frac{m - 1}{n} =$$

einer beſtändigen Gröſſe ſeyn, die ich mit a bezeichnen will.

5. Nun iſt aber

$$\log(y + dy) - \log y = d \log y$$

Alſo iſt in jedem logarithmiſchen Syſteme allemahl

$$\frac{dy}{y \cdot d \log y} = a =$$

einer beſtändigen Gröſſe.

6. Folglich $d \log y = \frac{1}{a} \cdot \frac{dy}{y}$;

oder wenn man die beſtändige Gröſſe

$\frac{1}{a} = b$ ſetzt

$$d \log y = b \cdot \frac{dy}{y}.$$

d. h. das Differential der Zahl y mit der Zahl y ſelbſt dividirt, und mit der beſtändigen Gröſſe b multiplicirt, giebt

giebt das Differential des Logarithmen dieſer Zahl. Die beſtändige Gröſſe b, wird, wie die Folge zeigen wird, von der Baſis des logarithmiſchen Syſtems abhängen.

Zuſatz.

27. Dieſe Differentialgleichung will begreiflich weiter nichts ſagen, als daß die beſtändige logarithmiſche Differenz d log y zu der veränderlichen Differenz der Zahl ſelbſt, d. h. zu d y ſich verhalte, wie die beſtändige Gröſſe b zu der veränderlichen y.

Aufgabe.

28. **Eine Exponentialgröſſe a^x, wo x veränderlich, und a beſtändig iſt, zu differenziiren.**

Auflöſung.

Man ſetze:

$$a^x = y,\ \text{ſo iſt}\ x \,.\, \log a = \log y,$$

alſo
$$dx \,.\, \log a = d \log y = b\,\frac{dy}{y}\,.$$

folglich
$$dy = \frac{y\,dx \,.\, \log a}{b} = \frac{a^x \log a \,.\, dx}{b}\,.$$

Zuſatz.

29. Wäre auch a veränderlich $= z$, ſo hätte man $x \log z = \log y$; Alſo $x \,.\, d \log z + \log z \,.\, dx$

(§. 14.) $= \frac{b\,dy}{y}$, oder

$$\frac{x\,b\,dz}{z} + \log z \,.\, dx = \frac{b\,dy}{y}\ \text{Demnach}$$

$$dy = d(z^x) = \frac{z^x\, x\, dz}{z} + \frac{z^x\, dx\,.\, \log z}{b}$$

Anmerkung.

30. Man kann ſich ein logarithmiſches Syſtem gedenken, für welches $b = 1$ iſt. Man nennt es das natürliche Syſtem. Wenn demnach von dieſen natürlichen Logarithmen die Rede iſt, ſo hätte man

$$d \log y = \frac{dy}{y}$$

und §. 28.

$$d(a^x) = a^x\, dx\,.\, \log a$$

Anmerkung.

31. Man kann aus den gefundenen Differentialformeln, durch Subſtitutionen mehrere andere herleiten. Man ſetze z. E. in (§. 30.)

I. $y = 1 + x$,

ſo iſt $dy = dx$ alſo

$$d \log (1 + x) = \frac{dx}{1 + x}$$

II. Setze man

$y = a + bx$, alſo

$dy = b\,dx$, ſo wird

$$d \log (a + bx) = \frac{b\,dx}{a + bx};$$

Für $b = -1$ und $a = 1$ wäre ſolchergeſtalt

$$-d \log (1 - x) = \frac{dx}{1 - x};$$

III. Man ſetze $y = \text{Sin}\, x$, alſo

$dy = dx \cos x$

(§. 21.) folglich

d log

$$d \log \mathrm{Sin}\, x = \frac{dx \cos x}{\sin x} = dx \,.\, \cot x \,.$$

(§. 43. Trig.)

So kann man die Differentiale der Logarithmen anderer trigonometriſcher Linien finden.

Ende der Differentialrechnung.

Anfangs-Gründe der Analyſis des Unendlichen.

Integral-Rechnung.

Erklärung.

1.

Die Integralrechnung iſt eine Wiſſenſchaft aus dem Differential einer veränderlichen Gröſſe, oder einer Function der veränderlichen Gröſſe, die endliche Function ſelbſt zu finden, welche dann den Nahmen des Integrals des vorgegebenen Differentials erhält. Um dieſe Integration einer Differentialgröſſe anzudeuten, ſetzt man den Buchſtaben ſ vor die Differentialgröſſe.

Zuſatz.

2. Alſo iſt

I. $\int (dx + dy) = x + y$ (§. 11. Differential-Rechnung.)

II. $\int (x\,dy + y\,dx) = xy$ (§. 14. ib.)

III. $\int (n + 1)\, x^n\, dx = x^{n+1}$ (§. 17. ib.)

Alſo auch

IV. $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ ferner

V. $\int \frac{y\,dx - x\,dy}{y^2} = \frac{x}{y}$ (§. 18. ib.)

VI.

VI. $\int dx \cos x = \sin x$ (§. 21. ib.)

VII. $\int dx \sin x = - \cos x$ (§. 23. ib.)

VIII. $\int \frac{dx}{\cos x^2} = \tang x$. (§. 25. ib.)

IX. $\int \frac{dx}{x} = \frac{\log x}{b}$ (§. 26. ib.)

X. $\int a^x dx = \frac{b\, a^x}{\log a}$ (§. 28.)

XI. $\int dx \cot x = \log \sin x$. (§. 31. III.)

Zuſatz.

3. Weil jede veränderliche Gröſſe eben das Differential behält, wenn eine beſtändige Größe zu ihr addirt, oder von ihr abgezogen wird, ſo kann man zu jedem der gefundenen Integrale noch eine ſolche unveränderliche Gröſſe, welche man mit Conſt. zu bezeichnen pflegt, hinzuſetzen. Alſo iſt z. E. in §. 2. II.

$$\int (x\,dy + y\,dx) = xy + \text{Conſt.}$$

und ſo in den übrigen Formeln.

Anmerkung.

4. Aus den angegebenen Integralformeln, laſſen ſich eine Menge anderer herleiten, womit ſich die Integralrechnung beſchäftigt. Ich will dies durch einige Beyſpiele erläutern.

I. Beyſpiel.

Die Formel $dx \sqrt{(a + bx)}$ zu integriren. Man ſetze

$$a + bx = u, \text{ ſo iſt } \sqrt{(a + bx)} = u^{\frac{1}{2}}$$

und $b\,dx = du$, alſo $dx = \frac{du}{b}$, folglich

$$dx \sqrt{(a + bx)} = \frac{du}{b} \cdot u^{\frac{1}{2}}.$$

Setzt man nun in (§. 2. IV.) das dortige

$x = u$ und $m = \frac{1}{2}$, ſo wird

$$\int u^{\frac{1}{2}}\, du = \frac{u^{\frac{3}{2}}}{1 + \frac{1}{2}} = \tfrac{2}{3}\, u^{\frac{3}{2}}.$$

Alſo wird

$$\int dx \sqrt{(a + bx)} = \frac{2}{3b} \cdot u^{\frac{3}{2}} + \text{Conſt}$$

$$= \frac{2}{3b} (a + bx)^{\frac{3}{2}} + \text{Conſt}$$

II. Beyſpiel.

$\frac{dx}{1 - x^2}$ zu integriren.

Weil $1 - x^2 = (1 + x)(1 - x)$,

ſo ſetze man

$$\frac{1}{1 - x^2} = \frac{a}{1 + x} + \frac{b}{1 - x} = \frac{a(1 - x) + b(1 + x)}{(1 + x)(1 - x)}$$

$$= \frac{a + b - (a - b)\, x}{1 - x^2}$$

Soll alſo dieſer Bruch dem $\frac{1}{1 - x^2}$ gleich ſeyn, ſo muß

$a + b = 1$ und $a - b = 0$

ſeyn. Dies giebt

$a = \frac{1}{2}$ und $b = \frac{1}{2}$; Alſo wird

$\frac{1}{1 - x^2} = \frac{\frac{1}{2}}{1 + x} + \frac{\frac{1}{2}}{1 - x}$ Demnach

$$\int \frac{dx}{1 - x^2} = \tfrac{1}{2} \int \frac{dx}{1 + x} + \tfrac{1}{2} \int \frac{dx}{1 - x}$$

$= \frac{1}{2}$

$$= \frac{1}{2}\log(1+x) - \frac{1}{2}\log(1-x)$$

(§. 31. I. II.)

$$= \frac{1}{2}\log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$$

wo man unter den Logarithmen die natürlichen (§. 30. I.) verſtehen muß, und noch eine beſtändige Gröſſe hinzu addiren kann.

III. Beyſpiel.

Aus (§. 2. VI.) iſt

$$dx\ \text{coſ}\ x = d\ \text{Sin}\ x$$

Man ſetze Sin x = y, ſo iſt x = einem Bogen, deſſen Sinus = y iſt, welches man ſo bezeichne x = Bogen Sin (y) oder Arc. Sin (y) (von arcus dem Bogen). Alſo iſt

$$dx = d\ \text{Arc. Sin}\ (y)$$

und $\text{coſ}\ x = \surd(1 - \text{Sin}\ x^2) = \surd(1 - y^2)$:

Demnach $dx = \frac{d\ \text{Sin}\ x}{\text{coſ}\ x}$, oder

$$d\ \text{Arc. Sin}\ (y) = \frac{dy}{\surd(1-y^2)}$$ und folglich

$$\text{Arc. Sin}\ (y) = \int \frac{dy}{\surd(1-y^2)}.$$

Das Integral der Formel $\frac{dy}{\surd(1-y^2)}$ bezeichnet demnach einen Bogen, deſſen Sinus = y iſt.

IV. Beyſpiel.

Auf eine ähnliche Art kann man aus der Formel

$dx = \text{coſ}\ x^2 . d\ \text{tang}\ x$, wenn man

$\text{tang}\ x = y$, alſo $\text{coſ}\ x^2 = \frac{1}{\text{Sec}\ x^2}$

(§. 43. Trigon.)

 = 1

$$= \frac{1}{1 + \tang x^2} = \frac{1}{1 + y^2}$$

ſetzt, herleiten.

$$\text{Arc. tang}(y) = \int \frac{dy}{1 + y^2}.$$

V. Beyſpiel.

Setzt man in dieſen Formeln ferner

$$y = \frac{b}{a} u, \text{ alſo } dy = \frac{b}{a} du, \text{ ſo wird}$$

$$\frac{dy}{1 + y^2} = \frac{ab\,du}{a^2 + b^2 u^2}; \text{ Alſo}$$

$$\frac{\text{Arc. tang}\left(\frac{b}{a} u\right)}{ab} = \int \frac{du}{a^2 + b^2 u^2}$$

Eben ſo in (III.)

$$\frac{\text{Arc. Sin}\left(\frac{b}{a} u\right)}{b} = \int \frac{du}{\sqrt{(a^2 - b^2 u^2)}}$$

welche allgemeinere Formeln ſehr häufig vorkommen. Andere Beyſpiele müſſen wir übergehen. Nun auch einige Anwendungen der Integralrechnung.

Aufgabe.

5. **Einer vorgegebenen Zahl x ihren Logarithmen zu finden.**

Aufloͤſung.

Man ſetze in (§. 2. IX.) $x = 1 + u$, alſo

$$dx = du \text{ ſo wird } b \int \frac{du}{1 + u} = \log(1 + u).$$

Nun iſt:

$$\frac{1}{1 + u} = 1 - u + u^2 - u^3 + u^4 \ldots$$

und

und ſo ohne Ende fort, wie man leicht durch die Diviſion findet.

Demnach:

$$b\int\frac{du}{1+u} = b(\int du - \int u\,du + \int u^2 du - \int u^3 du \ldots)$$

d. h. wenn man die Werthe dieſer einzeln Integrale nach der allgemeinen Formel (§. 2. IV.) ſubſtituirt.

$$\log(1+u) = b\,(u - \tfrac{1}{2}u^2 + \tfrac{1}{3}u^3 - \tfrac{1}{4}u^4 \ldots)$$

wozu noch eine Conſt. addiret werden kann, dieſe Conſt. wird aber allemahl für den gegenwärtigen Fall = o ſeyn, weil für $u = 0$; $\log(1+u) = \log 1$, alſo auch = o werden muß, und dieſes nicht geſchehen würde, wenn man zu jener Integralreihe eine beliebige Conſt. hinzuſetzte.

Zuſatz.

6. Wenn u kleiner iſt als 1, alſo die Zahl $1+u$, deren Logarithme durch jene Reihe ausgedrückt wird, kleiner iſt, als 2, ſo wird dieſe Reihe ſich ſchnell nähern, ſo daß man die folgenden Glieder ihrer geringen Gröſſe wegen, weglaſſen kann, weil die Potenzen von u, wenn u ein Bruch kleiner als 1 iſt, ſehr bald ſo gering werden, daß ſie in keine Betrachtung kommen. Wäre z. B. $u = \frac{1}{10}$, ſo würde ſchon das Glied $\frac{1}{4}u^4 = \frac{1}{40000}$ ein ſehr kleiner Bruch ſeyn, und die erſten 6 Glieder dieſer Reihe würden den Logarithmen von $1 + \frac{1}{10}$ oder von $\frac{11}{10}$ bis auf Milliontheilchen richtig geben, und wenn man daher den Logarithmen nicht genauer verlangte, ſo könnte man ſich in dieſem Falle mit den erſten 6 oder 7 Gliedern dieſer Reihe begnügen.

Je größer u iſt, deſto weniger nähert ſich dieſe Reihe, d. h. deſto mehr Glieder derſelben muß man berechnen, um den Logarithmen genau genug zu erhalten, und wenn ſogar u gröſſer iſt als 1, ſo würde die Reihe gar

gar nicht mehr brauchbar ſeyn, einer Zahl $1 + u$ ihren Logarithmen dadurch zu finden. Alſo gilt jene Reihe nur zur Berechnung der Logarithmen ſolcher Zahlen, welche kleiner als 2 ſind.

Zuſatz.

7. Indeſſen kann man vermittelſt ihrer eine andere Reihe finden, wodurch einer jeden Zahl ihr Logarithme durch eine Näherung gefunden werden kann.

Man ſetze u negativ, ſo wird

$$\log(1 - u) = b\left(-u - \tfrac{1}{2}u^2 - \tfrac{1}{3}u^3 - \tfrac{1}{4}u^4 \ldots\right)$$

Zieht man dieſe Reihe von der obigen (§. 5.) ab, ſo wird:

$$\log(1+u) - \log(1-u) = b\left(2u + \tfrac{2}{3}u^3 + \tfrac{2}{5}u^5 + \tfrac{2}{7}u^7 \ldots\right)$$

oder

$$\log\left(\frac{1+u}{1-u}\right) = b \cdot 2u\left(1 + \tfrac{1}{3}u^2 + \tfrac{1}{5}u^4 + \tfrac{1}{7}u^6 \ldots\right)$$

Soll nun $\frac{1+u}{1-u} = N =$ einer beliebigen Zahl ſeyn, ſo wird $1 + u = (1 - u)\,N$ alſo $u = \frac{N-1}{N+1}$, alſo allemahl ein eigentlicher Bruch, und ſo iſt dann

$$\log N = 2b \cdot \frac{N-1}{N+1}\left(1 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{N-1}{N+1}\right)^2 + \tfrac{1}{5}\left(\frac{N-1}{N+1}\right)^4 \ldots\right)$$

allemahl durch eine Reihe gegeben, in der die folgenden Glieder immer kleiner und kleiner werden, und die ſich alſo nähert.

Zuſatz.

8. Wenn $b = 1$ iſt, ſo heiſen die ſolchergeſtalt gefundenen Logarithmen die **natürlichen**. Man kann

fragen,

fragen, wie groß muß b ſeyn, wenn dieſe Reihe die Briggiſchen Logarithmen geben ſoll?

Dies findet ſich ſo. Weil in dem Briggiſchen Syſtem der Logarithmus von $10 = 1$ iſt, alſo 10 die Baſis des Briggiſchen Syſtems iſt, ſo ſetze man in jener Reihe $N = 10$, alſo $\log N = 1$, ſo wird

$$\frac{N-1}{N+1} = \tfrac{9}{11};\ \text{Demnach}$$

$$1 = b \,.\, 2\left(\tfrac{9}{11} + \frac{9^3}{3 \cdot 11^3} + \frac{9^5}{5 \cdot 4^5} \cdot\cdot\right)$$

wo man die Reihe rechter Hand, wenn man die Potenzen von $\tfrac{9}{11}$ weit genug fortſetzt, ſo genau als man will, berechnen kann. Man nenne den Bruch, den dieſe Reihe in Decimaltheilen geben wird $= m$, ſo iſt

$$1 = b \,.\, 2m;\ \text{Alſo}\ b = \frac{1}{2m}.$$

Hr. Euler introduct. in anal. infinit. Cap. 7. findet ſolchergeſtalt den Werth von $b = 0{,}4342944 \ldots$ die noch kleinern Decimaltheile kann man im Euler nachſehen.

Zuſatz.

9. Man bezeichne den natürlichen Logarithmen einer Zahl N mit log. nat. N, und den Briggiſchen Logarithmen mit log. brigg. N, ſo wird

$$\log \text{nat}\, N = 2\,\frac{N-1}{N+1} \cdot \left(1 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{N-1}{N+1}\right)^2 \cdot\cdot\right)$$

$$\log \text{brigg}\, N = 2b \,.\, \frac{N-1}{N+1}\left(1 + \tfrac{1}{3}\left(\frac{N-1}{N+1}\right)^2 \cdot\cdot\cdot\right)$$

ſtatt b die (§. 8.) gefundene Zahl geſetzt. Alſo

$$\log \text{brigg}.\, N = 0{,}4342944 \,.\, \log \text{nat}\, N.$$

Weiß

Weiß man alſo den natürlichen Logarithmen einer Zahl N, ſo hat man auch den Briggiſchen, durch die Multiplication des natürlichen mit dem Decimalbruche 0,4342 . . . dieſen Bruch heiſt man wohl auch, den **Modulus** des Briggiſchen Syſtems. Daß alſo dieſer von der Baſis 10 dieſes Syſtems abhängt, erhellet aus (§. 8.).

Zuſatz.

10. Die Baſis des natürlichen Syſtems, alſo die Zahl N zu finden, für welche log nat N = 1 wird, ſo ſetze man ſie ſey = e, ſo hat man aus (9) für dieſen Fall:

$$\log \text{brigg } e = 0{,}4342944 \ldots$$

Man ſuche alſo in dem Briggiſchen Syſteme eine Zahl e, deren Briggiſcher Logarithme = 0,434 . . . ſo iſt dieſe Zahl die Baſis des natürlichen Syſtems. Man wird, wenn man dieſen Logarithmen aufſchlägt, die Zahl e = 2,7182818 . . . finden. Im Euler a. a. O. ſteht ſie bis auf 24 Decimaltheilen angegeben, iſt aber daſelbſt aus andern Gründen hergeleitet worden, die man, ſo wie die weitere Ausführung des Bisherigen, nebſt der Anwendung auf die Berechnung der Logarithmentafeln, daſelbſt mit mehrerem nachſehen kann.

Aufgabe.

11. **Aus der Tangente eines Bogens, den Kreisbogen ſelbſt zu finden.**

Auflöſung.

Weil $\text{Arc. tang}\,(y) = \int \frac{dy}{1 + y^2}$

und $\frac{1}{1 + y^2} = 1 - y^2 + y^4 - y^5 \ldots$

ſo wird, jedes Glied dieſer Reihe mit d y multiplicirt und integrirt.

$$\text{Arc. tang}\,(y) = y - \tfrac{1}{3} y^3 + \tfrac{1}{5} y^5 - \tfrac{1}{7} y^7 \ldots$$

Exem-

Exempel.

Weil der Sinus von $30° = \frac{1}{2}$ Sehne $60°$ (§. 2. Trig.) und die Sehne von $60° =$ dem Halbmeſſer des Kreiſes (§. 108. Geom.) $= 1$, ſo iſt $\text{Sin } 30° = \frac{1}{2}$, alſo $\text{coſ } 30° = \sqrt{(1 - \frac{1}{4})} = \frac{\sqrt{3}}{2}$; Demnach

$$\text{tang } 30° = \frac{\text{Sin}}{\text{coſ}} \text{ (§. 39. Trig.)} = \frac{1}{\sqrt{3}};$$

Man ſetze alſo $y = \frac{1}{\sqrt{3}}$; ſo erhält man für die Länge $= \lambda$ eines Bogens von $30°$ in einem Kreiſe deſſen Halbmeſſer $= 1$, den Ausdruck

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} \dots\right)$$

wenn man dieſe Brüche zuſammenrechnet, und durch Decimaltheile ausdrückt, ſodann mit $\frac{1}{\sqrt{3}}$ d. h. mit $\frac{\sqrt{3}}{3}$ multiplicirt, ſo erhält man

$$\lambda = 0{,}52359877 \dots$$

Zuſatz.

12. Wäre nicht der Halbmeſſer, ſondern der Durchmeſſer eines Kreiſes $= 1$, alſo der Halbmeſſer $= \frac{1}{2}$, ſo müßte man den gefundenen Werth von λ, noch mit dieſem Halbmeſſer $\frac{1}{2}$ multipliciren, ſo würde in einem Kreiſe deſſen Durchmeſſer $= 1$, die Länge eines Bogens von $30°$, alſo der 12te Theil des Umkreiſes

$$= 0{,}26179938 \dots$$

Alſo der ganze Umkreis

$$= 12 \cdot 0{,}26179938 \dots = 3{,}141592 \dots$$

Dem-

Demnach das **Verhältniß des Durchmeſſers zum Umkreiſe** = 1 : 3,141592 ... In (§. 145 d Geom.) ſteht dieſe Zahl bis auf mehrere Decimaltheile. Man ſ. über das Bisherige weiter **Eulers** intr. in analyſ. inf. Cap. VIII. nach.

Anmerkung.

13. Schon aus dieſen Beyſpielen wird erhellen, daß die Differential- und Integralrechnung keine leeren Grübeleyen ſind, ſondern auf einem ſehr leichten Wege, die nützlichſten Wahrheiten lehren. Wer z. E. das Verhältniß des Durchmeſſers zum Umkreiſe nach dem Verfahren (§. 1450 Geom.) berechnen wollte, würde in unendlich weitläuftige Rechnungen verfallen, da hingegen die Integralrechnung daſſelbe auf einem viel leichtern Wege giebt. Wer ſich mit der weitern Anwendung der Mathematik beſchäftigt, wird ſehr viele Gelegenheit finden, ſich von dem Nutzen der Differential- und Integralrechnung, wovon wir uns die allererſten Gründe beygebracht haben, zu überzeugen.

Ich nenne von den unzähligen analytiſchen Schriften nur einige, woraus man weitern Unterricht ſchöpfen kann.

Clairaut Anfangsgründe der Algebra aus dem Franzöſ. Berlin 1752. Hrn. Hofr. **Kästners** öfters angeführte Analyſis des Endlichen und Unendlichen. **Tempelhofs** vollſtändige Anleitung zur Algebra, Berl. 1773. **Deſſelben** Analyſis d. Unendl. **L. Eulers** Algebra Petersb. 1770. Deſſelben introduct. in Anal. infin. Deſſelben Inſtitutiones calculi differentialis. Petr. 1755. und calcul. integr. Petrop. 1768 - 70. In Eulers introduct. iſt auch die **höhere Geometrie** enthalten; womit man noch **Cramers** introd. a l' analyſe des lignes courbes verbinden kann. Von **Couſins de la Grange** und mehreren andern analytiſchen Schriften kann hier nicht geredet werden.

Ende der Analyſis des Unendlichen.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Bewegungs-Kunſt oder Mechanik. *)

Erklärung.

1.

Die Bewegungs-Kunſt oder Mechanik iſt eine Wiſſenſchaft, entweder mit Vortheil der Kraft, oder der Zeit, etwas zu bewegen, das iſt, eine gröſſere oder geſchwindere Bewegung hervorzu-

*) Ich kann mich auch hier in kein ſtarkes Verzeichniß hieher gehöriger Schriften einlaſſen, und nenne nur folgende:

Hrn. Hofrath Karſtens Lehrbegriff der geſammten Mathem. III. und IV. Th. Deſſelben Anfangsgründe der mathemat. Wiſſenſch. 2ter Band. Deſſelben Auszug aus den Anfangsgründen IIter Th. Hrn. H. Käſtners Anfangsgründe der angewandten Mathem. 4te Ausgabe. Deſſelben Anfangsgr. der höhern Mechan. 2te Ausgabe. (Zuſätze und einige Erläuterungen dazu enthalten Langsdorfs mechan. und hydrod. Unterſuchungen.) Hrn. Lamberts Beyträge zum Gebrauch der Mathem. 2ter Th. Hrn. Krafts Mechanik, nach Hrn. Steingrübers Ueberſetzung. Hrn. Eulers Theoria motus corporum ſolidorum ſeu rigidorum. Hrn. Klügels prakt. Mechanik. Hrn. Bürja's Grundlehren der Statik; deſſelben Grundlehren der Dynamik. Hrn. Lempes Lehrbegriff des Maſchinenweſens. Hrn. Büſch's Mecha-

vorzubringen, als ſonſt der gegebenen Kraft vor ſich möglich wäre.

Anmerkung.

2. Die Bewegungskunſt (Mechanica) handelt zwar eigentlich von allen Geſetzen der Bewegung, wie auch einige dieſelbe in ihren mechaniſchen Schriften zu erklären ſich bemühen. Insgemein aber redet man in der Mechanik nur von den Maſchinen, dadurch die bewegende Kraft entweder vermögender gemacht wird, eine größere Laſt als ſonſt zu bewegen, oder die Bewegung geſchwinder als ſonſt zu verrichten.

2a) Eigentlich ſollten Statik und **Mechanik** von einander unterſchieden werden, erſtere handelt von den **Geſetzen des Gleichgewichts**, letztere von den **Geſetzen der Bewegung.**

Erklärung.

3. **Alles, was die Bewegung verurſachet, nennen wir** eine **Kraft; was aber beweget wird, oder der Bewegung widerſtehet,** eine Laſt.

3a) **Kraft** heiſt überhaupt, was Bewegung hervorzubringen ſtrebt.

Zuſatz.

4. **Daher werden ſowohl die lebendigen als lebloſen Creaturen unter die bewegenden Kräfte gerechnet, deren**

Mechanik, in deſſen Verſuch einer Mathem. zum Nutzen und Vergnügen des bürgerl. Lebens. Hrn. **Eberhards** neue Beyträge zur matheſi applicata. Hrn. **Mönnichs** Anleitung zur Anordnung und Berechnung der gebräuchlichſten Maſchinen. Hrn. **Brodhagens** Verſuch einer Dynamik zum Gebrauche derjenigen, die keine höhere Mathem. verſtehen. Hrn. v. **Cancrins** erſte Gründe der Berg- und Salzwerkskunde 7ter Th. 1te und 2te Abtheil. Hrn. **Bürja**, Grundlehren der Dynamik. Hrn. **Calvörs** Beſchreibung des Maſchinenweſens auf dem Oberharz. Hrn. **Leupolds** bekannte Theatra machinarum. Hrn. **Prony** neue Architekt. Hydraulika 1ter Th. ein vorzügliches Werk. Dagegen iſt des Hrn. **de la Grange** Méchanique analytique blos ſpekulativ.

ren man ſich, eine Bewegung hervorzubringen, bedienet, als Menſchen, Vieh, Luft, Waſſer, Feuer, Gewichte Federn.

Zuſatz.

5. Da nun die Mechanik lehret, wie man mit einer gegebenen Kraft eine vortheilhafte Bewegung hervorbringen kann (§. 1.); ſo muß darinnen auch gezeiget werden, wie man ſich der Menſchen, der Thiere, der Luft, des Waſſers, des Feuers, der Gewichte, der Federn zu vortheilhaften Bewegungen bedienen kann.

Erklärung.

6. **Wenn die Bewegung wirklich geſchiehet, heiſſet es eine lebendige Kraft; wenn aber die Laſt nur erhalten wird, nennet man es eine todte oder auch eine erhaltende Kraft.**

Erklärung.

7. **Dasjenige, ſo die Kraft vermögend machet, eine vortheilhafte Bewegung hervorzubringen, nennet man eine Maſchine.**

Erklärung.

8. **Der Hebel iſt eine gerade ſteife Linie AB, ſo in einem Punkte C aufliegет, an deren einem Punkte B die Kraft, an einem andern A aber die Laſt appliciret werden kann.** I. 1.

Anmerkung.

9. Es iſt hier überhaupt zu merken, daß, wenn man das Vermögen des Rüſtzeuges unterſuchet, man Anfangs die Materie, daraus es beſtehet, und die Eigenſchaften der Materie, wie auch die äuſſere Figur, welche das Rüſtzeug gewiſſer Umſtände wegen bekommet, aus den Augen ſetzet, und nur dasjenige betrachtet, was ihn zu einem Rüſtzeuge machet, damit man weiß, was ihm als einem Rüſtzeuge zukommt. Hindert hernach die Materie, daraus es beſtehet, ſein weſentliches Vermögen, ſo iſt ſolches insbeſondere auszumachen.

Zuſatz.

10. Weil ihr euch alſo bey einer Bewegung drey Punkte einbilden könnet, um deren einen die Bewegung geſchiehet, an dem andern die Kraft, an dem dritten aber die Laſt appliciret iſt: daſelbſt treffet ihr einen Hebel an.

Anmerkung.

11. Wenn ihr dieſes wohl merket; ſo werdet ihr aus den Geſetzen des Hebels nicht allein von den meiſten Inſtrumenten und andern Werken der Kunſt, ſondern auch von den wunderbaren Bewegungen in den Körpern der Thiere und der Menſchen richtigen Grund zeigen, und beyderſeits ihr Vermögen ausrechnen können. Auf dieſem Grunde beruhet, was **Borellus** von der Bewegung der Thiere geſchrieben.

Erklärung.

I. 12. Ein Rad an einer Axe (Axis in peritrochio)
2. **iſt nichts anders, als ein an einer Welle befeſtigter Circul AFDA, welcher zugleich mit der Welle BIKB um ihren gemeinen Mittelpunkt C beweget werden kann. Ja es iſt genug, wenn man ſich einen Circul nur gedenken kann, der in der Bewegung der Welle um ihre Axe beſchrieben wird.**

Zuſatz.

I. 13. Ihr treffet demnach ein Rad an einer Axe an,
3. wo ihr euch gedenken könnet, daß ein gröſſerer Circul, als der Durchſchnitt einer Welle iſt, beſchrieben werde, wenn ſie ſich um ihre Axe beweget. Z. E. im mechaniſchen Verſtande gehören die gewöhnlichen Winden FGHI mit unter die Räder an einer Axe, weil die Stange IH, die in der Bewegung der Welle um ihre Axe FG fortgeſtoſſen wird, einen Circul beſchreibet (§. 11. Geom.).

Anmerkung.

14. Wenn es zu der Ausübung kommet, müſſen die Räder auf verſchiedene Art verfertiget werden, nachdem entweder

die Kraft iſt, welche an ſie appliciret wird, oder nachdem ſie die Bewegung einem andern Theile mittheilen ſollen.

Erklärung.

15. Wenn ein Rad anderswo eingreiffen ſoll, wird es mit Zähnen oder Kammen beſetzet, entweder oben an der Stirne, oder nur zu der Seite unweit der Peripherie. In dem erſten Fall nennet man es ein Stirn-Rad oder Stern-Rad; in dem andern aber ein Kammrad. I. 5. 5. 4.

Erklärung.

16. Dasjenige Rad, welches beweget wird, indem ein anders mit ſeinen Kannen in daſſelbe eingreiffet, wird das Getrieb genennet.

Erklärung.

17. Wenn es aus zwey Scheiben KL und MN zuſammengeſetzet wird, und anſtatt der Kammen cylindriſche Stöcke eingeſchlagen werden, pfleget man es auch einen Trilling zu nennen. I. 4.

17 a) Oft kann man auch die cylindriſche Stöcke, die Triebſtöcke oder Spindeln in den Wellbaum ſelbſten einlaſſen, welcher zu dem Ende an der dazu beſtimmten Stelle ringsum eine Vertiefung, einen Hals bekommt.

Erklärung.

18. Ein Circul, oder eine Scheibe AB, die um ihren Mittelpunkt C beweget wird, wenn die Kraft in D das Gewicht E in die Höhe ziehet, wird eine Rolle oder Scheibe des Klobens (Trochlea) genennet. I. 6.

Erklärung.

19. Eine ſchiefliegende Fläche AC wird genennet, welche mit der Horizontallinie BC einen ſchiefen Winkel ACB machet. I. 7.

Erklärung.

I. 20. Wenn dergleichen Fläche um eine
8. Welle IK im Kreiſe herumgeführet wird, entſtehet eine Schraube; die Welle aber, darum ſie geführet wird, nennet man die Spindel.

Erklärung.

I. 21. Eine Schrauben-Mutter LM wird genen-
8. net, welche ihre Gänge inwendig in der Fläche einer ausgeholeten Welle hat.

Erklärung.

I. 22. Der Punkt C um welchen ſich die Ma-
1. ſchine bewegen kann, wird der Ruhepunkt oder auch der Bewegungspunkt genennet.

Erklärung.

I. 23. Die Directionslinie (Linea directionis) iſt ei-
1. ne gerade Linie, nach welcher die Kraft und die Laſt entweder wirklich beweget werden, oder ſich bewegen würden, wenn nicht etwas die Bewegung hinderte. Z. E. Wenn das Gewichte O nach der Linie AO herunter fallen würde, wenn man es in A abſchneiden ſollte; ſo heiſſet die Linie AO ſeine Directionslinie. Wiederum, wenn eine Kraft in H nach der Kraſt HB ziehet: ſo iſt gleichfalls HB ihre Directionslinie.

Erklärung.

I. 24. Die Entfernung (nemlich von dem Ru-
1. hepunkt) iſt eine Linie CD, welche aus dem Ruhepunkt C auf die Directionslinie BH perpendicular gezogen wird.

Zuſatz.

25. Alſo haben die Kraft und die Laſt die gröſte Entfernung, wenn ſie unter einem rechten Winkel an die Maſchine appliciret werden. Denn wenn die Directions-linie

linie BE mit der Maſchine AB einen rechten Winkel machet: ſo iſt die Entfernung CB. Machet ſie aber einen ſchiefen Winkel CBH; ſo iſt die Entfernung CD. Nun iſt aber in dem rechtwinklichten Triangel CBD die Linie CB gröſſer als CD (§ 144. Geom.)

Erklärung.

26. **Wenn man ſich in einem Körper einen Punkt ſo gedenkt, daß jede durch ihn gelegte lothrechte Ebene ihn in zwey einander das Gleichgewicht haltende Stücke theilt, ſo heiſt dieſer Punkt des Körpers Schwerpunkt oder Mittelpunkt der Schwere** (centrum grauitatis), **und jede ſolche Ebene die Schwerebene** (Planum grauitatis). (L.)

Erklärung.

27. **Ein Punkt in einem Körper, der eine ſolche Lage hat, daß jede durch ihn gehende Ebene den Körper in zwey gleich große Stücke theilt, heiſt der Mittelpunkt der Größe** (Centrum magnitudinis.)

Erklärung.

28. **Die Horizontallinie iſt diejenige, in welcher ein jeder Punkt von dem Mittelpunkte der Erde gleich weit weg iſt.**

Zuſatz.

29. Die Horizontallinie iſt eigentlich ein Circulbogen, der aus dem Mittelpunkte der Erde beſchrieben wird (§. 13. Geom.)

Zuſatz.

30. Allein weil die Sehnen kleiner Bogen, ſon- I.
derlich in groſſen Circuln, mit dem Bogen beynahe über- 9.
einkommen, oder nicht merklich von ihnen unterſchieden ſind (§. 126. Geom.); ſo kann man die gerade Linie MP, welche die wahre Horizontallinie in dem gegebenen Orte C berühret, für die Horizontallinie annehmen.

Erklärung.

I. 31. Die gerade Linie MP, welche die wah-
9. re Horizontallinie in einem gegebenen Punkte C berühret, wird die ſcheinbare Horizontallinie genennet.

Erklärung.

32. Die Schwere iſt eine Kraft, durch welche der Körper gegen den Mittelpunkt der Erde getrieben wird.

Lehrſatz.

I. 33. Wenn ein Körper DE dergeſtalt auf-
10. gehänget wird, daß die Linie, nach welcher man ihn aufhänget, AB durch ſeiner Schwere Mittelpunkt gehet, oder er auch in dem Mittelpunkt der Schwere aufliegeт; ſo hänget oder lieget er ſtille.

Beweis.

Denn weil derſelbe durch den Mittelpunkt der Schwere in zwey gleichwichtige Theile getheilet wird (§. 26.); ſo drucket auf der einen Seite der Theil E ſo viel darnieder, als auf der andern der Theil D. Und dannenhero iſt keine Urſache, warum eher der Theil D, als der Theil E gehoben werden ſollte. Derowegen kann keiner gehoben werden, und ſolchergeſtalt hanget oder lieget der Körper ſtille. W. Z. E.

Zuſatz.

34. Was demnach den Mittelpunkt der Schwere unterſtützet, das träget die Schwere des ganzen Körpers.

Zuſatz.

35. Und darum kann man ſich einbilden, als ſey die ganze Schwere in dem einigen Mittelpunkte der Schwere bey einander.

Lehrſatz.

36. Wenn ein Körper durchaus aus einerley Materie beſtehet, und einerley Breite und

Dicke

Dicke behält; ſo kommt der Mittelpunkt der Schwere mit dem Mittelpunkte der Gröſſe überein.

Beweis.

Denn in dieſem Falle iſt keine Urſache, warum Theile gleicher Gröſſe nicht gleichwichtig ſeyn ſollten, und daher ſind ſie gleichwichtig. Da nun der Körper durch den Mittelpunkt der Größe in zwey gleich große (§. 27.), durch den Mittelpunkt der Schwere aber in zwey gleichwichtige Theile (§. 26.) getheilet wird: ſo muß der Mittelpunkt der Schwere mit dem Mittelpunkte der Gröſſe übereinkommen. W. Z. E.

Aufgabe.

37. **Den Mittelpunkt der Schwere in einem jeden Körper zu finden.**

Auflöſung.

1. Schiebet den Körper HI auf einer ausgeſpanneten Seite, oder einem ſcharfſchneidigen dreyeckigten Priſmate FG ſo lange hin und wieder, bis er darauf ſtille liegen bleibet; ſo iſt in der Linie LK, wo er aufliegt, der Mittelpunkt der Schwere (§. 34.). I. II.
2. Wenn ihr ihn nun auf eben dieſes Seil oder Priſma gleichergeſtalt nach einer andern Linie MN aufleget; ſo iſt abermals in derſelben der Mittelpunkt der Schwere (§. 34.), folgends in O, wo die beyden Linien einander durchſchneiden.

Unterweilen könnet ihr den Mittelpunkt der Schwere finden, wenn ihr den Körper auf einem ſpitzigen Stifte hin und wieder verſchiebet, z. E. einen Teller auf der Spitze einer Gabel.

37 a) Hierher gehöriger Kalkul ergiebt ſich unten (§. 48 dd.)

Lehrſatz.

38. **Wenn die Directionslinie innerhalb den Grund fället, darauf der Körper ruhet; ſo muß er ſtille liegen und kann nicht fallen. Sobald ſie aber auſſerhalb dieſen Grund verrücket wird, muß er gegen die Seite fallen, wo die Directionslinie von dem Grunde ausweichet.**

Beweis.

Die Directionslinie iſt eine gerade Linie, nach welcher ſich der Körper in einem gegebenen Falle entweder würklich beweget, oder bewegen würde, wenn nichts ſeine Bewegung hinderte (§. 23.). Fället nun dieſe innerhalb den Grund des Körpers, darauf er ruhet; ſo kann der Körper ſich nach dieſer Linie nicht bewegen. Daher muß er ſtille liegen oder ſtehen. **Welches das erſte war.**

Hingegen wenn die Direcionslinie auſſerhalb den Grund des Körpers fället, ſo hindert nichts, daß er ſich nicht nach derſelben bewegen könnte. Und dannenhero muß er fallen. **Welches das andere war.**

Zuſatz.

39. Je breiter der Grund iſt, darauf der Körper ruhet, je mit gröſſerer Mühe kann er umgeworfen werden: denn die Directionslinie muß durch einen groſſen Raum beweget werden, ehe ſie auſſerhalb dem Grund verrücket wird.

Lehrſatz.

I. 40. **Die gerade Linie MP, welche den Cir-**
9. **cul in C berühret, machet mit dem Radio CL einen rechten Winkel in dem Berührungs-Punkte C.**

Beweis.

Wenn die Linie CL auf MP nicht perpendicular ſtehet; ſo kann man aus L eine andere Perpendicularlinie

linie auf MP ziehen (§. 69. Geom.) Es ſey dieſelbe LP. Weil nun P ein rechter Winkel iſt; ſo muß LC groͤſſer als LP ſeyn (§. 144. Geom.). Es iſt aber LC = LN (§. 27. Geom.). Folgends iſt LN groͤſſer als LP. Da nun dieſes ungereimt iſt; ſo muß bey C ein rechter Winkel ſeyn. W. Z. E.

Lehrſatz.

41. **Die Directionslinie der ſchweren Koͤrper ſtehet auf der ſcheinbaren Horizontallinie perpendicular.**

Beweis.

Die ſchweren Koͤrper fallen, vermoͤge ihrer Schwe- I.
re nach dem Mittelpunkt der Erde (§. 32.), und alſo 9.
kommet ihre Directionslinie mit dem Radio der Erdkugel CL uͤberein (§. 23. Mech. & §. 13. Geom.) Die ſcheinbare Horizontallinie MP beruͤhret die Peripherie der Erde in C (§. 31.) Derowegen machet die Directionslinie der ſchweren Koͤrper mit der ſcheinbaren Horizontallinie einen rechten Winkel (§. 40.) und ſtehet demnach auf derſelben perpendicular (§. 18. Geom). W. Z. E.

Zuſatz.

42. Weil die Schwere des ganzen Koͤrpers in dem Mittelpunkte der Schwere bey einander iſt (§. 35.); ſo muß die Directionslinie der ſchweren Koͤrper aus dem Mittelpunkte der Schwere auf die ſcheinbare Horizontallinie perpendicular gezogen werden.

Aufgabe.

43. **Ob ein ſchwerer Koͤrper in einer gegebenen Lage vor dem Falle ſicher ſey, oder nicht, zu finden.**

Aufloͤſung.

1. Suchet den Mittelpunkt der Schwere (§. 37.).
2. Faͤllet aus ihm auf die ſcheinbare Horizontallinie ein Perpendicul (§. 69. Geom.)

Wenn

Wenn es innerhalb dem Grund des Körpers fället, ſo iſt er vor dem Falle ſicher; fället es aber auſſerhalb ſeinem Grund, ſo muß er auf die Seite fallen. W. Z. E.

Beweis.

Weil der Perpendicul aus dem Mittelpunkte der Schwere auf die ſcheinbare Horizontallinie gezogen worden; ſo iſt er die Directionslinie des Körpers (§. 42.) Wenn aber dieſe innerhalb dem Grund des Körpers fället, ſo iſt er vor dem Falle ſicher: fället ſie aber auſſerhalb dem Grund, ſo muß er auf dieſelbe Seite fallen (§ 38.). W. Z. E.

Anmerkung.

44. Durch dieſe Aufgabe kann man die Urſache aller möglichen Poſituren finden, und den Gang der Menſchen und Thiere erklären, wie Borellus in ſeinem Werke de motu animalium part. I. prop. 145. & ſeqq. gethan.

Erklärung.

44a) Wenn Kraft und Laſt am Hebel auf verſchiedenen Seiten der Unterlage angebracht ſind, ſo heiſt er ein **Hebel der erſten Art**, oder ein **zweyſeitiger Hebel** (vectis heterodromus); liegen aber Kraft und Laſt auf einerley Seite der Unterlage, ſo iſt er ein **Hebel der andern Art**, oder ein **einſeitiger** (homodromus.)

Lehrſatz.

II. 45. **Wenn an den beyden Enden A und C**
12. **eines Hebels ABC zwey Gewichte G und F angehänget werden, die ſich gegen einander verhalten wie die Entfernung des kleinen F zu der Entfernung des groſſen G; ſo müſſen ſie einander die Wage halten, und keines kann das andere bewegen.**

Beweis.

Es ſey zum Exempel F 1 Pf. und G 3 Pf. Es ſeyn ferner die Directionslinien der beyden Gewichte CF und AG in C und A auf AC perpendicular: ſo iſt BC die

die Entfernung des Gewichtes F und AB die Entfernung des Gewichtes G (§. 24.), folgends nach unſerer Bedingung AB : CB = 1 : 3.

Weil die Schwere der Körper unverändert bleibet, wenn gleich ihre Figur verändert wird; ſo bilde man ſich ein, daß beyde Gewichte in Cylinder von gleicher Dicke verwandelt werden, und zwar dergeſtalt, daß ein halbpfündiges Stücke die Länge der kleinen Entfernung AB bekomme: ſo hält der Cylinder IK, in welchen das kleine Gewichte F verwandelt worden, 2; der andere aber HI, der aus dem großen G entſtanden, 6 ſolcher Theile, als AB iſt. Wenn ihr euch demnach ferner einbildet, daß die Linie BC in D verlängert wird, bis CD = AB, und hingegen AB in E, bis AE = BC; ſo iſt die Linie ED der Länge des ganzen Cylinders HK gleich. Es iſt aber die Linie ED in dem Punkte B in zwey gleiche Theile getheilet, weil von B bis E, 4; von B bis D auch 4 ſolcher Theile ſind, als AB iſt. Da nun der Cylinder HK ſeinen Mittelpunkt der Schwere in dem Mittelpunkte der Gröſſe hat (§. 36.); ſo gehet die Linie BM, nach welcher er aufgehänget wird, durch den Mittelpunkte ſeiner Schwere, folgends hänget er ſtille (§. 33.); und kann demnach keiner von den beyden Cylindern HI und IK, folgends auch keines von den gleichgültigen Gewichten G und F das andere überwiegen. W. Z. E.

Anmerkung.

46. Der vorſtehende Lehrſatz enthält das Fundamentalgeſetz der Statik, und iſt für die geſammte Statik und Mechanik eben das, was die Lehre von den Parallellinien für die Geometrie iſt. Er hat alſo wohl einen ſtrengern mathematiſchen Beweis verdient, als der im vor. §. vorgetragene Archimedſche iſt, dem es durchaus an der erforderlichen Allgemeinheit fehlt. Die folgenden Sätze, wobey ich Hrn. Hofr. Käſtners Methode folge, beweiſen die Wahrheit dieſes äußerſt wichtigen Satzes in der größten Allgemeinheit und in völliger Schärfe.

Lehrſatz.

III. 1. 47. **Wenn an einem zweyſeitigen Hebel BCA das Gewicht O dem Gewicht P gleich iſt, ingleichem die Punkte A, B gleich weit von dem Ruhepunkt abſtehen, ſo bleiben Kraft und Laſt am Hebel in Ruhe, und keines kann das andere bewegen.**

Beweis.

Aus eben dem Grund, woraus der Hebel auf die rechte Seite ſinken ſollte, müßte er auch, weil auf beyden Seiten des Ruhepunkts alles einerley iſt, auf die linke Seite ſinken; da nun beydes zugleich nicht geſchehen kann, ſo kann gar keine Bewegung erfolgen. (L.)

Zuſatz.

47 a) Weil nun der Punkt B mit einer Kraft = P niedergezogen und dennoch nicht bewegt wird, ſo folgt, daß das an A befindliche Gewicht O den Punkt B des Hebels eben ſo ſtark aufwärts treibe, als ihn das Gewicht P an B niederwärts zieht.

Zuſatz.

47 b) An dem angenommenen Hebel, wo auf beyden Seiten alles einerley iſt, ruht auf der Unterlage ein Gewicht = O + P, d. i. = 2 P. Wenn man alſo in C ſtatt der Unterlage eine Kraft = 2 P aufwärts ziehen läßt (z. B.
II. mittelſt eines über eine Rolle geführten Fadens), ſo iſt dieſe
2. Kraft mit den beyden Gewichten O und P im Gleichgewicht, und der Hebel bleibt wie bey der Unterlage, in Ruhe.

Ueberhaupt bleibt dieſer Hebel allemal in Ruhe, wenn man ſtatt der Unterlage eine Kraft, die dem Druck auf die Unterlage gleich iſt, nach einer dem Druck entgegengeſetzten Richtung anbringt.

Zuſatz.

III. 2. 47 c) Man kann alſo ſtatt des Gewichts O bey A wieder eine Unterlage anbringen (die allemal in gehöriger Lage entweder über oder unter der Linie AB gedacht werden muß,) die nunmehr den aufwärts gehenden Druck der Stelle A, welcher zuvor durch das Gewicht O vernichtet würde, aushalten,

halten hat, und die Bewegung eben ſo verhindert, wie vorher das Gewicht O.

Zuſatz.

47 d) Alſo iſt bey dem auf ſolche Art entſtandenen Hebel, wo CA = CB, ſodann der Ruhe- oder Umdrehungspunkt bey A angebracht iſt, bey B aber ein Gewicht P niederwärts, und bey C ein Gewicht = 2 P aufwärts zieht, alles im Gleichgewicht und der ganze Hebel in Ruhe. Da nun dieſes ein einſeitiger Hebel iſt, ſo erſieht man, **daß am einſeitigen Hebel die einfache Kraft P in der doppelten Entfernung AB = 2 . AC angebracht, mit der doppelten Kraft 2 . P in der einfachen Entfernung vom Ruhepunkt AC angebracht im Gleichgewicht ſteht.** III. 2.

Zuſatz.

47 e) Nun bleibe der feſte Ruhepunkt in A, das Gewicht = 2 P aber nehme man von C (Fig. 2.) weg und hänge es in D (Fig. 3.) auf, ſo daß DA = AC iſt, ſo wird durch dieſes in D aufgehängte Gewicht der Punkt C völlig wie zuvor (Fig. 2.) aufwärts gedruckt; es bleibt alſo alles wie zuvor in Ruhe. Es iſt aber Fig. 3. ein zweyſeitiger Hebel; **folglich gilt der Satz am Ende §. 47 d) auch vom zweyſeitigen Hebel.** III. 3.

Zuſatz.

47 f) Wenn man nun mit Fig. 3. Tab. III. eben ſo umgeht, wie mit Fig. 1., ſo daß man aus Fig. 3. wieder einen einſeitigen Hebel erhält, und die dortigen Schlüſſe auf gleiche Art anwendet, ſo erhält man den Satz, **daß am einſeitigen Hebel die einfache Kraft in der dreyfachen Entfernung vom Ruhepunkt mit der dreyfachen Kraft in der einfachen Entfernung im Gleichgewicht ſtehe.**

Zuſatz.

47 g) Und nun gilt dieſer Satz vermög der Schlüſſe (§. 47 e) auch vom **zweyſeitigen Hebel.**

Zuſatz.

47 h) Und da ſich dieſe Schlüſſe immer ſo fortſetzen laſſen, ſo folgt: Wenn die Entfernungen vom Ruhepunkt beyder

Kräf-

Kräften am Hebel jeder Art durch einander dividirt, eine ganze Zahl geben, ſo iſt am Hebel allemal, dafern ſich die Kraft zur Laſt wie die Entfernung der Laſt vom Ruhepunkt zur Entfernung der Kraft vom Ruhepunkt verhält, alles im Gleichgewicht oder in Ruhe.

Zuſatz.

47 i) Wenn man alſo die eine Seite des Hebels in ſoviel gleiche Theile, als man will, theilt, und an dem erſten Theilungspunkt, der ſo nahe man will, am Ruhepunkt liegt, ein Gewicht hängt, ſo druckt ſolches mit jedem Gewicht an jedem Theilungspunkt den Hebel gleich ſtark nieder, dafern ſich nur die angehängten Gewichte oder die angebrachten Kräfte allemahl verkehrt wie ihre Entfernungen vom Ruhepunkt verhalten, z. B. gleich ſtark mit $\frac{1}{5}$ des Gewichts in der 5fachen Entfernung, mit $\frac{1}{7}$ des Gewichts in der 7fachen Entfernung, u. ſ. w. folglich drucken auch $\frac{1}{7}$ des Gewichts in der 7fachen Entfernung, $\frac{1}{5}$ des Gewichts in der 5 fachen Entfernung, $\frac{1}{11}$ des Gewichts in der 11fachen Entfernung vom Ruhepunkt u. ſ. w. den Hebel gleich ſtark niederwärts. So iſt alſo das Fundamentalgeſetz §. 45. in völliger Schärfe erwieſen.

Erklärung.

48. Wenn man eine Kraft am Hebel mit ihrer Entfernung vom Ruhepunkt multiplicirt, ſo heißt das Produkt das ſtatiſche Moment der Kraft. (L.)

48 a) Alſo ſind Kräfte am Hebel im Gleichgewicht, wenn ihre ſtatiſtiſchen Momente gleich groß ſind.

48 b) Sind alſo die ſtatiſchen Momente entgegengeſetzter Kräfte nicht gleich groß, ſo findet kein Gleichgewicht ſtatt, es erfolgt wirkliche Bewegung.

48 c) Wenn in jedes Element einer Maſſe einerley abſolute Kraft wirkt, und keine Kraft entgegenwirkt, ſo muß Bewegung erfolgen, und die Maſſe muß offenbar einerley Geſchwindigkeit annehmen, ſie mag aus vielen oder aus wenigen Elementen beſtehen, denn in jedes Element wirkt die nämliche Kraft, es kann alſo keines das andere beſchleunigen oder dem andern vorzueilen ſtreben.

48 d) Man ſetze, eine Maſſe beſtehe aus n Elementen, aber nur n — m Elemente würden von der abſoluten Kraft

Kraft f angegriffen, ſo iſt die Summe aller Druckungen der ganzen Maſſe nur (n — m) . f. Nothwendig werden nun vermög des Zuſammenhangs, alle Theile der ganzen Maſſe nach der Richtung hingezogen oder hingedruckt, und der Erfolg iſt völlig eben ſo, als wenn in jedes Element der Maſſe nur die Kraft $\frac{n - m}{n}$. f wirkte; der hieraus entſtehende Druck wäre nämlich gleichfalls

$$= n \cdot \left(\frac{n - m}{n}\right) \cdot f = (n - m) \cdot f$$

48 e) Iſt alſo eine Maſſe A mit einer andern B ſo verbunden, daß die B, ſobald A in Bewegung kommt, mit eben der Geſchwindigkeit nachfolgen muß, mit welcher ſich die A bewegt; und greift nun die Kraft f blos die Elemente der Maſſe A unmittelbar an, die aus α Elementen beſteht, indeß die B aus β Elementen zuſammengeſetzt iſt, ſo iſt der ganze Druck, den hier die Kraft ausübt, $= \alpha$. f die ganze Gewalt, mit welcher die vereinte Maſſe A + B von der Kraft f angegriffen, und ihre Stelle zu verlaſſen genöthiget wird, iſt alſo $= \alpha$. f und vermög des Zuſammenhangs beyder Maſſen, iſt es grade eben ſo gut, als ob eine Kraf

$$\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot f$$

jedes Element der geſammten Maſſe A + B unmittelbar angriffe, denn hieraus ergiebt ſich die Gewalt

$$(\alpha + \beta) \cdot \frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot f = a \cdot f$$

Die Maſſe B wird, wegen des Zuſammenhangs mit der A wirklich mit einer Gewalt angetrieben, welche $= \beta$. f iſt, weil die Gewalt α . f genöthigt iſt, ſich auf $\alpha + \beta$ Elemente auszubreiten, und es iſt völlig einerley, ob nur ein einziges Element mit der Kraft α f unmittelbar angegriffen, und die übrigen $\alpha + \beta - 1$ Elemente jetzt nur vermög ihres Zuſammenhangs mit angetrieben würden, ihre Stelle zu verlaſſen, oder ob jedes einzele Element der vereinigten Maſſe A + B von der Kraft $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ unmittelbar ange-

griffen würde, Jedes Element leidet nämlich auch im erſten Fall eben dieſen Angriff.

48 f) Man kann an dem Schlußſatz 48 e) gar nicht zweifeln, wenn man erwägt, daß die Materie blos als Materie betrachtet, kein Beſtreben hat, ſich nach einer beſtimmten Richtung zu bewegen, ſondern dieſes Beſtreben erſt durch den Angriff einer abſoluten Kraft erhält. Indem nun die Maſſe B vermög ihres Zuſammenhangs mit A gleichfalls von der Kraft mittelbar angegriffen wird, erhalten alle ſeine Elemente das nämliche Beſtreben, ihre Stelle zu verändern, wie die Elementen der Maſſe A.

48 g) Maſſe thut hier überhaupt nichts zur Ausübung der Kraft, oder iſt vielmehr für ſich gar keiner Kraft fähig, ſondern gleichſam nur das Vehikel für Kräfte. Iſt einmal die ganze Kraft α f beſtimmt, oder die Summe von Elementarkräften, welche vereint wirken, ſo kann ſolche durch bloſes Zuthun von Maſſe (ohne neuen Zuſatz von Kraft) gar nicht abgeändert werden. Ein einziges Element, in welches die Kraft α f wirkte, würde die nämliche Gewalt ausüben, wie die $\alpha + \beta$ Elementen, in welche zuſammen eben die Kraft α f wirkt.

48 h) Wenn eine Maſſe A iſt, die aus α Elementen beſteht, von einer abſoluten Kraft f, die alle ihre Elemente angreift, getrieben wird, ſo daß kein Widerſtand die Bewegung hemmt, ſo muß A in Bewegung kommen, und die Geſchwindigkeit wird in jedem Augenblick, weil f immer neue Stöße giebt, gleichviel vergrößert. Die Geſchwindigkeit, welche die Maſſe nach einer gewiſſen Zeit t erlangt hat, iſt der Zeit t proportional, und iſt zugleich die Verhältnißzahl der Gewalt von A. Dieſe Gewalt läßt ſich daher durch α f . t. ausdrucken.

Auf die Anzahl von Elementen, welche überhaupt ſich bewegen, kann hierbey (wie vor. §.) gar nichts ankommen, weil dieſe für ſich keine Kraft ausüben können, ſondern nur auf die Anzahl derjenigen Elementen, in welche die abſolute Kraft wirkt.

Wenn alſo eine andere Maſſe B, deren Elementezahl β wäre, mit der A verbunden würde, ohne daß in dieſe β Elemente eine beſondere Kraft wirkte, daß alſo die Maſſe B der A nur vermög des Zuſammenhangs folgen müßte, ſo könnte die abſolute Kraft f auch jetzt nach der Zeit t keine an-

dere

dere Gewalt, als die α f. t ausüben. Iſt die Verbindung der A mit der B ſo, daß ſich B eben ſo geſchwind bewegen muß, wie die A, ſo wäre die Gewalt der vereinigten Maſſe

$$(\alpha + \beta) \cdot \left(\frac{\alpha}{\alpha + \beta} \cdot f\right) \cdot t = \alpha f \cdot t$$

wie vorhin.

481) Wenn eine Maſſe A mit einer andern B ſo in Verbindung ſteht, daß ſie von der Kraft f in der Zeit t durch einen beſtimmten Raum getrieben wird, und die Maſſe B in eben der Zeit durch eben den Raum v, nun aber dieſe Verbindung ſo geändert werden ſoll, daß die Maſſe, welche mit der A verbunden iſt, in der Zeit t den Raum $\delta \cdot v$ durchlaufen ſoll, indeß die A den Raum v durchläuft, ſo läßt ſich fragen: wie muß B abgeändert werden? Die Bewegung von A ſoll in beyden Fällen die nämliche bleiben.

Weil die Bewegung von A die nämliche bleiben ſoll, ſo bleibt auch ihre Gewalt die nämliche, und weil die Kraft im Ganzen ungeändert bleibt, ſo muß auch die Gewalt der damit verbundenen Maſſe ungeändert bleiben. Ich will ſetzen, ſtatt der Maſſe B müſſe nun die P ſubſtituirt werden. Die Maſſe B erſchöpfte einen Theil von α f, im bisherigen Sinn genommen, d. i. ſie wirkte der α f gleichſam als eine Kraft $\frac{1}{m}\alpha f$, entgegen und vernichtete ſolche in der Maſſe A. Die Maſſe P muß alſo einen Theil erſchöpfen, welcher

$$= \delta \cdot \frac{P}{B} \cdot \frac{1}{m} \cdot \alpha f. \text{ iſt.}$$

Es muß ferner

$$1 \cdot \left(\frac{1}{m}\alpha f\right) = \delta \cdot \left(\delta \cdot \frac{P}{B} \cdot \frac{1}{m}\alpha f\right)$$

das iſt:

$$1 = \frac{\delta^2 \cdot P}{B} \text{ alſo } 1 \cdot B = \delta^2 P$$

ſeyn, weil die Gewalt ungeändert bleiben muß. Soll alſo eine Maſſe B, deren Geſchwindigkeit = 1 iſt, mit einer andern P, deren Geſchwindigkeit = δ iſt, verwechſelt werden,

und die A, welche mit der B verbunden war, von der in ſie wirkenden abſoluten Kraft in dem einen Fall völlig ſo wie in dem andern getrieben werden, ſo muß $1 . B = \delta^2 . P$ ſeyn, d. i. ſo müſſen die Produkte aus den mit A verbundenen Maſſen in die Quadrate ihrer Geſchwindigkeiten gleich groß ſeyn. Uebrigens müſſen die ſtatiſchen Momente ungeändert bleiben.

48 k) Die Eigenſchaft der Materie blos dem Eindruck einer äuſeren Kraft zu folgen, alſo ſolchen unter ihre Elemente zu vertheilen und eben darum, wenn mehr Elemente mit einander verbunden ſind, als von der Kraft unmittelbar angegriffen werden, die Wirkung dieſer abſoluten Kraft auf die **einzelen Elemente** zu ſchwächen, heiſt die **Trägheit** der Materie, der Maſſe, oder der Körper *); und weil bey ungeänderten ſtatiſchen Momenten **Maſſen** in Rückſicht auf Umdrehung für einander ſubſtituirt werden können, wenn das Produkt aus dem Quadrat der Geſchwindigkeit in die Maſſen gleich groß bleibt, ſo heiſt dieſes Produkt das **Moment der Trägheit.**

Weil ſich bey der Umdrehung verſchiedener Maſſen um eine gemeinſchaftliche Axe die Geſchwindigkeiten der einzelen Maſſen wie ihre Entfernung von der Umdrehungsaxe verhalten, ſo kann man ſtatt der Geſchwindigkeiten auch dieſe Entfernungen gebrauchen, alſo unter dem **Moment der Trägheit das Produkt aus der Maſſe in das Quadrat ihrer Entfernung von der Umdrehungsaxe** verſtehen. In der Hydraulik gilt eigentlich die erſte Bedeutung (Hydraul. §. 10 g).

48 l) Maſſen ſind alſo am Hebel, bey ungeänderter Differenz der ſtatiſchen Momente, in Rückſicht auf Bewegung äquivalent, wenn ihre Momente der Trägheit gleich groß ſind.

Dieſes Fundamentalgeſetz iſt das für die aus der Ueberwucht entſtehende Bewegung, was das Fundamentalgeſetz (§. 48 a) für das Gleichgewicht iſt.

48 m)

*) **Kraft** der Trägheit iſt ein ſehr unrichtiger Ausdruck, denn der Ausdruck: **die Materie iſt träg**, heiſt mit andern Worten: **Die Materie hat für ſich gar keine Kraft, wird blos durch äuſere Kräfte beſtimmt.**

48 m) Wird ein ruhiges Element von irgend einer Kraft nach einer gewiſſen Richtung ſeine Stelle zu verlaſſen beſtimmt, ſo muß es, weil es für ſich ohne alle Kraft iſt, augenblicklich dieſem Eindruck folgen. Trift dieſes jetzt von der erwähnten Kraft belebte Element ein anderes unbelebtes blos träges Element auf ſeinem Wege, ſo kann dieſes andere dem erſtern gar keinen Widerſtand entgegenſetzen, ſondern es iſt augenblicklich bereit, der Kraft zu folgen, die jenes Element ſchon treibt. Weil aber weiter keine Kraft hier vorhanden iſt, als die, welche das erſte Element treibt, ſo kann auch weiter keine Wirkung erfolgen, als von eben dieſer Kraft. Die Gewalt iſt blos das Produkt aus der Kraft in die Geſchwindigkeit, und da hier nur eine einzige dem erſten Element beygebrachte Kraft vorhanden iſt, ſo kann ſich im Augenblick der Berührung des 2ten Elements die Gewalt, deren die Kraft fähig iſt, nicht ändern, weil das angeſtoßene 2te Element keine Kraft hat und keinen Widerſtand entgegen ſetzen kann. Aber vom Augenblick des Anſtoßes an hat die Kraft 2 Elemente zu treiben, und durch dieſe übt ſie ihre ganze Gewalt aus, die nun durch das Produkt aus beyden Elementen in ihre Geſchwindigkeit ausgedruckt wird; es müſſen alſo beyde Elemente nach dem Stoß mit der Hälfte der Anſtoßgeſchwindigkeit fortgehen.

Und ſo fällt in die Augen, daß wenn eine aus n Elementen beſtehende Maſſe an eine aus m Elementen beſtehende mit der Geſchwindigkeit C anſtößt, hiernächſt jede dieſer Maſſen mit der Geſchwindigkeit

$$c = \frac{n}{m + n} . C$$

fortgehen müſſe, weil die Kraft, ohne Widerſtand zu finden, mit der Gewalt

$$n . C = (m + n) . \frac{n}{m + n} . C$$

ſich unverändert fortbewegen muß.

Alſo blos weil die Elementen der Materie alle gleiche Empfänglichkeit für die auf ſie wirkende Kraft haben, und ſolche ohne einigen Widerſtand nach Verhältniß ihrer Anzahl aufnehmen und ihrer Richtung folgen, theilt eine gewiſſe Gewalt einer gröſſern Maſſe weniger Geſchwindigkeit mit, als einer kleineren. Und eben dieſe Eigenſchaft der Materie

iſt ihre **Trägheit**, ihr Mangel eigener, und vollkommene Empfänglichkeit für jede auf ſie wirkende Kraft.

48 n) Man gedenke ſich nun eine Maſſe M, die aus m Elementen beſteht, und eine andere N, die aus n Elementen beſteht; in die M ſoll eine Kraft μ, in die N eine ν wirken, ſo daß aus jener der Druck $m \cdot \mu$, aus dieſer der Druck $n \cdot \nu$ entſteht; letzterer ſoll erſterem entgegengeſetzt ſeyn, aber kleiner, daß alſo die Maſſe M ihre Stelle verlaſſen und ſich wirklich bewegen muß. Wie wird ſich jetzt die Bewegung verhalten?

Der Druck, welcher die Bewegung verurſachen muß, iſt $m\,\mu - n\,\nu$; dieſes iſt alſo die geſammte Kraft oder die Summe aller einzelen abſoluten Kräfte, welche in die geſammte bewegte Maſſe M + N oder in die geſammten Elementen m + n wirken, und ſolche in Bewegung ſetzen ſoll. Auf jedes einzele Element kann alſo nur noch eine Kraft

$$\frac{m\,\mu - n\,\nu}{m + n}$$

wirken. Die Kraft unſerer natürlichen Schwere, vermög welcher z. B. eine gewiſſe Maſſe einen Druck gegen den Mittelpunkt der Erde ausübt, welchen wir durch 1 Pfund ausdrücken, will ich γ nennen. Nun iſt aus dem bisherigen klar, daß 2 : 3 : 4 fache Kraft bey einerley Maſſe das Beſtreben iſt 2 : 3 : 4 fache Geſchwindigkeit hervorzubringen. Demnach kann, wenn unſere natürliche Schwere im erſten Augenblick der Bewegung einem Element die Geſchwindigkeit c′ mittheilt, die hier erwähnte Kraft nur die Geſchwindigkeit

$$\frac{\left(\frac{m\,\mu - n\,\nu}{m + n}\right)}{\gamma} \cdot c'$$

bewirken; oder wenn ich $\gamma = 1$ ſetze, und hiernach μ und ν ausdrucke, die Geſchwindigkeit

$$\frac{m\,\mu - n\,\nu}{m + n} \cdot c'$$

die abſoluten Kräfte geben der bewegten Maſſe in jedem Augenblick einen neuen gleich großen Stoß, alſo gleich große Ver-

Vergrößerung der Geſchwindigkeit. Demnach iſt nach Verfluß der Zeit t die Geſchwindigkeit

$$= \frac{m\mu - n\nu}{m + n} \cdot t \cdot c' \; (*)$$

48o) Sind die Maſſen M, N ſo verbunden, daß ſie ſich um eine gemeinſchaftliche Axe drehen müſſen, und iſt der M Entfernung von der Axe = m, der N Entfernung = n, ſo iſt die Kraft, welche Bewegung veranlaßt, die **bewegende Kraft,**

$$= m\mu - \frac{n}{m} \cdot n\nu,$$

und die Maſſe N in der Entfernung n wirkt in Rückſicht auf die Bewegung völlig ſo, als wenn in der Entfernung m ſtatt der N die Maſſe $\frac{n^2}{m^2} \cdot N$ angebracht wäre (§. 48l); man hat alſo, weil nun alles auf gleiche Entfernungen gebracht iſt, die Geſchwindigkeit der Maſſen nach der Zeit t

$$= \frac{m\mu - \frac{n}{m} \cdot n\nu}{m + \frac{n^2}{m^2} \cdot n} \cdot t \cdot c' = \frac{mm\mu - nn\nu}{mm + \frac{n^2 n}{m}} \cdot t \cdot c'$$

48p) Es kommt nun darauf an, t . c' für irgend einen Werth von t zu beſtimmen.

Wenn ein Element von unſerer natürlichen Schwere getrieben wird, ſo erhält es in jedem Augenblick einen neuen gleich

*) Wenn nämlich c' die Anzahl von Fuſen bedeutet, welche in einer Sekunde durchloffen wird, ſo iſt t eine gewiſſe Anzahl von Sekunden, nach deren Verfluß die bewegte Maſſe eine Geſchwindigkeit hat, mit der ſie in 1 Sekunde den Raum

$$\frac{m\mu - n\nu}{m + n} \cdot t \cdot c'$$

durchlaufen könnte, welches nun ihre Geſchwindigkeit genennt wird.

gleich großen Stoß, alſo einen gleich großen Zuwachs von Geſchwindigkeit.

Ich will nun die einzelen Zeittheilchen von o nach p auf der Linie o p abſchneiden, und den jedesmaligen Raum, welchen das Element in jedem unendlich kleinen Zeittheilchen, vermög des neuen Stoßes der Schwerkraft durchläuft, durch eine Ordinate auf o p ausdrucken.

Iſt z. B. die Zeit $o\delta$ verfloſſen, ſo ſey $\delta\varepsilon$ der Raum, den das Element in dem jetzt folgenden unendlich kleinen Zeittheilchen durchläuft. Iſt die Zeit $o\zeta$ verfloſſen, ſo hat das Element eine Anzahl von Stößen erhalten, die ſich zu der ſchon in δ erhaltenen, wie $o\zeta$ zu $o\delta$ verhält; aber die Geſchwindigkeit iſt dieſer Anzahl von Stößen proportional, alſo verhält ſich der Raum, den das Element nach Verfluß der Zeit $o\zeta$ im nächſtfolgenden unendlich kleinen Zeittheilchen durchläuft, zu $\delta\varepsilon$ wie $o\zeta$ zu $o\delta$ d. i. wenn dieſer Raum durch $\zeta\eta$ ausgedruckt wird, ſo liegt η in der durch $o\varepsilon$ verlängerten graden Linie.

Läßt man alſo o p für eine Sekunde gelten, und zieht p q ſo, daß q in der durch $o\varepsilon$ gezogenen graden Linie o q liegt, ſo bezeichnet jede von o p bis o q gezogene Ordinate $\varphi\psi$ den Raum, welchen das Element nach Verfluß der Zeit $o\varphi$ in einem unendlich kleinen Zeittheilchen durchläuft.

Der Raum S, welchen das Element während der Zeit $o\varphi$ durchläuft, verhält ſich demnach zu dem Raum ſ, welchen es in der Zeit o p durchläuft, wie die Summe aller Ordinaten, welche ſich auf o p nehmen laſſen, d. i. wie die Fläche $o\varphi\psi$ zu der o p q, oder wie $o\varphi^2$ zu op^2, alſo $S : \text{ſ} = o\varphi^2 : op^2$.

Setzt man alſo $o\varphi$ überhaupt in Sekunden = t, und den in der Zeit t durchloffenen Raum = S, ſo hat man allgemein

$$S = \frac{t^2 . \text{ſ}}{o p^2}$$

Nun hat die Erfahrung gelehrt, daß für o p = 1 Sek. ſ = 15,625. Rhl. Fus oder = 15,09 Par. F. iſt; man hat alſo nach Par. Maas:

I.) $S = t^2 . 15,09$ in Par. Fuſen.

Weil aber jede Ordinate des Dreyecks zugleich die Geſchwindigkeit c′ des Elements am Ende der durch die Abſciſſe aus-

gedruck-

gedruckten Zeit anzeigt, und die Fläche eines jeden Stücks $o\varphi\psi$ den in der Zeit $o\varphi$ durchloffenen Raum ausdruckt, ſo hat man auch

$$\text{II.)}\ S = \frac{o\varphi \cdot \varphi\psi}{2} = \tfrac{1}{2}\, t\, c'$$

Man hat alſo:

$$t^2 \cdot 15{,}09 = \tfrac{1}{2}\, t \cdot c',$$

und das giebt

$$\text{III.)}\ c' = 2\, t \cdot 15{,}09 \text{ Par. Fus.}$$

Man iſt übereingekommen, wenigſtens unter **teutſchen** Mathematikern, ſtatt des in der erſten Sekunde des freyen Falls durchloffenen Raums allgemein g zu ſetzen, ſo hat man

$$c' = 2\, g\, t$$

Die **Franzöſiſchen** Schriftſteller bezeichnen gewöhnlich die am Ende der erſten Sekunde des freyen Falls entſtandene Geſchwindigkeit mit g.

48 q) Für unſere natürliche frey wirkende Schwere hat man alſo, $t = 1$ Sek. geſetzt, $t \cdot c' = 2g$ (§. 48°.)

Wenn alſo die Geſchwindigkeit der aus m Elementen zuſammengeſetzten Maſſe (§. 48°) C heiſt, ſo hat man am Ende der erſten Sekunde der Bewegung

$$C = \frac{mm\mu - nn\nu}{mm + \frac{n^2 n}{m}} \cdot 2\, g$$

und am Ende von t Sekunden

$$C = \frac{mm\mu - nn\nu}{mm + \frac{n^2 n}{m}} \cdot 2\, g\, t$$

wo dann μ, ν abſolute Kräfte ſind, welche in die Elementen m, n, ſo wie ſonſt unſere Schwere wirken, ſo ausgedruckt, daß unſere Schwerkraft dabey $= 1$ geſetzt wird, daß alſo μ, ν eigentlich nur Verhältnißzahlen in Rückſicht auf unſere Schwerkraft ſind, wie die trigonometriſche Linien Verhältnißzahlen in Rückſicht auf den $= 1$ angenommenen Halbmeſſer ſind.

48 r) Die Anzahl der Elementen, wie m, n, laſſen ſich nicht angeben; aber dieſes iſt auch nicht nöthig, weil es hier nur drauf ankommt, die Verhältniß dieſer Zahlen gegen einander zu kennen, und hierzu haben wir ein leichtes Mittel in Händen: die Beobachtung der verhältnißmäßigen Stärke des Drucks, welche unſere Schwere durch ihre Wirkung auf jedes Element hervorbringt, und die alſo der Anzahl von Elementen proportional iſt. Man iſt z. B. übereingekommen, einen gewiſſen Druck durch ein **Loth** zu bezeichnen, einen 32 mal ſo großen Druck durch ein **Pfund** u. ſ. w. So hat man alſo für den Druck, welcher die Einwirkung unſerer Schwere in eine an ſich beſtimmte aber uns unbekannte Anzahl von Elementen verurſacht, eine Benennung zur Bezeichnung ſeiner verhältnißmäßigen Stärke feſtgeſetzt und verhältnißmäßig ſchwächere oder ſtärkere Druckungen der Schwere wieder mit andern Namen belegt, z. B. Gran, Quint; Zentner. Der durch ſolche Benennungen beſtimmte verhältnißmäßige Druck, den eine Maſſe durch die Wirkung der Schwerkraft in die Summe ihrer Elemente leidet, heiſt das **Gewicht** dieſer Maſſe, und dieſes iſt alſo der Menge von Elementen, aus welchen die Maſſe beſteht, proportional. Man kann alſo ſtatt der Elementenzahlen m, n, die Zahlen M, N gebrauchen, welche die Gewichte der von den Kräften μ, ν angegriffenen Maſſen ausdrücken, und ſo erhält man (§. 48. q)

$$c = \frac{m \cdot M \cdot \mu - n \cdot N \cdot \nu}{m \cdot M + \frac{n^2 \cdot N}{m}} \cdot 2gt$$

48 s) Die Bewegung der einzelen Maſſen hängt von der Größe der Totalkräfte $\mu \cdot M$, $\nu \cdot N$ ab, daher dieſe Produkte aus den Partial-Kräften oder abſoluten Kräften μ, ν in die Maſſen M, N ſehr paſſend **bewegende Kräfte** genennt werden. Sind μ, ν unſerer natürlichen Schwerkraft gleich, alſo = 1, ſo ſind die **bewegenden Kräfte** mit den **Gewichten** der Maſſen einerley.

$m \cdot M \cdot \mu$, $n \cdot N \cdot \nu$ ſind **Momente** der bewegenden Kräfte.

48 t) Dividirt man (§. 48 r) Zähler und Nenner mit m, und ſetzt dann

$$\frac{M \cdot \mu - \frac{n}{m} \cdot N \cdot \nu}{M + \frac{n^2}{m^2} \cdot N} \cdot g = f.$$

ſo erhält man

$$C = 2 f t.$$

Hier ſind

$$M \cdot \mu, \frac{n}{m} \cdot N \cdot \nu$$

bewegende Kräfte auf gleiche Entfernung von der Umdrehungsaxe **reducirt**; und im Nenner

$M, \frac{n^2}{m^2} N$ eben ſo **reducirte Maſſen**.

48 u) Aus (§. 48 p no. II.) iſt allgemein der in der Zeit t durchloffene Raum:

$S = \frac{1}{2} t c'$ oder hier $= \frac{1}{2} t \cdot C$, alſo, der Werth von C ſubſtituirt,

$S = \frac{1}{2} t \cdot 2 ft = t^2 f$, und, für $t = 1$ Sek. $S = f$.

Oder f iſt allemal der in der erſten Sekunde der Bewegung durchloſſene Raum der Maſſe M.

Daher iſt f das **Maas der Beſchleunigung**, bey Maſſen, die von abſoluten Kräften getrieben werden. Man hat aber den der Sache ſelbſt vielleicht angemeſſenſten Ausdruck nicht eingeführt, ſondern nennt dieſe Größe f ſchlechtweg die **Beſchleunigung**. Es iſt alſo die Beſchleunigung der frey wirkenden natürlichen Schwere = 15,09 Par. Fus; und die Schwere ſelbſt iſt beym freyen Fall ſchwerer Körper die **beſchleunigende Kraft**.

48 v) Aus (§. 48 t) iſt

$$f : g = \frac{M \mu - \frac{n}{m} \cdot N \nu}{M + \frac{n^2}{m^2} N} : 1$$

wo 1 die beſchleunigende Kraft der natürlichen Schwere iſt, welcher die Beſchleunigung g zugehört; eben ſo iſt demnach

$$\frac{M\mu - \frac{n}{m} . N\nu}{M + \frac{n^2}{m^2} N}$$

die beſchleunigende Kraft, welcher die Beſchleunigung f zugehört.

Wenn alſo bewegende Kräfte einander entgegen wirken, und die bewegende Kräfte ſowohl als die Maſſen auf einerley Entfernung von der Umdrehungsaxe oder auf einerley Geſchwindigkeit gebracht werden, ſo erhält man die **beſchleunigende Kraft**, welche die überwiegende Maſſe treibt, wenn man den Ueberſchuß der größern **bewegenden Kraft** über die reducirte kleinere mit der Summe der Maſſen, welche ſich nach der erwähnten Reduktion ergiebt, dividirt.

Dabey muß man ſich allemal erinnern, daß man für die **Maſſen ihre Gewichte** gebrauchen darf.

48 w) Der Erfahrungsſatz g = 15,09 Par. Fus, verbunden mit den Formeln

$$\text{I.)}\ f = \frac{M\mu - \frac{n}{m} . N\nu}{M + \frac{n^2}{m^2} N}\, g \text{ oder } = \frac{m . M\mu - n . N\nu}{m^2 M + n^2 N}\, g$$

$$\text{II.)}\ C = 2\, f\, t; \qquad \text{III.)}\ S = t^2\, f$$

löſt alle über die beſchleunigte Bewegung vorfallende Aufgaben auf. Die beyden letzten Formeln geben noch

$$\frac{C^2}{4\, f^2} = t\,,\ \frac{S}{f} = t^2, \text{ alſo } \frac{C^2}{4\, f^2} = \frac{S}{f}$$

oder:

$$\text{IV.)}\ \frac{C^2}{4\, f} = S, \text{ und nun } \quad \text{V.)}\ C = 2 \sqrt{f\, .\, S}$$

Ferner aus (II.)

t =

$$t = \frac{C}{2f} \text{ und } (V.) = \frac{2\sqrt{fS}}{2f},$$

$$\text{alſo } VI.)\ t = \sqrt{\frac{S}{f}}$$

48 x) Zum Gebrauch der Formel (§. 48 w no. I.) ſind noch einige Erinnerungen nöthig.

I. Die Ausdrücke $M\mu$, $N\nu$, bezeichnen eigentlich Summen von partialen Kräften, die auf eine gewiſſe Anzahl von Elementen angewendet, eine totale Kraft geben. Nun kann man in Fälle kommen, wo weder M noch μ (oder auch weder N noch ν) jedes für ſich bekannt iſt. So wirkt z. B. eine Sammlung eingeſchloſſener erhitzter Dämpfe eine gewiſſe abſolute Kraft μ; das Gewicht M dieſer Dämpfe iſt äuſerſt unbeträchtlich, und dennoch iſt die totale Kraft oder die bewegende Kraft $M \cdot \mu$ bey großer Erhitzung ſehr beträchtlich; alſo muß μ gewiß eine große Zahl ſeyn. Es iſt aber genug, die Größe des Produkts $M \cdot \mu$ zu kennen.

Sonſt wirken die Maſſen M N zumal beym Maſchinenweſen gewöhnlich nur vermög des Eindrucks der natürlichen Schwere gegen einander, ſo daß dabey gewöhnlich

$\mu = \nu = 1$ iſt, und für ſolche Fälle wird dann

$$f = \frac{M - \frac{n}{m} N}{M + \frac{n^2}{m^2} N} \cdot g$$

Wäre z. B. an einer Welle, deren Gewicht auſſer Acht gelaſſen werden könnte, eine Rolle ohne merkliches Gewicht angebracht, und um jene wäre ein Faden ohne Schwere mit dem Gewicht M, um dieſe aber ein ähnlicher Faden mit dem daran hängenden Gewicht N gelegt, ſo daß der Welle Halbmeſſer = m und der Rolle Halbmeſſer = n wäre, ſo würde der Maſſe M Beſchleunigung f durch die vorſtehende Formel ausgedruckt, d. h. wenn M = 100 Pfund, N = 4 Pfd. m = 2 Linien, n = 10 Linien wäre, und die aus der Rauhigkeit aller auch glatt ſcheinenden Flächen entſtehende Hinderniß, die **Reibung** oder **Friktion**, nicht in Betrach-

trachtung käme, ſo müßte die Maſſe M in der erſten Sekunde ihrer Bewegung den Weg

$$\frac{100 - \frac{10}{2} \cdot 4}{100 + \frac{100}{4} \cdot 4} \cdot 15{,}09 = 6{,}036 \text{ Par. Fus}$$

durchlaufen, wofern beyde Gewichte frey herabhängen, denn alsdann iſt für beyder Maſſen entgegenwirkende Kräfte

$$\mu = \nu = 1.$$

Läge aber bey eben dieſer Vorrichtung N auf einer horizontalen Tafel, ſo daß der daran befeſtigte Faden der Tafel parallel wäre, ſo wäre die abſolute Kraft, welche in die Maſſe N der in die M wirkenden Schwerkraft entgegen wirkte, d. i. $\nu = o$, alſo in dieſem Fall, alle Reibung beyſeitgeſetzt,

$$f = \frac{M - o}{M + \frac{n^2}{m^2} N} \cdot g = \tfrac{100}{200} \cdot 15{,}09 = 7{,}545$$

Par. Fus. Der Weg der Maſſe M in der 1ſten Sekunde.

In der Ausübung iſt aber die Reibung niemals zu vergeſſen, ſie kann allemal durch ein gewiſſes Gewicht beyläufig angegeben werden, das man nun nach (§. 48 a) auf die Entfernung n von der Umdrehungsaxe reducirt, und nach dieſem reducirten Werth zu $N\nu$ noch addirt.

Man muß alſo nicht vergeſſen, daß unter dem Ausdruck $N\nu$ (§. 48 w no. I.) dieſer reducirte Werth der geſammten Reibung mit begriffen iſt.

II. Die Ausdrücke $m \cdot M\mu$, $n \cdot N\nu$ im Zähler des Werths von f (§. 28 w I.) ſetzen voraus, daß m diejenige Entfernung von der Umdrehungsaxe ſey, welche mit $M\mu$ multiplicirt, das nämliche Produkt giebt, welches man erhält, wenn man den Eindruck auf jedes Element der Maſſe mit ſeiner Entfernung von der Umdrehungsaxe multiplicirt, und alle dieſe Produkte zuſammen addirt. Das nämliche gilt von n und $N\nu$.

Eben ſo wird im Nenner vorausgeſetzt, daß das Produkt $m^2 \cdot M$ mit der Summe der Produkten einerley ſey, welche ſich aus der Multiplication eines jeden einzelen Elements von M in das Quadrat ſeiner Entfernung von der Um-

dre-

drehungsaxe ergeben, und das nämliche gilt von n^2 N. Sind nun alle Elemente von M in einerley Entfernung m, und alle Elemente von N in einerley Entfernung n angebracht, ſo kann die Formel für f gradezu darauf angewendet werden. Liegen aber, wie gewöhnlich die Elemente der Maſſen in verſchiedenen Entfernungen von der Umdrehungsaxe, oder allgemeiner geſprochen, (weil man nicht allemal mit Umdrehungsbewegungen zu thun hat): ſind die Elementen der Maſſen ſo mit einander verbunden, daß ſie bey der Bewegung der Maſſen verſchiedene Geſchwindigkeiten annehmen müſſen, welches der gewöhnliche Fall iſt, ſo muß man ſowohl die **ſtatiſchen Momente** m . M μ, n . N, als die **Trägheitsmomente**, m^2 . M, n^2 . N für alle einzele Elemente und ihre verſchiedenen Entfernungen von der Umdrehungsaxe oder ihre verſchiedene Geſchwindigkeiten gehörig zu berechnen und in einer einzigen Summe auszudrucken wiſſen. Hierzu dienen die nachſtehenden beyden Aufgaben.

Aufgabe.

48 y) A iſt eine Welle mit einem darum gelegten Faden, welcher mit einem daran befeſtigten Gewicht M lothrecht herabhängt, und im Gleichgewicht erhalten werden ſoll. Es verſteht ſich, daß die Zeichnung nur lothrechte Durchſchnitte der einzelen Theile vorſtellt. III. 5.

Um dieſe Welle liegt zugleich eine cylindriſche Scheibe B; zur Seite liegt eine andere Welle D, parallel mit der vorigen, mit welcher ein lothrechter Arm De und ein wagrechter Dd verbunden iſt.

An dem wagrechten Arm Dd ſind in gegebenen Entfernungen Da, Db, Dc gegebene Gewichte p, q, r, angebracht, die an Fäden lothrecht herabhängen.

An dem Umfang der Scheibe B iſt ein Faden befeſtigt, welcher von f nach e wagrecht mit dem lothrechten Arm De verbunden iſt:

Man ſucht die ſtatiſchen Momente aller mit einander verbundenen Kräfte in Anſehung der Axe α, um welche ſich die Welle α drehen muß, ſobald Bewegung erfolgen ſoll.

Aufloſung.

I. Die in die Elemente der cylindriſchen Welle D wirkenden Kräfte heben alle einander auf; ſie wirken blos auf

den

den Zapfen D, d. h. jede Welle muß für ſich ruhig liegen bleiben, und übt keine andere Kraft aus, als Druck auf die Zapfen.

II. Aber das ſtatiſche Moment des Arms gd muß geſucht werden. Die Länge gd ſey $= \lambda$, ſeine Dicke oder lothrechter Querſchnitt überall $= w$, das Gewicht von einem Kubikfus dieſer Materie (oder Kubikzoll, wenn ſonſt alles in Zollen ausgedrückt wird) $= \varphi$, der Halbmeſſer $Dg = \rho$, ſo kann man ſich in jeder Entfernung $\rho + x$ von der Axe D eine unendlich dünne lothrechte Schichte des Arms gedenken, deren lothrechte Grundfläche $= \omega$ und Dicke $= dx$ wäre, nämlich das Differential der unbeſtimmten Länge x. Es läßt ſich alſo dieſes Elements Maſſe durch $\varphi . w . dx$ ausdrücken, und ſein ſtatiſches Moment iſt

$$(\varrho + x) . \varphi . \omega dx.$$

Solcher Elemente, alſo auch ſolcher Momente giebt es unendlich viele, und ſie alle zuſammen machen das ſtatiſche Moment des ganzen Arms aus; dieſes iſt alſo

$$= \int (\rho + x) . \varphi \omega dx = \int \rho \varphi \omega dx + \int \varphi \omega x dx$$
$$= \rho \varphi \omega x + \tfrac{1}{2} \varphi \omega x^2 + \text{Conſt.}$$

Weil nun das ganze Moment für $x = 0$ auch $= 0$ werden muß, ſo wird Conſt $= 0$, alſo das Integral ſchlechtweg $= (\rho \omega x + \frac{1}{2} \omega x^2) \varphi$ für jede von g aus, genommene Länge x; folglich für die ganze Länge λ das ſtatiſche Moment des Arms

$$= \varrho \varphi \omega \lambda = \tfrac{1}{2} \varphi \omega \lambda^2 = \varphi \omega \lambda . (\varrho + \tfrac{1}{2} \lambda).$$

III. Die Entfernungen Da, Db, Dc ſollen α, β, γ heiſen, ſo ſind der Gewichte p, q, r, ſtatiſche Momente $\alpha . p$, $\beta . q$, $\gamma . r$; alſo iſt das ſtat. Moment, womit der Arm gd ſammt ſeinen angehängten Gewichten ſich um die Axe D zu drehen ſtrebt,

$$= \varphi \omega \lambda (\varrho + \tfrac{1}{2} \lambda) + \alpha p + \beta q + \gamma r,$$

wofür ich A ſetzen will.

IV. Auf die Elementen des lothrechten Arms ke hat die Schwerkraft keinen Einfluß in Rückſicht auf Umdrehung; es entſteht daraus blos Druck auf die Zapfen der Welle.

V. Die Kraft, welche in e nach ef angebracht eben das Umdrehungsbeſtreben A (no. II.) hätte, heiſe P, die Entfernung,

fernung De aber δ, der Halbmeſſer der Zapfen h, und die Reibung am Umfang der Zapfen verurſache einen Widerſtand ſo groß, als ein in dieſem Umfang entgegen ziehendes Gewicht F, ſo muß, wofern P ſo beſchaffen ſeyn ſoll, daß bey der geringſten Vergrößerung von P eine Bewegung nach ef erfolgt, $\delta . P - h . F = A$ ſeyn, wo F beſtimmt werden muß.

VI. Die Erfahrung hat gelehrt, daß die Reibung, welche von einem Druck entſteht, der Bewegung eben ſo hinderlich iſt, als wenn derſelben ein Gewicht, das einen beſtimmten Theil des Drucks ausmacht, unmittelbar entgegen drückte. Ich werde von der Größe der Reibung noch einiges ſagen; Hier will ich allgemein den Bruch, welcher mit dem Druck multiplicirt die Reibung giebt, μ nennen; das Gewicht der Welle mit dem lothrechten Arm ſoll G heiſen, ſo leiden die Zapfen

1) den Druck der Gewichte

$$G + \varphi\omega\lambda + p + q + r$$

nach lothrechter Richtung

2) Den Druck $\delta . P$ nach wagrechter Richtung.

Aber den letztern ziehe ich nicht in Betrachtung, und erhalte alſo ſchlechthin

$$F = \mu . (G + \varphi\omega\lambda + p + q + r)$$

Demnach

$$\delta P - \mu h (G + \varphi\omega\lambda + p + q + r) = A$$

und

$$P = \frac{A + \mu . h . (G + \varphi\omega\lambda + p + q + r)}{\delta}$$

Eine ſolche Kraft müßte alſo an f nach ef ziehen, um allen entgegen wirkenden Kräften gleiches Moment entgegenzuſetzen, oder das vollkommene Gleichgewicht ſo zu halten, daß eine etwas größere Kraft ſogleich Bewegung nach ef hervorbringen müßte.

VII. Der Halbmeſſer αf heiſe H, ſo iſt das Moment der Kraft P an f in Anſehung der Axe α d. h. ihr Umdrehungsmoment um dieſe Axe

$$\alpha = H.P = \frac{H.(A + \mu.h.(G + \varphi\omega\lambda + p + q + r))}{\delta}$$

wofür ich B ſetzen will.

Und wenn nun der Halbmeſſer der Welle A $= \rho'$, die Reibung der Zapfen $\alpha = F'$, der Halbmeſſer dieſer Zapfen $= h'$ und das Gewicht, welches am Umfang der Welle A angebracht, eben das Umdrehungsbeſtreben B nach entgegengeſetzter Richtung hätte, M heiſt, ſo hat man wie (V.)

$$\varrho' . M - F' . h' = B,$$

wo wieder F′ beſtimmt werden muß.

VIII. Es ſey nämlich das Gewicht der Welle A ſammt der cylindriſchen Scheibe B $= Q$, ſo iſt der Reibung verurſachende Druck hier wieder nur der lothrechte

$$Q + M, \text{ alſo } F' = \mu . (Q + M),$$

und nun

$$\varrho' . M - \mu . (Q + M) . h' = B,$$

demnach:

$$M = \frac{B + \mu h' Q}{\varrho' - \mu h'}$$

d. h. ein am Umfang der Welle A angebrachtes Gewicht M iſt mit der Summe aller entgegenwirkenden Kräfte im Gleichgewicht, wenn man

$$M = \frac{B + \mu h' Q}{\varrho' - \mu h'} \text{ nimmt.}$$

IX. Wird nun M größer genommen, ſo daß man M + M′ ſtatt M hat, ſo erfolgt Bewegung; das Moment der Laſt oder aller dem Gewicht M entgegen wirkenden Kräfte iſt nun

$$\frac{(B + \mu h' Q) . \varrho'}{\varrho' - \mu h'} = M . \varrho'$$

Hängt man alſo ſtatt M ein Gewicht M + M′ an die Welle A, ſo iſt das Moment der Kraft $= (M + M') . \rho'$, und der Unterſchied der Momente der Kraft und der Laſt

$$= (M + M') . \varrho' - M \varrho' = M' \varrho'$$

Oder

Oder wenn das ſtatt M angehängte Gewicht R heiſt, ſo iſt der Unterſchied der Momente

$$R\varrho' - M\varrho' = (R - \frac{B + \mu h' Q}{\varrho' - \mu h'} \cdot \varrho'$$

Aufgabe.

482) Es ſey alles wie in der vorigen Aufgabe: **man ſoll das Moment der Trägheit aller mit der Laſt verbundenen Maſſen berechnen, worunter alſo alle der Bewegung hinderlich fallende Maſſen begriffen werden.**

Auflöſung.

I. Der Gewichte p, q, r, Momente der Trägheit ſind

$$\alpha^2 p, \beta^2 q, \gamma^2 r.$$

II. Des parallelepipediſchen Arms gd Mom. d. Tr. muß eben ſo geſucht werden, wie (§. 48y no. II.) ſein ſtatiſches Moment. III. 5.

Man gedenke ſich zuerſt nach der Länge des Arms gd einen lothrechten Durchſchnitt, welcher ein ſolches Rektangel giebt, wie gd in der Figur vorſtellt; dieſes Rektangel ſey in einem unbeſtimmten Punkt m ſenkrecht durchſchnitten, und Dn ſey durch die Mitte durchgezogen.

Jedes unter- oder oberhalb der Stelle n gelegene Element in der Linie mo hat eine größere Entfernung von der Axe als n. Man ſetze nämlich

$$gn = a, \text{ alſo } Dn = \varrho + a,$$

und drücke nun ein von n aus nach m genommenes unbeſtimmtes Stück von nm durch y aus, ſo endigt ſich dieſe Ordinate y in einem Element, deſſen Entfernung von der Axe durch

$$\sqrt{((\varrho + a)^2 + y^2)}$$

ausgedruckt wird; dieſes Elements dy Moment der Trägheit iſt alſo

$$((\varrho + a)^2 + y^2) \cdot dy,$$

und die Summe der Trägheitsmomenten aller von n bis m in mn liegenden Elemente iſt alſo

$$\int ((\varrho + a)^2 + y^2) \cdot dy = (\varrho + a)^2 y + \tfrac{1}{3} y^3$$

das nämliche gilt für die untere Hälfte no; iſt alſo die halbe Höhe des Rektangels mn = ψ, ſo hat man das Trägheitsmoment der in der Linie mo liegenden Elemente

$$= 2 \cdot (\varrho + a)^2 \cdot \psi + \tfrac{2}{3} \psi^3$$

Für jeden andern Werth von a ändert ſich nun der Werth dieſes Trägheitsmoments.

Man ſetze alſo nun eine unbeſtimmte Länge x ſtatt a, ſo hat man für jedes unendlich ſchmale Rektangel, das durch $\psi \cdot dx$ ausgedrückt wird, das Trägheitsmoment

$$= 2 (\varrho + x)^2 \cdot \psi dx + \tfrac{2}{3} \psi^3 dx$$

alſo das Trägheitsmoment des Rektangels von g aus auf die ganze Länge x

$$= \int (2 (\varrho + x)^2 \psi dx + \tfrac{2}{3} \psi^3 dx)$$

$$= \int (2 \varrho^2 + 4 \varrho x + 2 x^2) \cdot \psi dx + \int \tfrac{2}{3} \psi^3 dx$$

$$= 2 \varrho^2 \psi x + 2 \varrho \psi x^2 + \tfrac{2}{3} \psi x^3 + \tfrac{2}{3} \psi^3 x + Const$$

wo aber Conſt = o iſt, weil das ganze Moment für

x = o auch = o ſeyn muß.

Das Trägheitsmoment des ganzen Rektangels von g bis d iſt alſo

$$= 2 \varrho^2 \psi \lambda + \tfrac{2}{3} \psi^3 \lambda + 2 \varrho \psi \lambda^2 + \tfrac{2}{3} \psi \lambda^3$$

Gedenkt man ſich parallel mit dieſem Rektangel einen ähnlichen Durchſchnitt des Arms, alſo ein gleiches Rektangel unendlich nahe am erſten, ſo daß beyder Entfernung durch dz ausgedruckt werden kann, ſo iſt das Trägheitsmoment eines unendlich ſchmalen Parallelepipedums

$$= (2 \varrho^2 \psi \lambda + \tfrac{2}{3} \psi^3 \lambda + 2 \varrho \psi \lambda^2 + \tfrac{2}{3} \psi \lambda^3) dz;$$

und für jede Breite z des Parallelepipedums, ſein Mom. der Tr.

$$= (2 \varrho^2 + \tfrac{2}{3} \psi^2 + 2 \varrho \lambda + \tfrac{2}{3} \lambda^2) \cdot \psi \lambda z$$

Denn jedes einzele ſolcher Rektangel dreht ſich eben ſo um einen eigenen Punkt der Axe, und man darf das Moment nicht ſo berechnen, als wenn die Umdrehung aller Theile des Parallelepip. um einen einzigen Punkt geſchähe.

Weil

Weil aber nicht alle Maſſen gleich dicht ſind, ſo muß man noch wie im vor. §. mit φ multipliciren, da dann $\varphi \cdot \psi \lambda z$ das Gewicht des ganzen Arms gd iſt. Setzt man alſo des Arms gd Gewicht = S, ſo iſt ſein Mom. d. Trägheit

$$= (\varrho^2 + \tfrac{1}{3}\psi^2 + \varrho\lambda + \tfrac{1}{3}\lambda^2) \cdot 2 \cdot S$$

wo ψ die lothrechte Höhe des Arms iſt, wenn ſolcher wagrecht liegt.

III. Das Trägheitsmoment der Welle D giebt ſich viel leichter. Ich betrachte ſie als einen Cylinder von der Länge l; ρ iſt ihr Halbmeſſer; man gedenke ſich auf dieſem Halbmeſſer aus dem Mittelpunkt unbeſtimmte Stücke x und x + dx, ſo ſchließen die zugehörigen koncentriſchen Kreiſe einen Ring ein, deſſen Fläche = 3,14 . 2x . dx iſt, deſſen Moment der Trägheit alſo

$$= x^2 \cdot 3{,}14 \cdot 2\,x\,dx,$$

und das zum Halbmeſſer x gehörigen Kreiſes Mom. d. Tr. iſt

$$\int 6{,}28 \cdot x^2 dx = \frac{6{,}28 \cdot x^4}{4},$$

alſo des ganzen Kreiſes Mom. d. Trägheit

$$= \frac{6{,}28 \cdot \varrho^4}{4} = 3{,}14 \cdot \varrho^2 \cdot \tfrac{1}{2}\varrho^2,$$

welches wieder wie vorhin mit der Länge l multiplicirt

$$3{,}14 \cdot \varrho^2 \cdot l \cdot \tfrac{1}{2}\varrho^2 \text{ giebt.}$$

Heiſt alſo das Gewicht des Cylinders T, ſo iſt ſein Mom. der Trägheit:

$$= T \cdot \tfrac{1}{2}\varrho^2$$

IV. Des Arms kc Moment der Trägheit giebt ſich nun aus (no. II.); ſeine mit der Umdrehungsaxe nicht parallele Breite heiſe b, ſein Gewicht Z, ſeine Länge von k ausgemeſſen g, ſo iſt ſein Mom. d. Tr.

$$= (\varrho^2 + \tfrac{1}{3}(b^2 + g^2) + \varrho \cdot g) \cdot 2Z$$

V. Weil man alle Momente der Trägheit auf die Axe a bringen muß, ſo muß man jetzt ſuchen, was für eine Maſ-

ſe in der angegriffenen Stelle eben das Mom. d. Trägheit haben würde, das der Summe der bis hierhin berechneten Mom. d. Tr. gleich iſt.

Die Summe dieſer Momente iſt:

$$\alpha^2 p + \beta^2 q + \gamma^2 r + (\varrho^2 + \varrho\lambda + \tfrac{1}{3}(\psi^2 + \lambda^2)) . 2S$$
$$+ \tfrac{1}{2}T . \varrho^2 + (\varrho^2 + \varrho g + \tfrac{1}{3}(b^2 + g^2)) . 2Z$$

Sie ſoll Σ heiſen und die Maſſe, welche in e angebracht, eben dieſes Mom. d. Trägheit in Anſehung der Axe D hätte, will ich Π nennen, ſo iſt, $De = \delta$ geſetzt,

$$\delta^2 . \Pi = \Sigma \text{ alſo } \Pi = \frac{\Sigma}{\delta}$$

d. i. ein an der Welle A angebrachtes Gewicht würde von den mit der Welle D verbundenen Maſſen bey der Umdrehung um D völlig einerley leiden, wenn alle dieſe Maſſen vernichtet, und dagegen in dem einzigen Punkt e die Maſſe Π angebracht, das ſtatiſche Moment der Kräfte aber ungeändert bliebe.

Der Faden fe hat alſo die Maſſe Π zu ziehen, und es hat nothwendig einerley Erfolg, es mag dieſe Maſſe in der Linie fe liegen wo man will. Die Sache verhält ſich alſo völlig eben ſo, als wenn dieſe Maſſe Π unmittelbar am Umfang f der Scheibe in einem Punkt beyſammen angebracht wäre.

VI. Der Scheibe Halbmeſſer αf iſt $= H$, ihr Gewicht heiſe W, ſo iſt (III.) ihr Moment der Trägheit

$$= W . \tfrac{1}{2} H^2$$

VII. Der Welle A Halbmeſſer iſt ϱ', ihr Gewicht heiſe N, ſo iſt ihr Moment der Trägheit

$$= N . \tfrac{1}{2} (\varrho')^2$$

VIII. Eine Maſſe, welche in f angebracht, eben das M. der Tr. (VI.) hätte, heiſe X; eine eben da angebracht, die das Mom. d. Tr. (VII.) hätte, Y, ſo iſt

$$X . H^2 = \tfrac{1}{2} W . H^2, \text{ alſo } X = \tfrac{1}{2} W$$

und

$$Y \, . \, H^2 = \tfrac{1}{2} N \, (\varrho')^2; \text{ alſo } Y = \frac{N \, . \, (\varrho')^2}{2 \, H^2}$$

IX. Demnach haben alle Maſſen zuſammengenommen, welche durch das an A angebrachte Gewicht in Bewegung geſetzt werden ſollen, eben das Mom. d. Tr. als eine am Umfang f angebrachte Maſſe hätte, die

$$= \Pi + X + Y \text{ oder:}$$

$$= \frac{\Sigma}{\delta^2} + \tfrac{1}{2} W + \frac{N \, (\varrho')^2}{2 \, H^2},$$

wäre.

Aufgabe.

48 aa) Es ſey alles wie in der Aufgabe (§. 48 y), man ſoll die beſchleunigende Kraft beſtimmen, mit welcher das Gewicht R (§. 48. y no. IX.) wirkt, welches an der Welle A angebracht iſt, und nun das ganze Syſtem zu bewegen anfängt.

Aufloͤſung.

I. Nach (§. 48 y no. IX.) iſt die Differenz der ſtat. Momente der bewegenden Kräfte

$$= \left(R - \frac{B + \mu \, h' \, Q}{\varrho' - \mu \, h'}\right) . \, \varrho'$$

II. Nach (§. 48 z no. IX.) iſt die Summe der Momente der Trägheit

$$= H^2 . \left(\frac{\Sigma}{\delta^2} + \tfrac{1}{2} W + \frac{N \, (\varrho')^2}{2 \, H^2}\right) + (\varrho')^2 \, . \, R$$

III. Alſo (§. 48 w no. I.)

$$f = \frac{\left(R - \frac{B + \mu \, h' \, Q}{\varrho' - \mu \, h'}\right) . \, \varrho'}{H^2 \left(\frac{\Sigma}{\delta^2} + \tfrac{1}{2} W + \frac{N (\varrho')^2}{2 \, H^2}\right) + (\varrho')^2 . \, R} \, . \, g$$

da dann der in g multiplicirte Faktor die beſchleunigende Kraft iſt, unſere natürliche Schwerkraft = 1 geſetzt (§. 48 v).

48 bb) Eine Maſſe, die ſich um eine Axe bewegt, übt nicht blos nach der Tangente ihrer Bahn, ſondern auch nach der Richtung des auf dieſe Tangente von der Umdrehungsaxe gezogenen Perpendikels Kraft aus. Zur nähern Beſtimmung dieſes höchſt wichtigen Satzes muß ich noch folgende Aufgabe herſetzen.

Aufgabe.

III. 6. 48 cc) In dem feſten Punkt e iſt ein Faden ed befeſtigt, an deſſen Ende d ein Element dc einer Maſſe angebracht iſt, das ſich vermög einer ihm beygebrachten Geſchwindigkeit in dem Kreis fdag bewegt: **man ſoll die Kraft beſtimmen, mit welcher ſich das Element in jeder Stelle des Kreiſes nach der Richtung des Halbmeſſers vom Mittelpunkt e zu entfernen ſucht.**

Auflöſung.

I. Das Element befinde ſich in ſeiner Bewegung jetzt in d, und ſeine Geſchwindigkeit ſey = c; mit dieſer Geſchwindigkeit würde er ſich nach der Tangente dk fortbewegen, wenn ihn nicht der in e befeſtigte Faden hieran verhinderte.

II. da ſey ein Element des Kreiſes, d. h. ein unendlich kleines Bogenſtück, und der Weg, welchen das Maſſenelement in d in dem unendlich kleinen Zeittheilchen dt durchläuft; nun verlängere man die Linie ea bis c, wo ſie die Tangente dk durchſchneidet, ſo wäre dc der Weg, den das Element d in dem Zeittheilchen dt vermög ſeiner Geſchwindigkeit c durchlaufen würde, wenn es nicht aus jeder Stelle ſeiner Bahn gleichſam zurück nach dem Mittelpunkt e gezogen, und ſo in der Kreisbahn da erhalten würde. Indem ſich alſo das Element d am Ende des Zeittheilchens dt in a befindet, da es in c ſeyn ſollte, iſt es in dieſem Zeittheilchen um die Länge ca aus der Bahn, die es frey durchlaufen würde, gegen den Mittelpunkt e hingetrieben worden.

III. ac iſt alſo die Summe aller Preſſungen, welche das in Bewegung geſetzte Element in dem Zeittheilchen dt gegen den Mittelpunkt leidet, ſo wie dc die Summe aller Preſſungen anzeigt, welche das Element in eben dem Zeittheilchen bey freyer Bewegung vermög der ihm mitgetheilten Geſchwindigkeit leiden würde.

IV. Nun ziehe man in a ſenkrecht auf ce die ba, ſo iſt

$$ac : ab = dc : de$$

Aber

Aber weil ad hier nur ein Element des Bogens iſt, ſo iſt

$$ab = bd = \tfrac{1}{2}\,ad;$$

ferner:

$$dc = c\,.\,dt,\ \text{alſo, } de = r \text{ geſetzt.}$$

$$ac : \tfrac{1}{2}\,ad = c\,.\,dt : r,\ \text{und } ac = \frac{ad \times c\,.\,dt}{2r}$$

V. Es iſt aber der elementariſche Bogen ad mit der zugehörigen Tangente dc einerley, alſo gleichfalls

$$= c\,.\,dt,\ \text{und daher } ac = \frac{c^2\,(dt)^2}{2r};$$

Wenn nun v die zu c gehörige Höhe iſt, von der nämlich ein Körper frey herab fallen müßte, um am Ende die Geſchwindigkeit c zu haben, ſo iſt

$$c = 2\sqrt{gv}\ (\S.\ 48\,w\ \text{no. V.})\ \text{alſo } c^2 = 4gv$$

und nun:

$$ac = \frac{4gv\,(dt)^2}{2r} = \frac{2v}{r}\,g\,(dt)^2\ \text{oder:}$$

$$ac : g\,(dt)^2 = 2v : r$$

Es iſt aber $g\,(dt)^2$ der Raum, welchen ein ſchwerer Körper in dem Zeittheilchen dt vermög der natürlichen Schwere durchlaufen würde (§. 48 w no. III.) und kann alſo als die Summe der Preſſungen angeſehen werden, welche die natürliche Schwere einem Körperelement in dem Zeittheilchen dt mittheilen würde.

VI. Alſo verhält ſich die Summe der Preſſungen, welche in dem Zeittheilchen dt angewendet werden, das Körperelement zu verhindern, daß es ſich nicht aus dem Bogenelement da längſt dem Halbmeſſer entferne, zur Summe der Preſſungen, welche die natürliche Schwere dem Körperelement in eben dem Zeitelement beybringen würde, wie 2v zu r.

Weil nun die Geſchwindigkeit des Körperelements, womit es ſich im Kreiſe herumbewegt, als unveränderlich angenommen wird, ſo gilt eben dieſer Satz von jedem Element des Bogens und für jedes Zeitelement.

Heiſt alſo die Kraft, welche das Körperelement in jeder Stelle des Kreiſes während ſeinem Umlauf von dem Mittelpunkt c zu entfernen ſtrebt, p, ſo hat man allgemein

$$p = \frac{2\,v}{r}$$

die Kraft unſerer natürlichen Schwere = 1 geſetzt.

VII. Aendert ſich die Geſchwindigkeit während der Bewegung, ſo gehört ſie doch in jedem Punkt der Bahn einer beſtimmten Höhe v zu, und dann iſt jedesmal für dieſe Stelle:

$$p = \frac{2\,v}{r}$$

48 dd) Die Kraft p heiſt die **Centrifugalkraft**, auch **Schwungkraft**, ſie iſt der Geſchwindigkeit des Elements proportional, wenn von den verſchiedenen Schwungkräften der einzelen Elemente einer im Kreiſe herumlaufenden Maſſe die Rede iſt. Denn es iſt:

$$p = \frac{2\,v}{r} = \frac{2\,.\,c^2}{4\,gr} = \frac{2\,c}{4\,gr}\,.\,c,$$

da dann bey einer kreisförmig bewegten Maſſe $\frac{c}{r}$ für alle Elemente gleich groß ſeyn muß, alſo p ſich ſchlechthin wie c verhält, alſo auch ſchlechthin wie r, weil bey einer ſolchen Maſſe der Werth von c bey den verſchiedenen Elementen dem Werth von r, welches zu dem Element gehört, proportional iſt. Wenn daher die Schwungkraft für eine gegebene Maſſe beſtimmt werden ſoll, ſo darf man die Maſſe nur als eine im Schwerpunkt vereinte Sammlung von Elementen betrachten, und nun die Berechnung ſo anſtellen, als wenn alle Elementen oder die ganze Maſſe ſich mit eben der Geſchw. bewegte, mit welcher der Schwerpunkt herumgeht.

Es ergiebt ſich aber die Entfernung des Schwerpunkts von einer gegebenen Axe, wenn man das für dieſe Axe nach (§. 48 y) berechnete ſtatiſche Moment mit der Maſſe ſelbſt dividirt.

Erklä-

Erklärung.

49. **Eine Wage wird genennet ein Inſtrument, dadurch man das Gewicht eines Körpers finden kann.**

Zuſatz.

50. Die Einrichtung einer gewöhnlichen **zweyſchaligen** oder gemeinen **Krämerwage**, ergiebt ſich aus dem Bisherigen von ſelbſten.

Zuſatz.

51. Bey dergleichen Krämerwagen muß es gleich viel ſeyn, in welche Schale man die Gewichte legt; die beyden Arme AC, BC, müſſen daher gleich groß ſeyn. I. 14.

Zuſatz.

52. Durch Verwechslung der Wagſchalen oder der Gewichte laſſen ſich daher ſolche Wagen leicht probiren.

Erklärung.

53. Eine Schnellwage **wird genennet, durch die man mit einem Gewichte Körper von verſchiedenem Gewichte abwiegen kann.**

Zuſatz.

54. Die Einrichtung einer Schnellwage gründet ſich auf das oben bewieſene Fundamentalgeſetz der Statik. I. 15.

Zuſatz.

55. Doch iſt es in der Ausübung nöthig, die verſchiedenen Abtheilungen des Wagbalkens, welche die Berechnung ergiebt, erſt noch durch Probiren zu berichtigen, weil man weder die Vorausſetzungen noch die Abmeſſungen allemal ſo genau nehmen kann, als die Theorie es erfordert.

55) Beym Gebrauch der Wagen hat man ſich die Verhältniſſe der an den verſchiedenen Orten eingeführten Pfunde bekannt zu machen, wovon ich hier einige mittheile:

Aachen	ſ	ſ	ſ	9728
Altona	ſ	ſ	ſ	10080

Amſter-

Amſterdam	10279
Ansbach	10608
Augsburg 10232 leichte Pfund	9837
Apotheker Gewicht (teutſches)	7457
Bamberg	10103
Baſel	10202
Bayreuth	10770
Bergen in Norwegen	10388
Berlin	9748
Bern	10840
Braunſchweig	9716
Bremen	10380
Breslau	8434
Brüſſel	9697
Caſſel	6589
Coburg	10608
Cölln	9728
Dänemark	10388
Danzig	9062
Dresden	9716
Erfurt	9822
Erlangen	10608
Frankfurt am Main 9720 Centnergewicht	10595
Frankfurt an der Oder	9738
Hamburg, Handlungs-Gewicht	10080
Hanover	10129
Leipziger Handl.	9716
Lübeck	10059
München	11671
Nürnberg	10610
Paris	10202
Petersburg	8512
Ulm	9754

Aufgabe.

I. 56. Aus der gegebenen Schwere des He-
1. bels AB, der Entfernung des Schwerpunktes
CV,

CV, der Laſt, CA und der Kraft CB, und der Schwere der Laſt, die Gröſſe der todten Kraft zu finden.

Auflöſung.

1. Bildet euch ein, der Hebel habe keine Schwere, und an deren ſtatt hange in ſeinem Schwerpunkte V ein Gewichte G, ſo jener gleich iſt (§. 35.); ſo könnet ihr die Laſt finden, welche ihr in A anhängen müſſet, damit der Hebel wagerecht liegen bleibe (§. 45.).
2. Die gefundene Laſt ziehet von der gegebenen Laſt ab; ſo bleibet die Laſt übrig, welche die Kraft in B erhalten muß.
3. Weil nun dieſelbe ſich zu der todten Kraft in B verhält, wie CB zu CA (§. 45.); ſo könnet ihr dieſe durch die Regel Detri finden (§. 85. Arithm.) W. Z. F. und Z. E.

Exempel.

Es ſey CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 Pf. O = 300 Pf.

1 — 2 — 10	5 — 1 — 280 {56 Pf.
10	5) 25 (Kraft.
20 Pf.	30
300 Laſt.	30
280	0

Aufgabe.

57. Aus der gegebenen Schwere des Hebels AB, der Entfernung des Schwerpunkts CV, der Laſt CA und der Kraft CB, und der todten Kraft, die Schwere der Laſt zu finden. I. 1.

Auflöſung.

1. Suchet wie in der vorhergehenden Aufgabe den Theil der Laſt, welchen der Hebel durch ſeine Schwere erhalten kann.

2. Su-

2. Suchet ferner auf eben dieſe Art den andern Theil der Laſt, den die in B applicirte Kraft erhalten kann.
3. Addiret beyde Theile: ſo kommet die Schwere der geſuchten Laſt heraus.

Exempel.

Es ſey CA = 1, CV = 2, CB = 5, G = 10 Pf. die todte Kraſt 56 Pf.

1 — 2 — 10
10
―――――
20 erſter Theil der Laſt.
1 — 5 — 56
5
―――――
280 anderer Theil der Laſt.
20 erſter Theil der Laſt.
―――――
300 ganze Laſt.

Aufgabe.

I. 1. 58. Aus der gegebenen Schwere der Laſt O und des Hebels G der todten Kraft und der Länge des Hebels AB nebſt dem Schwerpunkte des Hebels V, den gemeinen Schwerpunkt C zu finden, wo nemlich der Hebel aufzulegen iſt, damit die Kraft die Laſt erhalten kann.

Auflöſung.

1. Suchet erſtlich den gemeinen Schwerpunkt Z der todten Kraft in B und der Schwere des Hebels G, indem ihr ſchlieſſet; wie die Summe der todten Kraft zu der Schwere des Hebels, ſo verhält ſich VB zu ZB, oder der Entfernung der Kraft von dem gemeinen Schwerpunkte (§. 45.).
2. Ziehet ZB von AB ab, ſo wiſſet ihr AZ.
3. Bildet euch ein, es hange in Z ein Gewichte, welches der todten Kraft in E und der Schwere des Hebels

Hebels G zuſammen gleich iſt (§. 35.); ſo könnet ihr wie vorhin die Linie CZ finden, folgends den Punkt C, den man ſuchte.

Exempel.

Es ſey die Kraft in B = 56, die Schwere des Hebels G = 10, die Laſt O = 300 Pf. AB = 6, VB = 3.

$$66 - 10 - 3$$

$$\frac{3}{66)\ 30} = \frac{30}{66} = \frac{5}{11} = ZB$$

$$\frac{66}{11} = AB$$

$$\frac{61}{11} = AZ$$

$$366 - 66 - \frac{61}{11}$$

das iſt $\quad 61 \quad 11 \quad \frac{61}{11}$ (§. 59. 96. Arithm.)

$$\left.\begin{matrix}\not{6}\not{1}\\ \not{6}\not{1}\end{matrix}\right\} 1 = AC$$

Lehrſatz.

59. **Wenn die Laſt in B zwiſchen dem Ru-** I.
hepunkte C und dem Orte der Kraft in A appli- 16.
ciret iſt; ſo verhält ſich gleichfalls die todte Kraft in A zu der Laſt in B wie die Entfernung der Laſt zu der Entfernung der Kraft CA.

Beweis.

Man verlängere CA in D bis DC = CA: ſo iſt klar, daß die Kraft in A eben ſo viel vermag, als die Kraft in D (§. 46.) Wenn aber die Kraft in D das Gewichte in B erhält; ſo verhält ſie ſich zu demſelben wie BC zu CD oder CA (§. 45.). Derowegen muß ſich auch die Kraft in A zu der Laſt in B verhalten, wie BC zu CA. W. Z. E.

Anmerkung.

60. Der vorſtehende Lehrſatz iſt oben ſchon in ſeiner völligen Allgemeinheit bewieſen worden.

Auf-

Aufgabe.

I. 61. Aus der gegebenen Schwere eines He-
16, bels von der andern Art E, der Laſt G, dem Schwerpunkte F, der Entfernung der todten Kraft CA, die Gröſſe der todten Kraft in A zu finden.

Auflöſung.

1. Suchet wie viel Kraft in A erfordert werde, den Hebel allein zu erhalten (§. 59.).
2. Suchet ferner, wie viel Kraft in A erfordert werde, die Laſt G allein zu erhalten (§. 59.).
3. Addiret die beyden einzelnen Kräfte; ſo kommt die Gröſſe der verlangten Kraft heraus.

Exempel.

Es ſey CB = 1, CF = 3, CA = 6, G = 300 Pf. E = 10 Pf.

6 — 3 — 10
oder 2 1 10 (§. 59. 96. Arithm.)
1
―――――――
~~10~~
~~2~~ } 5 Pf. erſter Theil der Kraft.

6 — 1 — 300
1
―――――――
~~300~~ } 50 Pf. anderer Theil der Kraft.
~~60~~ } 5 Pf. erſter Theil der Kraft.
―――――――
55 Pf. ganze Kraft.

Anmerkung.

62. Wenn ihr euch die Aufgaben von dem Hebel, die bisher erkläret worden, wohl bekannt machet, und dabey deſſen beſinnet, was oben (§. 10.) erinnert worden; ſo werdet ihr das ganze Werk des Borelli de motu animalium verſtehen. Unzählich viel andere Fälle will ich jetzt mit Stillſchweigen übergehen, da dieſe Rechnungen Nutzen haben. Denn es iſt faſt kein

kein einziges Inſtrument in der Kunſt, und keine Bewegung eines Körpers in der Natur, wobey man nicht dieſelben anbringen könnte.

Lehrſatz.

63. **Wenn die Kraft den Hebel aus L in M niederdrücket: ſo verhält ſich der Raum, den die Kraft durchläuft, zu dem Raume, durch welchen die Laſt beweget wird, wie die Laſt zu der todten Kraft.** II. 17. 18.

Beweis.

Denn wenn die Kraft ſich durch den Bogen LM beweget, ſo wird die Laſt durch den Bogen HN gehoben. Demnach verhält ſich der Raum der Laſt zu dem Raume der Kraft, wie der Bogen HN zu dem Bogen LM, das iſt, weil die Winkel I bey einander gleich ſind (§. 40. Geom.), wie HI zu IL, folgends wie die todte Kraft zu der Laſt (§. 45.) W. Z. E.

Zuſatz.

64. Wenn man aus N auf HI das Perpendicul NO, und auf IL aus M das Perpendicul MR fallen läſſet; ſo verhält ſich NI zu NO wie MI zu RM (§. 10. Trigon.), folgends NI : MI = NO : RM (§. 83. Arithm.). Derowegen verhält ſich die Höhe, wodurch ſich die Laſt beweget, zu der Höhe, durch welche die Kraft herunter ſteiget, wie die todte Kraft zu der Laſt. II. 17. 18.

Zuſatz.

65. Und daher wird ſo viel Kraft erfordert, 3 Pfund durch 1 Schuh, als 1 Pfund durch 3 Schuhe in gleicher Zeit zu bewegen.

Zuſatz.

66. Weil man die Geſchwindigkeit der Bewegung aus dem Raume beurtheilet, der in einer Zeit durchlaufen wird; ſo verhält ſich auch die Geſchwindigkeit mit

welcher ſich die Kraft beweget, zu der Geſchwindigkeit, mit welcher die Laſt beweget wird, wie die Laſt zu der todten Kraft.

Anmerkung.

67. Der Satz (§. 63.) iſt der Carteſiſche Grundſatz der Statik; mit gleichem Recht läßt ſich auch der Satz (§. 66.) als Grundſatz der Statik gebrauchen, wie Hr. de la Grange in ſeiner Méchanique analytique gethan hat. Aber es bedürfen ſolche Sätze einer größern Evidenz, um als Grundſätze gelten zu können.

Lehrſatz.

I. 68. **Wenn die Directioslinie der todten**
2. **Kraft mit dem Radio des Rades AC und die Directionslinie der Laſt E mit dem Radio der Welle CB einen rechten Winkel machet; ſo verhält ſich die todte Kraft zu der Laſt, wie der Radius der Welle CB zu dem Radio des Rades AC.**

Beweis.

Die Kraft würde die Laſt erhalten, wenn gleich nur die Linie AB zurück bliebe. Da nun in C der Ruhepunkt iſt, in B die Laſt, und in A die todte Kraft rechtwinklicht appliciret wird; ſo verhält ſich dieſe zu jener, wie CB zu CA (§. 10. 45.). W. Z. E.

Zuſatz.

69. Wenn die Directionslinie der todten Kraft FH mit dem Radio des Rades FC einen ſchiefen Winkel machet; ſo iſt es eben ſo viel, als wäre ſie in G appliciret. Und dannenhero verhält ſie ſich zu der Laſt, wie CB zu CG.

Zuſatz.

70. Wenn euch der Winkel GFC, den die Kraft mit dem Radio des Rades machet, und der Radius des Rades gegeben ſind; ſo könnet ihr die Linie GC durch die Trigonometrie finden (§. 20. Trigon.)

Zuſatz.

Zuſatz.

71. Es vermag die Kraft am meiſten, wenn ihre Directionslinie mit dem Radio des Rades einen rechten Winkel machet (§. 25. 45.)

Zuſatz.

72. Weil man ſich aber bey der todten Kraft das Rad nicht anders als einen Hebel vorſtellen darf (§. 10); ſo laſſen ſich alle Aufgaben von dem Hebel auf das Räderwerk appliciren.

Aufgabe.

73. **Aus der gegebenen Laſt C und denen Radiis der Axen BH, AD, EF, und der Räder BA, DE, FG die todte Kraft zu finden, welche in G appliciret werden muß.** II. 19.

Aufloͤſung.

1. Suchet zuerſt die Kraft, welche an der Peripherie des erſten Rades appliciret werden müſte, damit ſie das an ſeiner Welle BH hangende Gewichte C erhalten kann (§. 68.)

2. Dieſe Kraft ſehet als ein Gewichte an, welches an die Welle des andern Rades appliciret worden, und ſuchet daraus abermals (§. 68.) die Kraft, welche an der Peripherie deſſelben Rades appliciret werden muß, damit ſie ſolches, folgends auch das Rad A mit ſeinem Gewichte C aufhalten kann.

3. Mit dieſer Arbeit fahret fort, bis ihr auf die Kraft kommet, welche an der äußerſten Peripherie appliciret werden muß.

Exempel.

Es ſey C = 6000 Pf BH = 6, AB = 34, AD = 5, DE = 35, EF = 4, FG = 27.

		1	
	34—6—6000	17	
oder	17 3; 3	1554	
		18000	$1058\frac{14}{17}$ oder
	18000	11111	1059 Kraft in A.
		111	

35—5—1059	3 2	
7 1	1059	$151\frac{2}{7}$ Kraft in E
	777	

	1	
$27—4—151\frac{2}{7}$	2	
4	261	
$605\frac{1}{7}$	605	$22\frac{11}{27}$ Kraft in G.
	277	
	2	

Anmerkung.

74. Wenn die Laſt geſuchet und die Kraft gegeben würde; ſo darf man nur von der Kraft in G anfangen, und das Gewichte in E für die Kraft in E annehmen, u. ſ. w.

Lehrſatz.

I. 75. **Wenn eine Kraft eine Laſt durch Hül-**
2. **fe eines Rades an einer Axe beweget; ſo verhält ſich der Raum der Kraft zu dem Raume der Laſt, wie die Laſt zu der todten Kraft.**

Beweis.

Wenn das Rad einmal herumgedrehet wird, ſo gehet auch die Welle IBK einmal herum (§. 12.); und alſo wird die Laſt E ſo viel Schuhe herauf gehoben, als die Peripherie der Welle beträget. Derowegen ſtellet die Peripherie der Welle den Raum der Laſt, und die Peripherie des Rades den Raum der Kraft vor. Und demnach verhält ſich jener zu dieſem, wie die Peripherie der Welle zu der Peripherie des Rades, oder (welches gleich viel

viel iſt) wie der Radius der Welle CB zu dem Radio des Rades CA, folgends wie die todte Kraft zu der Laſt (§. 68.). W. Z. E.

Anmerkung.

76. Wenn viel Räder in einander gehen, ſo iſt zu merken, daß diejenigen, ſo an einer Welle feſte ſind, in gleicher Zeit herum kommen: hingegen das kleinere, welches in das gröſſere greiffet, oder von dem gröſſern herum getrieben wird, ſo vielmal herum gehe, indem das groſſe einmal herum kommet, wie vielmal die Peripherie des kleinen in der Peripherie des groſſen, oder, welches gleich viel iſt, die Zahl der Kammen im kleinen in der Zahl der Kammen im groſſen enthalten iſt.

Aufgabe.

77. Aus den gegebenen Verhältniſſen der Radiorum oder Peripherien der kleinen Räder zu den Radiis oder Peripherien der groſſen, zu finden, wie vielmal dasjenige, ſo am geſchwindeſten gehet, herumkommet, ehe das, ſo am langſamſten beweget wird, ſeinen Lauf einmal vollendet.

Auflöſung.

1. Dividiret die Peripherien der groſzen Räder durch die Peripherien der kleinen.
2. Die herauskommende Quotienten multipliciret in einander.

So iſt das Produkt die Zahl, welche andeutet, wie vielmal das geſchwindeſte Rad G herumgehet, indem das langſamſte A einmal ſeinen Lauf vollendet (§. 76.) W. Z. E. II. 19.

Exempel.

Es ſey die Peripherie des groſzen Rades A 24′ des kleinen D 12; des andern groſzen Rades E 36′ des andern kleinen F 9.

$$\begin{array}{r|l} \not{2}\not{4} & 2 \\ \not{1}\not{2} & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} \not{3}\not{6} & 4 \\ \not{9} & 2 \\ \hline & 8 \end{array}$$

Alſo gehet das letzte Rad G 8 mal herum, indem das unterſte A einmal herum kommet.

Anmerkung.

78. Die Peripherien werden auch durch die Zahlen der Kammen gegeben, weil die Kammen in Rädern, die in einander greiffen, von gleicher Gröſſe ſind.

Aufgabe.

79. **Die Zahl der Räder und die Zahl der Kammen an den Rädern und den Getrieben oder den Trillingsſtöcken zu finden, wenn angegeben wird, wie vielmal das Rad, ſo am geſchwindeſten gehet, herumkommen ſoll, ehe das langſamſte einmal ſeinen Lauf vollendet.**

Auflöſung.

1. Zerfället die gegebene Zahl in andere kleinere Zahlen, durch deren Multiplication ſie erwächſet: ſo ſehet ihr, wie viel Räder mit Kammen und Getriebe oder Trillinge euch nöthig ſind, nemlich ſo viel, als dergleichen Zahlen herauskommen.

2. Gebet den Getrieben nach Beſchaffenheit der Umſtände eine gehörige Zahl der Kammen, und multipliciret dadurch die vorher gefundenen Zahlen, ſo ſind die Produkte die Zahlen der Kammen in den Rädern, welche in die Getriebe oder Trillinge eingreiffen (§. 77. 78.).

Exempel.

Es ſoll das geſchwindeſte Rad 40 mal herum gehen, ehe das langſamſte einmal ſeinen Lauf vollendet. Weil nun 40 durch Multiplication 5 in 8 entſtehet; ſo ſehet ihr, daß zwey Räder mit Kammen und zwey Getrie-

triebe oder Trillinge vonnöthen ſind. Gebet jedem Trillinge 6 Stöcke, ſo bekommet das langſamſte Rad A 48, da mittlere E 30, das letzte G keine Kammen, ſondern dieſes wird nach der Bequemlichkeit der bewegenden Kraft eingerichtet. II. 19.

Aufgabe.

80. **Aus der gegebenen Kraft und Laſt die Zahl der Räder und Verhältniſſe ihrer Radiorum gegen die Radios ihrer Axen, oder der kleinen an einer Welle mit ihnen befeſtigten Räder, zu finden.**

Auflöſung.

1. Dividiret die Laſt durch die Kraft, ſo findet ihr wie vielmal dieſe in jener enthalten iſt.

2. Zerfället den Quotienten in verſchiedene kleinere Zahlen, durch deren Multiplication er entſtehet. Denn ſo viel habt ihr Räder nöthig, als dergleichen Zahlen herauskommen, und die Diameters der Axen oder Getriebe und Trillinge verhalten ſich gegen die Diameters der Räder, die mit ihnen an einer Axe befeſtiget ſind, wie 1 zu denſelben Zahlen (§. 73.). W. Z. F.

Exempel.

Es ſey die Laſt 3000 Pf., die Kraft 60 Pf., ſo iſt der Quotient 500 Pf. Weil nun die Zahl ſich in 4. 5. 5. 5. zerfällen läſſet, ſo kann man 4 Räder machen. In dreyen verhält ſich der Diameter der Axe zu ihrem Diameter, wie 1 zu 5, im vierten, wie 1 zu 4.

Anmerkung.

81. Die Zerfällung der Zahlen beruhet auf der Uebung. Man kann ſie aber am bequemſten verrichten, wenn man die Zahl, welche zerfället werden ſoll, durch kleine Zahlen zu dividiren ſuchet. Unterweilen gehet es nicht an, daß eine gegebene Zahl in lauter ganze zerfället werden kann. Derowegen muß man in dieſem Falle, entweder zuletzt einen Bruch beybehalten,

oder, wenn es die Sache leidet, die Zahl um etwas vermehren, bis ſie ſich bequem zerfällen läſſet.

Lehrſatz.

I. 82. **Wenn eine Kraft eine Laſt auf einer**
7. **ſchiefliegenden Fläche AC erhält, dergeſtalt, daß ihre Direktionslinie DK mit ihrer Länge AC parallel iſt; ſo verhält ſie ſich zu der Laſt, wie die Höhe AB zu der Länge AC.**

Beweis.

Es ſey die Directionslinie des Gewichts DH; ſo kann man ſich einbilden, es ſey die ganze Schwere der Laſt in einem Punkte derſelben, z. E. in F beyſammen (§. 33. 35.). Und demnach iſt ihre Entfernung von dem Ruhepunkte EF, hingegen die Entfernung der Kraft iſt die Perpendicularlinie ED (§. 24.). Da nun DEF einen Hebel vorſtellet (§. 10.), deſſen Ruhepunkt in E; ſo verhält ſich die Kraft in D zu der Laſt in F, wie EF zu ED (§. 45.). Weil nun DEG ein rechter Winkel iſt, und EFG gleichfalls; hingegen der Winkel EGF den beyden Triangeln EFG und DEG gemein iſt; ſo muß auch der Winkel EDF dem Winkel EFG, folgends der Winkel DEF dem Winkel EGF gleich ſeyn (§. 78. Geom.), und demnach EF : ED = GF : EG (§. 148. Geom.). Wiederum weil die Verticalwinkel bey G einander gleich (§. 40. Geom.), und bey F und H rechte Winkel ſind; ſo iſt auch GF : EG = GH : GC (§. 148. Geom.) Endlich iſt auch GH : GC = AB : AC (§. 149. Geom.), und demnach EF : ED = AB : AC (§. 57. Arithm.); folgends wie AB zu AC, ſo die todte Kraft zu der Laſt. W. Z. E.

Lehrſatz.

II. 83. **Wenn eine Kraft eine Laſt auf einer**
20. **ſchiefliegenden Fläche LN dergeſtalt erhält, daß ihre Directionslinie RI mit der Grundlinie MN parallel iſt: ſo verhält ſie ſich zu der Laſt, wie die Höhe LM zu der Grundlinie MN.**

Beweis.

Beweis.

Es iſt aus dem Beweiſe des vorhergehenden Lehrſatzes (§. 82.) klar, daß man annehmen könne, als ſey in dem Hebel TQS und T die Kraft, in S die Laſt applicirt: folgends iſt die Kraft zu der Laſt wie QS zu TQ oder RS (§. 45.) Da nun in dem angeführten Beweiſe ferner dargethan worden, daß die Triangel RQS, SQO, OPN und LNM einander ähnlich ſind: ſo iſt QS : RS = SO : QS = OP : PN = LM : NM (§. 148. 149. Geom.). Demnach verhält ſich die Kraft zu der Laſt, wie LM zu MN. W. Z. E.

Zuſatz.

84. Weil die Schraube nichts anders iſt, als eine um eine Welle herumgeführte ſchiefliegende Fläche (§. 20.), und die Kraft ſich mit der Grundlinie parallel beweget; ſo verhält ſich die todte Kraft zu der Laſt oder dem Widerſtande, den ſie zu überwinden hat (§. 3.), wie die Weite der Schraubengänge zu der Peripherie der Schraube.

Zuſatz.

85. Daher haben die Schrauben mit engen Gängen mehr Vermögen, als die mit weiten, wenn ſie von gleicher Dicke ſind.

Zuſatz.

86. Wenn die Laſt von N bis O beweget worden; II.
ſo hat man ſie um OP erhoben, hingegen die Kraft hat 20.
ſich durch die Linie PN beweget. Derowegen verhält ſich der Raum der Kraft zu dem Raume der Laſt, wie die Laſt zu der todten Kraft (§. 83.)

Zuſatz.

87. Eben dieſes gilt auch von der Schraube. Denn wenn die Kraft ſich durch die Peripherie der Schraube beweget, ſo wird die Laſt um die Weite der Schrauben-

gänge niedergedrückt. Darum verhält ſich der Raum der Laſt zu dem Raume der Kraft, wie die Weite zwiſchen zwey Gängen zu der Peripherie der Schraube, das iſt, wie die todte Kraft zu der Laſt (§. 84.).

Aufgabe.

88. **Aus der gegebenen Kraft der Peripherie der Schraube, und der Weite der Schraubengänge, den Widerſtand zu finden, den die Kraft mit einer Schraube überwinden kann.**

Auflöſung.

Suchet zu der Weite zwiſchen den Schraubengängen, der Peripherie der Schraube und der Kraft die vierte Proportionalzahl (§. 85. Arithm.) ſo iſt geſchehen, was man verlangete.

Exempel.

Es ſey die Weite der Schraubengänge 3″, die Peripherie der Schraube 25″, die Kraft 30 Pf.

3—25—30 (§. 95. Arithm.)
1 10 10

250 Laſt.

Aufgabe.

89. **Aus der gegebenen Kraft und Laſt die Eintheilung der Schraube zu finden.**

Auflöſung.

1. Dividiret die Kraft durch die Laſt; ſo iſt 1 die Weite der Schraubengänge und der Quotient die Peripherie der Schraube (§. 84.).
2. Nehmet nach Erforderung der Umſtände die Weite der Schraubengänge in Zollen oder Linien an, und multipliciret dadurch den vorigen Quotienten; ſo habet ihr die Peripherie der Spindel in Zollen oder Linien (§. 85. Arithm.) und

3. kön-

3. könnet daraus ihren Diameter (§. 133. Geom.) finden.

Exempel.

Es ſey die Laſt 250 Pf., die Kraft 30 Pf.

1
250 | $8\frac{1}{3}$, Weite der Gänge.
30 | 3'''

25 Peripherie der Spindel.

314 — 100 — 25
100

2500

30
432
2500 | $7\frac{302}{314}$ oder $7\frac{151}{157}$ Diameter der Spindel.
314

Zuſatz.

90. Wenn ihr demnach die gefundene Peripherie II.
der Spindel 25''' auf die Linie BC traget, und in B ein 21.
Perpendicul aufrichtet (§. 70. Geom.) darauf die Weite der Gänge AB aus B gegen A ſo vielmal traget, als Gänge werden ſollen, und das Rectangulum ADCB conſtruiret (§. 99. Geom.); ſo könnet ihr die Gänge B 1, 1. 2, 2. 3, 3. 4. u. ſ. w. ziehen. Wenn ihr nun dieſen Riß um die Spindel klebet; ſo iſt die Eintheilung der Schraube richtig.

Anmerkung.

91. Man beweget öfters die Schrauben durch einen Zieh-Pengel, welcher mit der Spindel ein Rad an einer Axe formiret (§. 13.), und dannenhero die Kraft noch über das Vermögen der Schraube vermehret (§. 68.).

Erklärung.

92. **Wenn die Schraube in ein Stirnrad** II.
eingreiffet, ſo nennet man ſie die Schraube ohne 22.
Ende.

Zuſatz.

Zuſatz.

93. Die Kammen in dem Stirnrade müſſen nach den Schraubengängen eingeſchnitten werden, das iſt, nach dem Winkel der Spindel.

Anmerkung.

94. Die Schraube ohne Ende darf nicht mehr als drey Gänge haben.

Zuſatz.

95. Wenn die Schraube einmal herumgedrehet wird; ſo windet ſich in dem Stirnrade ein Kammen aus, und iſt demnach die Bewegung ſehr langſam.

Lehrſatz.

I. 96. **Wenn die Kraft D mit einem um eine**
6. **Rolle C gezogenen Seile eine Laſt E erhält; ſo iſt ſie der Laſt gleich.**

Beweis.

Die Kraft D verhält ſich zu der Laſt E, wie BC zu CA (§. 45.). Nun iſt AC = CB (§. 18.) Derowegen iſt die Laſt der Kraft gleich (§. 53. Arithm.) W. Z. E.

Lehrſatz.

II. 97. **Wenn die Kraft E eine Laſt F mit ei-**
23. **nem um eine Rolle gezogenen Stricke dergeſtalt erhält, daß die beyden Stricke parallel ſind, und die Rolle zugleich mit der Laſt hinaufgezogen würde, wenn eine Bewegung geſchähe, ſo verhält ſich dieſelbe zur Laſt, wie 1 zu 2.**

Weil der Strick in D feſte iſt, und das Gewichte F in H hänget; ſo verhält ſich die Kraft zu demſelben, wie AH zu AB (§. 59.) Nun iſt AH = $\frac{1}{2}$ AB (§. 18.). Derowegen iſt auch die Kraft die Hälfte der Laſt. W. Z. E.

Zuſatz.

Zuſatz.

98. Daher vermehren in einem Kloben nicht die oberen, ſondern nur allein die unteren Scheiben das Vermögen.

Lehrſatz.

99. **Wenn in einem Kloben alle Stricke MN, SX, QR, PO, TV, einander parallel ſind; ſo verhält ſich die Kraft in Z zu der Laſt W, wie 1 zu der Zahl der Seile, die von der Laſt gezogen werden.** II. 24.

Beweis.

Denn weil in dieſem Falle alle Stricke gleich gedehnet werden; ſo wird die ganze Laſt durch dieſelbe gleich vertheilet. Dannenhero hat die Kraft in Z nicht mehr zu erhalten, als was auf dem Strick MN kommet (§. 96.) Solchergeſtalt verhält ſich die Kraft zu der Laſt, wie 1 zu der Zahl der Stricke, die von der Laſt gezogen werden. W. Z. E.

Zuſatz.

100. Wenn ihr durch die Zahl dieſer Stricke (5) die Laſt (500) dividiret; ſo kommet die Kraft (100) heraus.

Zuſatz.

101. Hingegen wenn ihr die Kraft (100) durch die Zahl der Stricke (5) multipliciret; ſo kommet die Laſt (500) heraus.

Zuſatz.

102. Und weil die Zahl der obern und unteren Rollen zuſammen in einem Kloben der Zahl der Seile gleich ſind; ſo kommet ſelbige heraus, wenn ihr die Laſt (500) durch die Kraft (100) dividiret.

Anmerkung.

103. Zuweilen ſetzet man die Scheiben in dem Kloben nicht über, ſondern neben einander, abſonderlich wenn ihrer viel ſind, damit man den Raum erſparet.

Lehrſatz.

104. **Wenn eine Laſt durch einen Kloben beweget wird; ſo verhält ſich der Raum der Kraft zu dem Raume der Laſt, wie die Laſt zu der todten Kraft.**

Beweis.

Wenn das Gewichte oder die Laſt um einen Schuh erhöhet werden ſoll; müſſen alle Stricke, die von ihr gedehnet werden, um einen Schuh verkürzet werden. Alſo muß die Kraft ſo viel Schuhe herausziehen, als Seile ſind. Darum verhält ſich ihr Raum zu dem Raume der Laſt, wie 1 zu der Zahl der Stricke, die von der Laſt gedehnet werden, das iſt, wie die todte Kraft zu der Laſt (§. 99.) W. Z. E.

Lehrſatz.

II. 20. 105. **Bey einem Keile verhält ſich die Kraft zu der Laſt oder dem Widerſtande, den die Sache, ſo zerſpaltet werden ſoll, auf der Seite LN giebet, wie die halbe Dicke ML zu der Länge MN.**

Beweis.

Der Keil iſt aus zwey ſchiefliegenden Flächen zuſammengeſetzet. Da es nun gleich viel iſt, ob man die Laſt auf derſelben beweget, oder ob man dieſe mit Gewalt darunter wegſtößet; und die Directionslinie der Kraft, die mit einem Keile ſpaltet, mit der Länge eines Keiles übereinkommet; ſo verhält ſich die Kraft zu der Laſt auf der Seite LN wie die halbe Dicke ML zu der Länge MN (§. 83.) W. Z. E.

Zuſatz.

106. Derowegen vermag ein ſpitziger Keil mehr, als ein ſtumpfer, weil ML zu MN in jenem eine kleinere Verhältniß, als in dieſem hat.

106 a) Die Lehre vom Keil hätte hier ganz wegbleiben dürfen, ſ. H. H. Käſtners Anfangsgr. der angew. Mathem. I. Abtheil. S. 67. u. f. Ueberhaupt haben die bisherigen Sätze in der Ausübung wegen der ſchon oben erwähnten Reibung eine beträchtliche Korrektion nöthig. Soll das Gleichgewicht unter der Vorausſetzung ſtatt finden, daß grade nur ſo viel Kraft angewendet werden ſoll, als nöthig iſt, Bewegung zu verhindern, ſo muß die Reibung noch mit zur Kraft gerechnet, oder als ein Theil der Kraft angeſehen werden; ſoll aber das Gleichgewicht ſo ſtatt finden, daß eine kleine Vergrößerung der angewendeten Kraft ſogleich Bewegung verurſachen müßte, ſo muß die Reibung noch mit zur Laſt gerechnet werden. Es ſey z. B. das Gewicht der (§. 83.) auf der ſchiefen Ebene liegenden Maſſe = 360 Pfund, die Verhältniß LM : MN = 3 : 4, und die Reibung betrage $\frac{1}{3}$ vom ſenkrechten Druck: man ſoll die Kraft nach RI berechnen, welche der Laſt ſammt der Reibung das Gleichgewicht hält.

Ich will die erforderliche Kraft K nennen; wenn RQ ſenkrecht auf SN iſt, ſo druckt das Gewicht (360 Pfund) eben ſo nach RQ als wenn die ganze Maſſe in R beyſammen und ſolche längſt einer ſchiefen Ebene RQ hinabzugehen, oder auf die Stelle Q zu drücken genöthigt wäre; es iſt alſo der Druck nach

$$RQ = \frac{RS}{RQ} \cdot 360 = \frac{MN}{SN} \cdot 360 \text{ (§. 82.)}$$

$$= \tfrac{4}{5} \cdot 360 = 288 \text{ Pfund.}$$

Nun kehre man die Figur um, ſo daß LM in eine horizontale, und RI in eine lothrechte Lage kommt, ſo läßt ſich der von dem Druck K nach RQ herrührende Druck ſo anſehen, als ob ein Gewicht = K auf der ſchiefen Ebene RQ herabzurütſchen ſtrebte, und die hierzu verwendete Kraft iſt

$$= \frac{TR}{QR} \cdot K \text{ (§. 82.)} = \frac{LM}{MN} \cdot K = \tfrac{3}{4} K;$$

alſo verurſachen das Gewicht (360 Pfund) und die erforderliche Kraft K zuſammengenommen, einen auf LN ſenkrechten Druck nach

$$RQ = 288 \text{ Pfund} = \tfrac{3}{4} K;$$

und

und hieraus entſteht bey Q eine Reibung

$$= \frac{288 + \frac{3}{4} K}{3};$$

dieſe kommt nun noch mit zur Laſt, muß aber vorher noch reducirt werden; weil nämlich ein auf der ſchiefen Ebene liegendes Gewicht, das mit der Kraft:

$$\frac{288 + \frac{3}{4} K}{3}$$

längſt der Ebene herabzurütſchen ſtrebt,

$$= \frac{LN}{LM} \cdot \frac{288 + \frac{3}{4} K}{3} \text{ alſo hier:}$$

$$= \frac{1440 + \frac{15}{4} K}{9} = 160 + 0{,}417 \,.\, K$$

ſeyn müßte, ſo iſt die Reibung hier als ein eben ſolches Gewicht anzuſehen, und ſo iſt alſo die geſammte in Rechnung kommende Laſt

$$= 360 + 160 + 0{,}417 \,.\, K;$$

Demnach hat man nunmehr (§. 83.)

$$K : (360 + 160 + 0{,}417 \,.\, K) = LM : MN = 3 : 4$$

oder: $4 K = 1560 + 1{,}251 \,.\, K$

und nun:

$$K = \frac{1560}{2{,}75} = 567{,}3 \text{ Pfund.}$$

Ohne Betrachtung der Reibung hätte man (§. 83.) ſchlechthin $K = \frac{3}{4} \,.\, 360 = 270$ Pfund, welches noch nicht die Hälfte der wirklich erforderlichen Kraft iſt.

Sollte die Kraft K grade nur groß genug ſeyn, die Laſt zu erhalten, ohne zugleich die Reibung aufzuheben, ſo wäre die zu erhaltende Laſt nur als ein Gewicht

$$= 360 - (160 + 0{,}417 \,.\, K) = 200 - 0{,}417\, K$$

anzuſehen, und man hätte:

K : (200

$$K : (200 - 0{,}417 \cdot K) = 3 : 4;$$ alſo

$$4\,K = 600 - 1{,}251 \cdot K$$ und nun $K = 218$ Pf.

106 b) Man erſieht hieraus, wie wichtig die Beſtimmung der **Reibung** oder der **Friktion** iſt. Vollſtändige Sammlung hierhin gehöriger Verſuche findet man in des Hrn. **Prony** Archit. Hydraulika I. Th. 2ter B. ſ. auch Hrn. **Metternichs** Abhandlung von dem Widerſtande der Reibung.

In der Ausübung hat man bey Maſchinen allemal mit glatten Flächen zu thun, weil ſich ſolche bey ihrem Gange gar bald von ſelbſten abſchleifen; man kommt überdas mit Fett, Oehl, Seife u. d. g. zu Hülfe. Ich bin unter dieſer Vorausſetzung der Wahrheit immer nahe genug gekommen, wenn ich bey fortrückender Bewegung

I. { bey Holz auf Holz } — — — Eiſen } — Eiſen auf Eiſen } die Reibung = $\frac{1}{4}$ des Drucks.
— Eiſen auf Meſſing = $\frac{1}{6}$ des Drucks

angenommen habe.

II. Bey umlaufenden horizontalliegenden Zapfen aber beträgt die Reibung nur etwa halb ſoviel, d. i. $\frac{1}{8}$ oder $\frac{1}{12}$ des Drucks.

III. Bey in einander greifenden Räderwerk iſt die Reibung an den Zähnen, Kämmen oder Triebſtöcken noch geringer, und beyläufig nur $\frac{1}{4}$ ſo groß als no. I.

106 c) Die Feſtigkeit der Körper, d. h. die Beſtimmung der Kraft, welche angewendet werden muß, um dem Zuſammenhang der Theile des Körpers genau das Gleichgewicht zu halten, ſo daß bey fernerer Vergrößerung der Kraft der Körper zerreißen müßte, läßt ſich eben ſo wenig für alle Fälle in völliger Genauigkeit beſtimmen, als die Reibung. Folgende Angaben ſind von **Muſchenbröck**.

I. Feſtigkeit der Seilen.

Dicke des Seils.	Feſtigkeit.
Linien.	Pfund.
6	190
8	330

Dicke des Seils.	Feſtigkeit.
Linien.	Pfund.
10	540
12	750
13	840
15	990
16	1030
20	2080
24	3000
30	4730
36	7900

II. Feſtigkeit verſchiedener Holzarten.

In Geſtalt eines Parallelepipedums, wovon jede Seite der quadratiſchen Grundfläche 0,27 Rhl. Zoll hatte, zerriß längſt den Fibern:

		Pfund.
Das Buchenholz von	=	1250
— Eſchenholz von	ſ	1250
— Eichenholz von	ſ	1150
— Lindenholz von	ſ	1000
— Erlenholz von	ſ	1000
— Ulmenholz von	ſ	950
— Tannenholz von	ſ	600
— Fichtenholz von	ſ	550

III. Feſtigkeit verſchiedener Metallen.

Cylindriſche Fäden im Durchmeſſer $\frac{1}{10}$ Rhl. Zoll dick zerriſſen:

			Pfund.
Aus Gold von	ſ	ſ	500
— Eiſen von	ſ	ſ	450
— Silber von	ſ	ſ	370
— Meſſing von	ſ	ſ	360
— Rothen Kupfer von		ſ	$299\frac{1}{4}$
— Zinn von	ſ	ſ	$49\frac{1}{4}$
— Bley von	ſ	ſ	$29\frac{1}{4}$

Bey

Bey der Anwendung dieſer Beſtimmungen, welche auf die abſolute Feſtigkeit gehen, muß auf die **Momente** der brechenden Kräfte und die **Momente** der Feſtigkeit gehörige Rückſicht genommen werden. Ueberhaupt fehlt es bey ſolchen Arten des Bruchs an hinlänglichen Verſuchen im Großen.

106 d) Unter der **eigenen Schwere, ſpecifiſchen Schwere** eines Körpers verſteht man die Verhältnißzahl, durch die ſich ſein Gewicht ausdrucken läßt, wenn das Gewicht eines andern Körpers von eben dem kubiſchen Inhalt dabey als Einheit gebraucht wird. Ich will hier nur ein kleines Verzeichniß mittheilen:

Tafel der ſpecifiſchen Schwere einiger Körper, die des Regenwaſſers bey mittler Temperatur zur Einheit angenommen.

Alabaſter			1,872
Alaun			1,714
Ahorn			0,755
Bley, engliſches	11,325	teuſches	11,310
Bergchryſtall			2,650
Buchbaum			0,854
Buxbaum			1,031
Baumöhl			0,913
Cedernholz			0,613
Eiſen			7,614
Eſchenbaum		0,734 bis	0,845
Eichenholz		0,87 bis	0,93
Fraueneis			2,322
Gold		18,166 bis	19,640
Glas, das feinſte	3,150	gem. grün	2,620
Helfenbein			1,825
Jaſpis			2,666
Kupfer, Japaniſches			9,000
K. Schwediſches			8,784
Kieſelſtein, gemeiner			2,542
Kochſalz			2,148

Luft			$\frac{1}{850}$
Leinöhl			0,932
Meſſing, gegoſſenes	8,000	geſchlagenes	8,349
Queckſilber, teutſches	14,000	engliſches	13,593
Regenwaſſer			1,000
Silber, feines			11,091
Stahl			7,7 bis 7,8
Tannenholz			0,550
Ulmenbaum			0,600
Zinn, reines			7,320

Inzwiſchen muß ich bemerken, daß die Angaben bey den verſchiedenen Holzarten beynahe gar nicht zu gebrauchen ſind, weil deren ſpec. Schwere ſchlechterdings unbeſtimmt iſt, und blos von dem Grad ihrer Trockenheit abhängt. Bey einem einſtmalen von mir angeſtellten Verſuch fand ich alles unrichtig, bis ich bey Unterſuchung der ſpec. Schwere des dabey gebrauchten ſehr trocknen Eichenholzes ſolche nur = 0,66 fand.

106 e) Statt deſſen, was **Wolf** von §. 107. bis zu Ende der Mechanik vorträgt, erwähne ich nur folgendes:

Um Laſten zu wältigen, oder ſie in eine zu einem beſtimmten Zweck erforderliche Bewegung zu ſetzen, benutzt man **Dämpfe, Luft, Waſſer, Gewichte, Federn, Menſchen** und **Thiere**, die dann durch **Stricke** oder **Seilen, Ketten, Hebel, Räderwerk, Stangenkünſte** auf ſehr mannigfaltige Weiſe mit der Laſt in Verbindung geſetzt werden. Man hat daher **Dampfmaſchinen, Windmühlen, ober- und unterſchlägige Waſſerräder, Rückwirkungsmaſchinen, Waſſerſäulenmaſchinen, Göpelkünſte, Tritträder**; und dieſe betreiben **Mahlmühlen, Bohrmühlen, Schneidemühlen, Stampfmühlen, Schleif- und Polirmühlen, Papiermühlen, Hammerwerke, Drathzüge, Blaſebälge, Waſſerhebungsmaſchinen** u. d. m.

Der in dieſem Lehrbuch bisher ertheilte Unterricht kann nur dienen, die Möglichkeit ſolcher Maſchinen zu begreifen, Begierde nach Schriften zu erregen, die davon ausführlichen Unterricht ertheilen, zur Aufſuchung und Beſichtigung ſolcher Maſchinen zu reizen, und ſie ſelbſten mit Verſtand

und

und Nutzen zu beſehen. Sich aber auf wenigen Blättern in eine brauchbare Beſchreibung dieſer Maſchinen einlaſſen zu wollen, wäre eine ganz vergebliche Bemühung, die nothwendig mißlingen müßte, daher ich mich auch hierbey nicht weiter aufhalte.

106f) Nur einige allgemeine Erinnerungen, die das Maſchinenweſen überhaupt betreffen, muß ich hier noch beybringen.

Wenn nämlich an einem Arm eines Hebels eine Laſt angebracht iſt, und nun am andern Arm zur Bewegung der Laſt eine beſtimmte Kraft angebracht werden ſoll, ſo wird die Länge dieſes Arms oder die Entfernung der Kraft von der Umdrehungsaxe von Unverſtändigen gewöhnlich für gleichgültig gehalten. Nur ein einziges Beyſpiel mag das Falſche dieſes Satzes beweiſen. Man gedenke ſich z. B. eine **Erdwinde**, d. i. einen Haſpel mit einer ſtehenden Welle, woran 4 Mann in der Entfernung von 5 Fus von der Umdrehungsaxe einen Weg von $1\frac{3}{4}$ Fus in jeder Sekunde zurücklegen können; nun ſoll die Entfernung der Arbeiter von der Axe bis zu 25 Fus vergrößert werden, damit ſie deſto ſchneller drehen können: ſollte dieſe Verlängerung des Arms wohl vortheilhaft ſeyn? Wenn eine ganze Umdrehung jetzt in eben der Zeit wie vorhin geſchehen ſollte, ſo müßten ſich die Arbeiter 5 mal ſo geſchwind als zuvor, alſo mit einer Geſchwindigkeit von $8\frac{3}{4}$ Fus in einer Sekunde fortbewegen, d. h. ſie müßten mit der größten Schnelligkeit laufen, die kein ganz Laſtloſer Menſch auszuhalten vermag; der Effekt der Maſchine wird alſo offenbar durch dieſe Verlängerung des Arms beträchtlich vermindert. Eben das findet bey Waſſerrädern ſtatt. Treibt z. B. ein Waſſerſtrohm, deſſen Geſchwindigkeit = 15 Fus wäre, die Schaufeln eines unterſchlägigen Waſſerrades mit einer Geſchw. von 9 Fuſen, und wäre ſein Halbmeſſer = 6 Fus, ſo wäre es augenſcheinlich ſchädlich, den Halbmeſſer dieſes Rades bey der ſchon beſtimmten Laſt = 12 Fus machen zu wollen; denn es wäre unmöglich, daß das Waſſer die Schaufeln, **auch bey gänzlichen Mangel alles Widerſtandes**, mit einer größern Geſchw. als es ſelbſten hat, herumtreiben könnte, alſo auch unmöglich, daß die Schaufeln jetzt mit einer Geſchwindigkeit von 18 Fus in 1 Sek. herumlaufen könnten, wie doch erfordert würde, wenn jetzt in eben der Zeit wie vorher das Rad einen Umgang machen ſollte.

Es iſt alſo von äußerſter Wichtigkeit, durch Berechnungen, welche die höhere Mathematik lehrt, die vortheilhafteſten Abmeſſungen einer Maſchine zu beſtimmen.

Auſſerdem iſt zu bemerken, daß keine Maſchine gleich bey der erſten Anwendung der Kraft in diejenige Bewegung geräth, welche ſie nachher behält, ſondern zur Erreichung einer beſtimmten Geſchwindigkeit auch eine beſtimmte Zeit nöthig iſt, wie überhaupt nie plötzlich aus einer kleinern Bewegung eine größere entſteht, ſondern die kleinere allemal erſt nach und nach beſchleunigt werden muß, bis irgend eine wirklich größere daraus erfolgt, ſo daß zwiſchen zwoen Geſchwindigkeiten alle mögliche dazwiſchen denkbare Geſchwindigkeiten vorausgehen müſſen, daher zu dieſem Uebergang allemal eine der Kraft angemeſſene Zeit erfordert wird. Daraus wird der Nachtheil begreiflich, welchen ungleichförmigen Gang einer Maſchine für ihren Effekt hat. Dieſen ungleichförmigen Gang zu heben, iſt alſo von Wichtigkeit, und dazu dienen die **Schwungräder** und **Schwungkolben**. Ihr Nutzen iſt vorzüglich bey ſolchen Maſchinen wichtig, wo abwechſelnd immer wieder von neuem ruhige Maſſen in Bewegung geſetzt werden müſſen, oder wo auch der Widerſtand ſehr abwechſelnd iſt. Aber das Gewicht dieſer Schwungmaſſen iſt wieder ſo wenig gleichgültig, als es vorhin die Entfernung der Kraft von der Umdrehungsaxe war. Der Vortheil ſolcher Schwungmaſſen beſteht nämlich darin, daß umgekehrt eine ſehr beträchtliche Maſſe allemal Zeit nöthig hat, um einen Theil ihrer Geſchwindigkeit zu verliehren, deſto mehr, je größer das Gewicht der Maſſe iſt. Gegentheils braucht aber auch nach erfolgter Verminderung der Geſchw. eine ſolche Maſſe wieder nach Verhältniß ihres größeren Gewichts länger Zeit, um die verlohrne Geſchwindigkeit wieder zu erlangen, und zu dieſem Nachtheil kommt noch die damit verbundene Vergrößerung der Reibung, die ſo groß werden könnte, daß die Kraft gar nicht vermögend wäre, die Maſchine in Bewegung zu ſetzen. Es iſt alſo auch bey den Schwungrädern wichtig, ihre vortheilhafteſten Abmeſſungen anzugeben. Ich habe die hierher gehörige Theorie in der Fortſetzung meines Lehrbuchs der Hydraulik umſtändlich vorgetragen.

Anfangs-Gründe der Hydroſtatik. *)

Erklärung.

1.

Die Hydroſtatik iſt eine Wiſſenſchaft von den Geſetzen des Gleichgewichts flüßiger Maſſen unter einander und in Verbindung mit feſten Körpern.

Erklärung.

2. Die Materie wird flüßig genennet, wenn ihre Theilchen nicht feſte zuſammenhangen, ſondern ſich leicht trennen laſſen.

Anmerkung.

3. Die Eigenſchaft der flüßigen Körper erkennet man, indem ſie andere Körper ſich frey durch ſich bewegen laſſen, durch ihre eigene Schwere in Tropfen zertheilet werden, die Figur eines jeden Gefäßes im Augenblicke annehmen, und wenn ſie in keinem Gefäße ſind, zerfließen.

*) Hierhin gehörige Schriftſteller;

Die Herrn **Käſtner** und **Karſten**, in den ſchon zur Mechanik angeführten Schriften. Hr. **Bürja**, Grundlehren der Hydroſtatik. Hr. **Schleicher**, Einleitung in die Hydroſtatik. Die Herrn **Prony** und **de la Grange**, in den ſchon zur Mechanik erwähnten Schriften. Herr **Euler** de l' equilibre des fluides (Mem. de l' Acad. des ſc. de Pruſſe 1755.) Hr. **Boſſut** in ſeiner Hydrodinamik 1te Abtheil. u. d. m. Schriften über einzele hierher gehörige Gegenſtände werden im Texte genennt.

Erklärung.

4. Ein feſter Körper iſt hingegen, deſſen Theilchen dergeſtalt zuſammenhangen, daß ſie nicht ohne Mühe ſich trennen laſſen.

Erklärung.

5. Ein Körper von leichter Art iſt der, welcher mit einem anderen Körper einerley Gröſſe haben kann, aber ein kleineres Gewicht.

Erklärung.

6. Hingegen ein Körper von ſchwererer Art iſt, welcher mit einem andern einerley Größe und ein größeres Gewicht haben kann.

Anmerkung.

7. Wenn eine bleyerne Kugel ſo viel Raum einnimmt, als eine ſteinerne; ſo iſt ſie doch ſchwerer, als die ſteinerne. Derowegen iſt das Bley ein Körper von ſchwererer Art als der Stein, und hingegen der Stein ein Körper von leichterer Art, als das Bley.

Erklärung.

8. Eine widerſtehende Kraft wird diejenige genennet, welche die Würkung einer andern entweder ganz, oder zum Theil zu nichte machet.

Grundſatz.

9. Die ſchweren Körper drucken andere, auf denen ſie liegen, und ſuchen ſie aus ihrer Stelle zu jagen (§. 22. Mech.)

Grundſatz.

10. Wenn ein Körper ſchwerer iſt, als ein anderer; ſo drucket er auch gewaltiger niederwärts.

Grundſatz.

11. Wenn zwey oder mehrere Körper einerley Schwere haben: ſo drucken ſie gleichviel.

Grund-

Grundſatz.

12. Wenn zwey Körper, oder mehrere einerley Gröſſe, aber verſchiedene Schwere haben; ſo wendet der ſchwerere mehr Kraft an zum Drucken, als der leichtere.

Grundſatz.

13. Wenn zwey Körper einander mit gleicher Gewalt, aber nach entgegengeſetzten Directionslinien drucken; ſo folget keine Bewegung. Wenn aber der eine etwas mehr drucket, als ihm Widerſtand geſchiehet; ſo geſchiehet die Bewegung nach der Directionslinie des ſtärkeren.

Zuſatz.

14. Alſo erhalten prismatiſche lothrechte Waſſerſäulen von gleicher Höhe und gleicher Dicke einander im Gleichgewicht, wie Fig. 1. I.

14a) Eben das Gleichgewicht muß auch noch ſtatt finden, wenn gleich die eine oder auch beyde Waſſerſäulen einen ſchiefen Winkel mit dem Horizont machten, wie Fig. 3 und 4, weil das Beſtreben längſt der ſchiefen Röhre herabzuſinken in eben dem Maaße kleiner iſt, in welchem die Menge der Elemente, welche dieſes Beſtreben ausüben, durch die ſchiefe Lage vergrößert wird (Mech. §. 82.) 3. 4.

14b) Wenn alſo AB (Fig. 5.) ein mit einem wagrechten Deckel vollkommen verſchloſſenes Gefäß iſt, ſo iſt es in Rückſicht auf erfolgende Preſſungen völlig gleichgültig, in welcher Stelle des Deckels eine prismatiſche Röhre CD von beſtimmter Weite eingeſetzt und mit Waſſer gefüllt wird, wenn ſie nur allemal bis an eine und eben die Horizontalfläche angefüllt wird, ſie mag übrigens lothrecht oder ſchief eingeſetzt werden; und in allen ſolchen Röhren, wenn mehrere zugleich eingeſetzt werden, müſſen alſo die Waſſerſäulen einander im Gleichgewicht erhalten, weil ſie gleiche Preſſungen auf den Waſſerſpiegel im Gefäß bewirken. Sobald demnach eine einzige Röhre DC eingeſetzt worden, muß jede Stelle des Deckels, die dem Querſchnitt oder der Grundfläche dieſer Röhre gleich iſt, von unten hinauf einen Druck leiden, 5.

welcher dem Druck der in der Röhre befindlichen Waſſerſäule gleich iſt, weil man, dieſem Druck das Gleichgewicht zu halten, ſtatt der durch ihre Feſtigkeit widerſtehenden Stelle des Deckels, ſobald ſie weggenommen wird, eine Röhre bis auf die Höhe erwähnte Höhe CD einſetzen und mit Waſſer füllen muß. Jede Stelle des Deckels alſo, die $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ſo groß als die Weite der Röhre iſt, leidet einen Druck von unten hinauf, welcher $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ ſo groß als das Gewicht einer Waſſerſäule, deren Grundfläche die der Röhre, und deren Höhe die lothrechte Höhe der Röhre iſt. Und ſo leidet der ganze Deckel einen Druck von unten hinauf, welcher der Summe aller dieſer Preſſungen gleich iſt, d. i. ſo groß, als das Gewicht einer Waſſerſäule von der Höhe CD, deren Grundfläche die Fläche des ganzen um die eingeſetzte Röhre herum liegenden Deckels wäre.

Zuſatz.

5. 15. Daraus läßt ſich nun leicht herleiten, daß der Boden des weiten Gefäßes eben den Druck leidet, als wenn die es Gefäß bis auf die Höhe BF durchaus in gleicher Weite mit Waſſer angefüllt wäre. (I.)

15 a) Auf jede Stelle des Bodens B (Fig. 5.) fällt alſo, wenn DC voll Waſſer iſt, ein Druck, welcher dem Gewicht einer Waſſerſäule von der Höhe BF gleich iſt, und deren Grundfläche die erwähnte Stelle wäre. Gedenkt man ſich alſo im Boden ein kurzes Rohr, das unter die Bodenfläche herabgeht und die Weite α hätte; und hätte dieſes Rohr unten einen Boden, ſo litte dieſer Boden einen Druck ſo groß als das Gewicht einer Waſſerſäule, deren Grundfläche α, und Höhe die Tiefe dieſes Bodens unter der oberſten Stelle D wäre. Eben ſo kann man ſich nun dieſes angeſetzte Rohr unterhalb wieder mit einem weiten Gefäß verbunden gedenken; es wäre nun wieder eben ſo gut, als ob dieſes Gefäß mit einer prismatiſchen Röhre verbunden wäre, die bis an D hinaufreichte, und der Boden dieſes Gefäßes hätte alſo wieder einen Druck auszuhalten, welcher durch das Gewicht einer Waſſerſäule von der Weite dieſes unterſten Gefäſſes und der ganzen Höhe bis D hinauf beſtimmt würde u. ſ. w.

15 b) Jedes Gefäß, von welcher Geſtalt es auch ſeyn mag, läßt ſich als ein ſolches betrachten, das aus einer Menge auf einander ſtehender prismatiſcher Gefäße von gröſ-

ſerer

ſerer und kleinerer, auch unendlich kleiner Höhe zuſammengeſetzt wäre. Demnach gilt von jedem auch irregulären Gefäß der Satz: **Wenn ein Gefäß, von welcher Geſtalt man will, mit Waſſer angefüllt iſt, ſo iſt der Druck, den jede Querſchnittsfläche im Gefäß leidet, dem Gewicht einer prismatiſchen Waſſerſäule gleich, deren Grundfläche die erwähnte Querſchnittsfläche und deren Höhe die Höhe des Waſſerſpiegels über dem Querſchnitt wäre.**

Zuſatz.

16. Der Satz des vor. §. iſt das für die Hydroſtatik, was die Lehre vom Hebel für die Statik iſt. Beyde beruhen auch im Grunde auf einerley Princip, daß **nämlich Maſſen gleiches Beſtreben zur Bewegung haben, wenn die Produkte aus den Maſſen in ihre Geſchwindigkeiten, welche ſie im Fall einer entſtehenden unendlich kleinen Bewegung zugleich annehmen müßten, gleich groß ſind.** Sind dieſe Beſtrebungen, bey einerley Größe einander entgegengeſetzt, ſo muß Gleichgewicht erfolgen. Es ſey z. B. die Röhre ABC zu beyden Seiten von B gleich hoch mit Waſſer angefüllt; mn, MN ſeyen unendlich dünne Waſſerſchichten, die Querſchnitte nm, NM mögen nun, welche Verhältniß man will, gegen einander haben, z. B. w : W; ſo müſſen die Elemente in nm im Fall einer unendlich kleinen Bewegung die Geſchwingkeit $\frac{W}{w} \cdot c$ annehmen, wenn die in MN die Geſchwindigkeit c annehmen; die Schwerkraft muß alſo zu gleicher Zeit den Elementen in nm eine Anfangsgeſchw. geben, welche 7.

$$= \frac{W}{w} \cdot c$$ iſt, und denen in MN eine Anfangsgeſchw. = c; nun ſey die Anzahl von Elementen in MN = E, ſo iſt die Anzahl von Elementen in

mn =

$$mn = \frac{w}{W} E,$$

alſo verhält ſich das Beſtreben zur Bewegung der Schichte mn unterwärts zu dem Beſtreben der Schichte MN unterwärts, wie

$$\frac{W \,.\, c}{w} \,.\, \frac{w \,.\, E}{W} \text{ zu } c \,.\, E$$ d. i. wie 1 zu 1

So haben alſo alle in einerley wagrechter Linie liegende Waſſerſchichten in beyden Schenkeln gleiches Beſtreben, ſich unterwärts zu bewegen, und wenn daher in beyden Schenkeln die Oberflächen in einerley wagrechter Ebene liegen, ſo muß ein Gleichgewicht eintreten, weil man in dieſem Fall gleichviele Schichten hat, die alle einerley entgegengeſetztes Beſtreben zur Bewegung haben. (L.)

Zuſatz.

17. Man kann daher auch hier wie (Mech. §. 48a) ſagen: **Waſſermaſſen, die ſo mit einander verbunden ſind, daß die eine ſteigen muß, indeß die andere ſinkt, erhalten einander im Gleichgewicht, wenn ihre Momente gleich groß ſind.**

Die Momente ſind nämlich auch hier wie beym Hebel Zahlen, welche die Verhältniſſe der Produkte aus den Gewichten in ihre Geſchw. ausdrucken; und der noch jetzt ſehr vielen ſo ſonderbar vorkommende Satz (§. 15b) iſt alſo nichts anders, als das allgemeine Fundamentalgeſetz der Statik auf flüßige Maſſen angewendet. (L.)

Lehrſatz.

18. **Wenn zwey Röhren, daraus der flüſſige Körper aus einer in die andere kommen kann, mit flüßigen Materien von verſchiedener Schwere gefüllet werden: ſo verhält ſich bey dem Gleichgewichte die Höhe des Körpers**

von

von ſchwererer Art zur Höhe des Körpers von der leichteren Art, wie die Schwere des leichteren zu der Schwere des ſchwererern in einem gleich großen Stücke.

Beweis.

Die Wahrheit dieſes Satzes folgt unmittelbar aus (§. 15b).

Lehrſatz.

19. **Wenn ein Körper von einer ſchwereren Art, als eine flüßige Materie iſt, in derſelben eingetauchet wird, verlieret er ſo viel von ſeiner Schwere, als die flüßige Materie wieget, die er ausjaget.**

Beweis.

Es wird z. E. ein Cubikſchuh Bley im Waſſer eingetauchet; ſo ſoll erwieſen werden, daß er ſo viel von ſeiner Schwere verlieret, als ein Cubikſchuh Waſſer wieget. Der Cubikſchuh Waſſer, den das Bley ausjaget, wurde von dem umſtehenden Waſſer in ſeiner Stelle erhalten. Wenn nun das Bley in ſeine Stelle kommt; ſo muß von dem umſtehenden Waſſer eben ſo viel von ſeiner Schwere erhalten werden, als das Waſſer wieget, ſo daraus gejaget worden. Dannenhero gehet dem Bleye ſo viel von ſeiner Schwere ab, als ein Cubikſchuh Waſſer wieget. W. Z. E.

19a) Um mit dem Satz (15b) im Zuſammenhange zu bleiben, kann man die Wahrheit des vorſtehenden Lehrſatzes auch daraus begreifen, daß man ſich jeden Körper aus unendlich vielen lothrechten Priſmen zuſammengeſetzt gedenken kann; jedes ſolches Priſma leidet einen Druck von unten hinauf und von oben herab von Waſſerſäulen, deren Unterſchied den Raum ausmacht, welchen das Priſma ausfüllt; ſo iſt alſo der Unterſchied des geſammten Drucks, welchen der eingetaugte Körper von unten hinauf und von oben herab leidet, eine Summe von Waſſerpriſmen, deren kubiſcher Inhalt

Inhalt zuſammen dem kubiſchen Inhalt des eingetaugten Körpers oder ſeines eingetaugten Theils gleich iſt.

Zuſatz.

20. Wenn nun ein Cubikſchuh Eiſen ſo viel von ſeiner Schwere im Waſſer verlieret, als ein Cubikſchuh Bley, und doch ein Cubikſchuh Bley ſchwerer iſt, als ein Cubikſchuh Eiſen; ſo iſt klar, daß das Eiſen und überhaupt ein jeder Körper von einer leichtern Art in einerley flüßigen Materie, z. E. im Waſſer, einen gröſſeren Theil von ſeiner Schwere verlieret, als das Bley oder überhaupt ein jeder Körper von einer ſchwereren Art.

Zuſatz.

21. Wenn alſo gleich ein Körper von einer ſchwereren Art, z. E. Bley, mit einem Körper von einer leichteren Art, z. E. Eiſen, in der Luft die Wage hält; ſo halten ſie doch nicht im Waſſer, oder in einer andern flüßigen Materie einander die Wage, ſondern das Bley giebet einen Ausſchlag.

Zuſatz.

22. Weil ein Cubikſchuh Bley im Waſſer ſo viel von ſeiner Schwere verlieret, als ein Cubikſchuh Waſſer wieget, und hingegen im Weine ihm ſo viel von ſeiner Schwere abgehet, als ein Cubikſchuh Wein wieget; ein Cubikſchuh Waſſer aber ſchwerer iſt, als ein Cubikſchuh Wein; ſo muß das Bley mehr im Waſſer, als im Weine, und alſo ein jeder Körper mehr von ſeiner Schwere in einer flüßigen Materie von einer ſchwereren, als von einer leichteren Art verlieren.

Zuſatz.

23. Daher bleibt ein Pfund Bley nicht im wagerechten Stande mit einem Pfunde Bley, wenn eines ins Waſſer, das andere in Wein gehangen wird. Oder überhaupt zwey Körper von einerley Art und Gröſſe, bleiben

ben nicht im wagerechten Stande, wenn ſie in flüßige Materien von verſchiedener Schwere gehangen werden.

23 a) Hierauf gründet ſich die Verfertigung der Spolwagen oder Salzſpindeln; es ſind dieſes Werkzeuge, welche eben darum, weil Waſſer eine deſto größere ſpecifiſche Schwere hat, je mehr Salz es in ſich aufgelöſt enthält, durch ihr mehr oder weniger tiefes Einſinken in einer Soole oder Salzwaſſer, oder auch durch das kleinere oder größere Gewicht, womit man ſie beſchweren muß, um bis zu einer beſtimmten Stelle niederzuſinken, die Reichhaltigkeit des Salzwaſſers zu beſtimmen dienen. Alles hierhin gehörige findet man vollſtändig in meiner **Anleitung zur Salzwerkskunde.**

Zuſatz.

24. **Die Schwere einer flüßigen Materie verhält ſich zu der Schwere eines andern Körpers von gleicher Gröſſe, wie das Theil der Schwere, welches ihm in derſelben abgehet, zu ſeiner ganzen Schwere. Z. E. die Schwere des Waſſers verhält ſich zu der Schwere des Eiſens, wie das Theil der Schwere, welches ein Cubikſchuh Eiſen im Waſſer verlieret, zu ſeiner ganzen Schwere.**

Aufgabe.

25. **Das Gewicht einer jeden flüßigen Materie zu finden, z. E. des Weines in einem Faſſe.**

Aufloſung.

1. Hänget einen Cubikzoll Bley in die flüßige Materie, z. E. in den Wein, und merket, wie viel er von ſeinem Gewichte verlieret; ſo wiſſet ihr, wie viel ein Cubikzoll von der gegebenen flüßigen Materie wieget (§. 19.).
2. Suchet durch Hülfe der Geometrie den körperlichen Inhalt der flüßigen Materie, z. E. des Weines in dem Faſſe (§. 215. Geom.); ſo könnet ihr

3. durch die Regel Detri (§. 85. Arithm.) das Gewicht der ganzen flüßigen Materie finden.

Z. E. ein Cubikſchuh Bley nach dem Pariſer Maaſſe verlieret im Waſſer 72 Pf. Ihr ſollet finden, wie ſchwer 345 c' Waſſer ſind.

1—72—345
72
690
2415
Gewicht des Waſſers 24840

Zuſatz.

26. Wenn euch das Gewicht einer flüßigen Materie gegeben wird; ſo könnet ihr auf eben eine ſolche Art ihren körperlichen Inhalt finden. Z. E. Man fraget, wie viel 325000 Pf. Waſſer Raum einnehme.

72—1—325000
1
325000

x 6
3227
47384
325000 | $4513\frac{8}{9}$' körperlicher Inhalt des Waſſers.
72222
777

Aufgabe.

27. Die Verhältniß der Schwere einer flüßigen Materie zu der Schwere einer andern flüßigen Materie von gleicher Menge zu finden.

Auflöſung.

1. Suchet, wie viel ein Cubikzoll Stein in einer flüſſigen Materie, z. E. im Waſſer, von ſeiner Schwe-

Schwere verlieret; ſo wiſſet ihr, wie viel ein Cubikzoll Waſſer wieget (§. 19.).

2. Eben ſo ſuchet, wie viel ein Cubikzoll Stein in einer andern flüßigen Materie, z. E. im Oel, verlieret; ſo wiſſet ihr, wie viel ein Cubikzoll Oel wieget (§. 19.).

Und alſo verhält ſich die Schwere des Waſſers zu der Schwere des Oeles, wie das Gewichte, welches ein Cubikzoll Stein im Waſſer verlieret, zu dem Gewichte, welches eben derſelbe im Oele verlieret.

Z. E. Ein Cubikſchuh Stein verlieret im Waſſer 72 Pf., im Oele 66 Pf. Derowegen verhält ſich die Schwere des Waſſers zu der Schwere des Oels, wie 72 zu 66, oder wie 12 zu 11 (§. 59. Arith.)

Aufgabe.

28. **Aus dem gegebenen Gewichte eines Körpers, der aus zwey verſchiedenen Materien zuſammengeſetzet worden, zugleich mit dem Gewichte, welche er in einer flüßigen Materie verlieret, die Schwere der beyden Materien insbeſondere zu finden, aus deren Vermiſchung er entſtanden.**

Auflöſung.

1. Machet durch die Erfahrung aus, wie viel z. E. 1 Pfund von denen beyden Materien in der gegebenen flüßigen Materie, z. E. im Waſſer von ſeiner Schwere verlieret; ſo könnet ihr

2. durch die Regel Detri ferner finden, wie viel jede von beyden Materien von ihrer Schwere verlieren würde in eben derſelben flüßigen Materie, z. E. dem Waſſer, wenn jede die Schwere des ganzen gegebenen Körpers hätte.

3. Ziehet das kleinere verlohrne Gewichte von dem gröſſern ab; und merket den Unterſcheid, welcher

andeutet, wie viel die Materie von der leichteren Art mehr von ihrer Schwere verlieret, als die Materie von der ſchwereren Art.

4. Ziehet ferner das Gewichte, welches die Materie von der ſchwereren Art verlieren würde, von dem Gewichte ab, welches der gegebene Körper verlieret, und merket abermals den Unterſcheid, welcher andeutet, wie viel der Körper mehr als die ſchwere Materie von ſeinem Gewichte verlieret.

5. Wenn ihr nun zu dem erſten Unterſcheide der Schwere des gegebenen Körpers und dem andern Unterſcheide die vierte Proportionalzahl ſuchet (§. 85. Arithm.); ſo iſt dieſelbe das Gewichte der Materie von der leichteren Art. Derowegen, wenn ihr

6. dieſes von dem ganzen Gewichte des Körpers abziehet; bleibet das Gewichte der Materie von der ſchwereren Art übrig.

Alſo iſt gefunden, was man verlangte.

Exempel.

Man hat einen Klumpen von 120 Pf. aus Zinn und Bley zuſammen vermiſchet, welcher in dem Waſſer 14 Pfund verlieret. Ihr ſollet finden, wie viel Pfund Bley und wie viel Pfund Zinn in demſelben ſind. Die Erfahrung lehret, daß 37 Pfund Zinn im Waſſer 5 Pf. und 23 Pf. Bley im Waſſer 2 Pf. von ihrer Schwere verlieren.

$$\begin{array}{r} 37 - 5 - 120 \\ 5 \\ \hline \frac{600}{37} \text{ Pf.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 23 - 2 - 120 \\ 2 \\ \hline \frac{240}{23} \text{ Pf.} \end{array}$$

$$\frac{600}{37} - \frac{240}{23} = \frac{13800 - 8880}{851} = \frac{4920}{851}$$

$$14 - \frac{8880}{851} = \frac{11914 - 8880}{851} = \frac{3034}{851}$$

4920—3034—120
41 1 (120

2
26
3034 | 74 Pf. Schwere der Materie von der leichteren Art.
4xx
4

120 Pf. Schwere des ganzen Körpers.

46 Pf. Schwere der Materie von der ſchwereren Art.

Anmerkung.

29. Auf eben ſolche Weiſe kann die Aufgabe aufgelöſet werden, welche der Hydroſtatik den Urſprung gegeben, und von dem Archimede zuerſt aufgelöſet worden; wie viel nemlich der Goldſchmidt Silber unter die Krone des Königs zu Syracuſa genommen, welche 18 Pfund ſchwer war. Denn weil 18 Pfund Gold im Waſſer 1 Pf., hingegen 18 Pfund Silber $1\frac{1}{2}$ Pf. und endlich die Krone $1\frac{1}{3}$ von ihrer Schwere verlohren; ſo wurde gefunden, daß zu der Krone 12 Pfund Silber und 6 Pf. Gold genommen worden.

Lehrſatz.

30. **Ein jeder Körper, welcher von ſchwererer Art iſt, als eine flüßige Materie, wendet in derſelben ſo viel Kraft an, niederzuſteigen, als ſein Gewichte die Schwere der flüßigen Materie überſchreitet, die eben ſo viel Raum wie er einnimmt.**

Beweis.

Denn er verlieret ſo viel von ſeiner Schwere in der flüßigen Materie, als die Schwere des Theiles derſelben

 iſt,

iſt, der eben ſo viel Raum einnimmt (§. 19.) Derowegen kann er nur die übrige Kraft zum Niederſteigen anwenden. W. Z. E.

Zuſatz.

31. Die Kraft alſo, welche den Körper z. E. im Waſſer erhalten will, darf nicht größer ſeyn, als der Körper ſchwerer iſt, als eben ſo viel Waſſer. Z. E. 37 Pf. Zinn verlieren im Waſſer 5 Pf. Alſo bedürfet ihr nur 32 Pf. Kraft, ſie in dem Waſſer zu erhalten.

Anmerkung.

32. Alſo kann man aus der Gröſſe und Schwere eines Körpers finden, wie viel Kraft erfordert wird, ihn unter dem Waſſer aufzuheben.

Z. E. Die Laſt iſt 104500 Pf. ihre Gröſſe 340. Ein Cubikſchuh Waſſer, darinnen ſie verſunken, wieget 72 Pf.

340	
72	
680	
238	
24480	Schwere des Waſſers, ſo der Laſt gleichet.
104500	Schwere der Laſt.
80020	erhaltende Kraft.

Zuſatz.

33. Da nun das Gewicht des Körpers die Schwere der flüßigen Materie, die er ausgejaget, mehr überſchreitet, wenn ſie von leichterer, als wenn ſie von ſchwererer Art iſt (§. 22.), ſo muß er auch in jener geſchwinder, als in dieſer unterſinken. Z. E. eine bleyerne Kugel ſinket im Weine geſchwinder unter als im Waſſer.

Lehrſatz.

34. **Wenn ein Körper von leichterer Art iſt, als eine flüßige Materie, z. E. als Waſ-**

ſer;

ſer; ſo tauchet er ſich ſo tief ein, bis das Waſſer, welches ſo viel Raum einnimmt, als der eingetauchte Theil, ſo ſchwer iſt, als der ganze Körper.

Beweis.

Es ſey z. E. der Körper, ſo eingetauchet wird, ein hölzerner Cylinder. Bildet euch ein, das Waſſer beſtehe aus vielen Cylindern, die alle einander die Wage halten, weil ſie einerley Höhe haben (§. 15.). Wenn ihr nun den hölzernen Cylinder auf das Waſſer leget; ſo wird der Cylinder von Waſſer unter ihm mehr drucken, als die zu den Seiten widerſtehen (§. 10.), und er wird dannenhero das Waſſer zur Seiten in die Höhe treiben (§. 13.), folgends ſich eintauchen. So bald er aber ſo viel Waſſer ausgejaget, als ſeiner ganzen Schwere gleichet, iſt der Cylinder des Waſſers, von welchem er getragen wird, nicht ſchwerer, als er vorhin war, da das Waſſer an der Stelle war. Derowegen weil vorhin das umſtehende Waſſer demſelben die Wage hielt, muß es auch jetzt, da für einen Theil Waſſer etwas gleichgültiges ſubſtituiret worden, demſelben die Wage halten. Und ſolchergeſtalt kann ſich der hölzerne Cylinder nicht weiter eintauchen. W. Z. E.

Zuſatz.

35. Wenn man einerley Körper auf fließende Materien von verſchiedener Art der Schwere leget; ſo muß er in der von einer leichteren Art ſich tiefer eintauchen, als in der von einer ſchwereren Art; z. E. tiefer im Weine als im Waſſer, weil mehr Wein als Waſſer dem Körper an Schwere gleich iſt.

Zuſatz.

36. Je näher die Schwere des Körpers zu der Schwere der flüßigen Materie z. E. des Waſſers kommet, je tiefer tauchet ſich derſelbe ein. Z. E. Holz von

 ſchwe-

ſchwererer Art tauchet ſich tiefer ein, als Holz von leichterer Art.

Zuſatz.

37. Wenn alſo der Körper mit der flüßigen Materie einerley Art der Schwere hat, daß z. E. ein Cubikſchuh deſſelben ſo viel, als ein Cubikſchuh Waſſer wieget; tauchet der Körper ſich ganz unter und bleibet innerhalb dem Waſſer ſtehen, wo man ihn hinſtöſſet.

Zuſatz.

38. Wenn der Körper ſich z. E. um den vierten Theil eintauchet; ſo wieget der vierte Theil Waſſer ſo viel als der ganze Körper. Wenn ihr demnach vier Theile Waſſer nehmet, das iſt, ſo viel, als der Raum des ganzen Körpers faſſen kann; ſo muß daſſelbe viermal ſo viel, als der ganze Körper wiegen. Solchergeſtalt verhält ſich die Schwere des Körpers zu gleich viel flüßiger Materie, wie der eingetauchte Theil zu ſeiner ganzen Gröſſe.

Zuſatz.

39. Wenn ein Körper von leichterer Art, als eine flüßige Materie iſt, auf dem Boden eines Gefäſſes lieget; ſo kann er nicht eher von dem Boden gehoben werden, als bis man ſo viel von derſelben hineingegoſſen, daß ſie über den Theil gehet, welcher ſich in ihr eintauchet, wenn das Gefäß voll iſt.

Aufgabe.

40. **Aus der gegebenen Schwere z. E. eines Cubikſchuhes Waſſers, und der Gröſſe des eingetauchten Theils eines Körpers, die Schwere des ganzen Körpers zu finden.**

Auflöſung.

Weil der Körper ſo viel wieget als das Waſſer, welches dem eingetauchten Theile gleich iſt (§ 34.); ſo dürfet ihr nur ſagen: wie ſich verhält ein Cubikſchuh

Waſſer

Waſſer zu ſeiner gegebenen Schwere, eben ſo verhält ſich der eingetauchte Theil des Körpers zu der Schwere des ganzen Körpers, die ihr demnach durch die Regel Detri (§. 85. Arithm.) finden könnet.

Exempel.

Ein Cubikſchuh Waſſer wieget 72 Pf. Der eingetauchte Theil des Körpers iſt 740′.

```
1′—72—740′
       72
  ─────────
     1480
    518
  ─────────
    53280 Pf. Schwere des Körpers.
```

Aufgabe.

41. Aus der gegebenen Schwere z. E. eines Cubikſchuhes Waſſer, und der Schwere eines Körpers, die Gröſſe des Theiles zu finden, um welchen er ſich in dem Waſſer eintauchen muß.

Auflöſung.

Weil ihr ſagen könnet. Wie die Schwere eines Cubikſchuhes Waſſer zu der Gröſſe eines Cubikſchuhes, ſo verhält ſich die Schwere des gegebenen Körpers zu der Gröſſe des Theiles, um welchen er ſich eintauchen muß (§. 34.); ſo könnet ihr abermal die verlangte Gröſſe des einzutauchenden Theils durch die Regel Detri finden (§. 85. Arithm.)

Exempel.

Es ſey die Schwere des Körpers 53280 Pf.

```
72—1′—53280 Pf.
            1
  ─────────────
        53280
```

```
  2
 48
53280 | 740′ Gröſſe des einzutauchenden Theiles.
 7222 |
  77  |
```

Anmerkung.

42. Wenn man das Geſetz kennt, nach welchem ſich die Geſtalt eines Körpers von unten nach oben ändert, und nun daraus die jedesmalige Höhe von unten hinauf herzuleiten weiß, welcher ein beſtimmter kubiſcher Inhalt zugehört, ſo läßt ſich nun auch die Tiefe beſtimmen, zu der ſich ein Körper im Waſſer eintaugen muß. Solche Betrachtungen laſſen ſich auch auf Schiffe anwenden. (L.)

Aufgabe.

43. Die Kraft zu finden, welche einen Körper in einer flůßigen Materie von ſchwererer Art als er iſt, z. E. ein Stück Holz, unter dem Waſſer erhalten kann, wenn ſeine Gröſſe und Schwere nebſt der Schwere der flůßigen Materie, z. E. eines Cubikſchuhes Waſſer, gegeben wird.

Aufloͤſung.

Es iſt (§. 34.) klar, daß ſo viel Kraft erfordert wird, den Körper unter dem Waſſer zu erhalten, als das Waſſer mehr wieget, welches eben ſo viel Raum einnimmt. Derowegen

1. ſuchet aus der gegebenen Schwere eines Cubikſchuhes Waſſer und der Gröſſe des Körpers, durch die Regel Detri (§. 85. Arithm.) die Schwere des Waſſers, welches ſo viel Raum als der ganze Körper einnimmt.

2. Ziehet davon die Schwere des Körpers ab; ſo bleibet die verlangte Kraft übrig.

Exem-

Exempel.

Ein Cubikſchuh Waſſer wieget 72 Pfund, ein Körper, den man unter demſelben erhalten ſoll, 100 Pfund. Seine Gröſſe iſt 8′.

1′ — 72 — 8′
8

576 Pf. Schwere des Waſſers, welches dem Körper gleichet.
100 Pf. Schwere des Körpers.

476 Pf. Kraft, die den Körper unter dem Waſſer erhält.

Zuſatz.

44. Weil der Körper mit ſo großer Gewalt auf die Höhe getrieben wird, als die Kraft iſt, welche ihn unter dem Waſſer oder einer andern flüßigen Materie erhalten kann; ſo kann man durch gegenwärtige Aufgabe auch die Gewalt finden, durch welche ein Körper in einer gegebenen flüßigen Materie von einer ſchwereren Art, als er iſt, in die Höhe getrieben wird. Als in dem vorigen Exempel iſt dieſelbe 476 Pf.

Lehrſatz.

45. **Wenn ein Gefäſſe AB, das voll Waſſer iſt, bis an die Linie AC ſich eintauchet; ſo iſt die Kraft, welche das leere Gefäſſe bis an die Linie AC eingetauchet erhalten kann, derjenigen gleich, die das volle in der Luft erhalten kann.** 6.

Beweis.

Weil das volle Gefäſſe ſo tief eingetauchet wird, als es die Kraft niederdrücket; ſo muß dieſe der Schwere deſſelben gleich ſeyn. Die Kraft aber, welche das volle

Gefäſſe in der Luft erhält, iſt auch ſeiner Schwere gleich. Derowegen muß auch die Kraft, welche das leere Gefäſſe bis zu der Linie AC in dem Waſſer niederdrücken kann, derjenigen gleich ſeyn, die das volle in der Luft erhalten kann (§. 22. Arithm.) W. Z. E.

Lehrſatz.

46. **Die flüßige Materie wird um ſo viel ſchwerer, als der untergetauchte Körper von ſeiner Schwere in derſelben verlieret; imgleichen ſo viel Kraft erfordert wird, den leichteren unter der flüßigen Materie zu erhalten.**

Beweis.

Wenn der Körper untergetauchet iſt, ſo wird ſo viel von ſeiner Schwere von dem Waſſer getragen, als er in demſelben verlieret, wie aus dem Beweiſe des **Lehrſatzes** §. 19. erhellet. Da nun dieſer Theil der Schwere zugleich mit dem Waſſer unter oder über ihm in einem Cylinder dem umſtehenden Waſſer die Wage hält; muß es auch zugleich mit dem Waſſer im ganzen Gefäſſe auf den Boden des Gefäſſes drucken, und alſo mit ihm wiegen. **Welches das erſte war.**

Die Kraft, welche den Körper, der von der flüßigen Materie in die Höhe geſtoßen wird, unter derſelben erhält, drucket die flüßige Materie. Und alſo iſt es eben ſo viel, als wenn ein gleichgültiges Gewichte darauf geleget würde; folgends muß die flüßige Materie um ſo viel ſchwerer werden. **Welches das andere war.**

Anmerkung.

47. Vom Druck auf Seitenwände iſt bisher nichts geſagt worden; weil er mit der Entfernung der gedruckten Stellen von der Oberfläche des Waſſers eben ſo zunimmt, wie das Moment der Kraft am Hebel mit der Entfernung von der Umdre-

hungsaxe, ſo iſt es eben ſo gut, als ob alle Preſſungen im Schwerpunkt der Wand beyſammen wären, oder die Wand in der Tiefe ihres Schwerpunkts unter dem Waſſerſpiegel horizontal läge. Hierauf beruhen manche Hydrotechniſche Anſtalten, worüber man aber überhaupt beſondere Schriften nachleſen muß. Denen, welche H. H. **Käſtner** in ſeiner Hydroſtatik S. 133. erwähnt hat, füge ich noch folgende bey: Beyträge zum prakt. Waſſerbau von Hrn. **Wiebeking**; Praktiſches Handbuch für Hydrotechniker von Hrn. **Fuchs**; Beyträge zur Hydrauliſchen Architektur von Hrn. **Woltmann**; Vom Bau der Wehre von Hrn. v. **Cancrin**. (L.)

Anfangs-Gründe
der
Aerometrie. *)

Erklärung.

1.

Die Lehre von den Eigenſchaften der Luft, welche einer arithmetiſchen Beſtimmung fähig ſind, heiſt die Aerometrie.

Erfahrung.

2. Wenn ihr die Hand durch einen Raum, der leer zu ſeyn ſcheinet, gegen das Geſichte beweget; ſo werdet ihr wahrnehmen, das etwas das Geſichte berühret, ohnerachtet die Hand nicht daran kommet. Alſo muß eine Materie in demſelben Raume ſeyn, die ſehr ſubtil, weil man ſie nicht ſehen kann, und deren Theile nicht feſte zuſammenhängen, weil ſie die Körper in ihrer Bewegung nicht aufhält, das iſt, flüßig iſt (§. 2. Hydroſt.) Dieſe uns überall nmgebende Materie nennen wir die **Luft**.

Erklärung.

3. Ein Körper wird zuſammengedrückt, wenn ſeine Theile durch eine äußere Gewalt in einen engern Raum

*) Hierher gehören Hrn. H. Käſtners und H. H. Karſtens Anleitungen in ihren ſchon am Anfang der Mechanik angeführten Werken; ingleichem des Hrn. Prony neue Architektura Hydraulika u. a. m.

Raum gebracht werden; er wird zuſammengezogen, wenn dieſes durch die Kälte geſchieht.

Erklärung.

4. Ein Körper wird ausgedehnt, wenn ſeine Materie durch einen größern Raum ausgebreitet wird.

Erklärung.

5. Ein Körper heiſt elaſtiſch, wenn er der Zuſammendrückung fähig iſt, und nach Wegnehmung der äußeren Gewalt, die ihn zuſammendrückte, ſich wieder in ſeinen erſten Raum ausbreitet.

Erfahrung.

6. Wenn man ein umgekehrtes Trinkglas in ein mit Waſſer angefülltes Gefäß ſo eintaucht, daß ſein unterer Rand beym Eintauchen dem Waſſerſpiegel parallel iſt, ſo ſteigt zwar das Waſſer im Glas immer höher, je tiefer man es eintaugt, aber die Oberfläche des Waſſers im Gefäß ſteht immer höher, als die des Waſſers im Glas. (1.)

Zuſatz.

7. In dem Glas iſt nur Luft, die alſo durch den Druck des äußern Waſſers zuſammengedrückt wird; daß aber die Luft nach ihrer Zuſammendrückung ein Beſtreben hat, ſich wieder auszudehnen, erhellet aus dem niedrigern Waſſerſtande im Glaſe, weil ſonſten, wie in der Hydroſtatik gezeigt worden iſt, das Waſſer im Glas eben ſo hoch ſtehen müßte, als das äußere im Gefäß. Alſo iſt die Luft elaſtiſch. (1.)

Zuſatz.

8. Eben das beweiſen viele andere ganz einfache Verſuche. Z. B. Man dehne eine Blaſe, ſo viel man will, auseinander, indem man mit einem Blaſebalg hineinbläſt, und binde ſie während dem Aufblaſen unterhalb dem eingeſteckten Röhrchen feſt zuſammen. Dieſe

ausgedehnte Blaſe läßt ſich nun durch Umwendung und ſtarkes Zuſammenziehen eines Bindfadens in einen beträchtlich kleinern Raum bringen; ſobald man aber den Faden wieder abnimmt, dehnt ſich die Blaſe wieder in ihren vorigen Raum aus. (I.)

Erklärung.

9. Eine **Luftpumpe** heiſt ein Werkzeug, wodurch man die in einem Gefäß befindliche Luftmaſſe vermindern oder vermehren, d. i. die Luft verdünnen oder verdichten kann.

Aufgabe.

10. Eine Luftpumpe zu machen.

Auflöſung.

1. Laſſet einen hohlen Cylinder AB aus Meſſing gieſſen, und inwendig auf das allerſorgfältigſte auspoliren, damit der Stempel DE auf das genaueſte darein paſſet, und nicht im geringſten etwas Luft darzwiſchen ſich aufhalten kann. I.

2. Den Stempel DE ſetzet aus Scheiben von Büffel=Leder, daraus die Degengehänge verfertiget werden, oder auch noch lieber von Hirſch=Leder, das geſchmeidiger iſt, zuſammen, nachdem ſie vorher mit Baumöle und ausgekochtem Schweinefette vollgetränket worden, und faſſet ihn zwiſchen zwey meſſingene Platten, deren eine oben in D, die andere unten in E geleget wird. Befeſtiget ihn an der eiſernen Stange CD, welche von C bis D bekammet iſt, damit ihr ihn durch Hülfe des eiſernen Creutzes ON und des mit ihm an einer Welle befeſtigten Stirnrades leichte heraus und hinein winden könnet.

3. In B löthet eine Röhre BFKL an, in welcher in F der Hahn IHG eingeſetzet wird, damit ihr nach Belieben die Pumpe verſchlieſſen und aufmachen kön-

könnet. Zu welchem Ende der Hahn einmal quer durchbohret, damit die Luft aus der Röhre LK in den Körper der Pumpe kommen kann; hernach aber nur auf einer Seite etwas ſchräge hinauf eingebohret wird, damit die Luft aus dem Körper der Pumpe durch die Röhre des Hahnes FH herausgetrieben werden kann. Oben aber iſt ein meſſingener Stöpſel I, damit die Röhre des Hahnes zugeſtopfet wird, wenn es nöthig iſt.

4. Endlich machet oben an die Röhre KL eine Schraube, damit ihr den Teller PQ, darauf die Gläſer geſetzet werden, aus denen man Luft herauspumpen will, imgleichen andere Gefäſſe, die ihr ausleeren wollet, durch Hülfe einer Mutter aufſchrauben könnet.

Anmerkung.

11. Die hier beſchriebene Luftpumpe iſt die **Senguerdſche**. In neuern Zeiten hat man ſich ſehr um die Vervollkommnung dieſes Werkzeugs bemüht. Vorzüglich gehören hierher:

Hrn. H. **Kästners** Beſchreibung der **Smeatonſchen** Luftpumpe, in ſeiner Aerometrie; Hrn. **Hofrath Lichtenbergs** Beſchreibung eben der Luftpumpe mit den von **Nairne** und **Blunt** angebrachten Verbeſſerungen in ſeiner 5ten Ausgabe der Erxlebenſchen Naturlehre, nach der Vorrede; Beſchreibung einer verbeſſerten Luftpumpe von **Joh. Cuthberſon** a. d. Engliſchen. Beſchreibung einer neuen und vollkommenen Einrichtung der Luftpumpe (der **Schraderſchen**); **Baaders** Luftpumpen, in Hrn. **Grens** Journ. der Phyſ. II. B. S. 326. u. f. f. Anthiae nouae hydraulicopneumaticae mechanismus & deſcriptio auct. Hindenburg. (L.)

Anmerkung.

12. Daß ſich durch die Dämpfe ſiedenden Waſſers die Luft aus Gefäßen treiben läßt, und durch nachherige Abkühlung des verſchloſſenen Gefäßes dieſe Dämpfe wieder in zuſammenfließende Tropfen verwandelt werden können, gab zur erſten Erfindung der Dampfmaſchinen Anlaß. Späterhin benutzte man dieſe Eigenſchaften der Waſſerdämpfe zu einer neuen Art von

Luft-

Luftpumpen. S. Hrn. Grens Journ. der Phyſ. VI. B. S. 86 u. f. f.

Erfahrung.

13. Kuͤttet an eine große glaͤſerne hohle Kugel A eine meſſingene kurze Roͤhre mit ei⸗
4. nem Hahne und einer Schraubenmutter B, da⸗ mit ihr ſie nach Gefallen verſchlieſſen, und auf die Luftpumpe in L ſchrauben koͤnnet. Pumpet die Luft heraus, ſo viel als moͤglich iſt, und ſchlieſſet den Hahn zu. Schraubet ſie ab, und leget ſie auf eine Wageſchaale: auf die andere Schaale aber ſo viel Gewichte als noͤthig ſind, ſie in einen genauen wagerechten Stand zu ſetzen. Hierauf machet den Hahn auf; ſo werdet ihr die aͤuſſere Luft mit einem Geraͤuſche hineinfahren hoͤren, und die Kugel wird einen Ausſchlag geben, auch beſtaͤndig mehr wiegen, als da die Luft ausgeleeret war.

Zuſatz.

14. Weil die Kugel die Wageſchaale mehr nieder⸗ drucket, wenn ſie voll Luft iſt, als wenn ſie leer iſt; ſo muß die Luft ſchwer ſeyn (§. 23. Mech.)

Zuſatz.

15. Weil die Luft ſich zuſammendrucken laͤſſet, und die obere Luft durch ihre Schwere auf die untere drucket; ſo iſt kein Wunder, daß die untere Luft dichter, die obe⸗ re aber duͤnner befunden wird.

Zuſatz.

16. Daher muß die untere Luft von ſchwererer Art ſeyn, als die obere; weil mehr derſelben in einem Rau⸗ me enthalten.

Anmerkung.

17. Es laͤßt ſich alſo das Gewicht oder die ſpecifiſche Schwere der Luft nicht allgemein angeben. Nach Hrn. Grens

Grens Verſuchen (Grundriß der Naturlehre Ausg. von 1793. S. 599.) iſt die ſpec. Schwere einer nicht ſehr feuchten Luft bey 65 Grad des Fahrenheitſchen Thermometers und der Barometerhöhe von 27 Zoll 8 Linien Rhl. Maas = $\frac{1}{800}$, die des Waſſers = 1 geſetzt, nach dem Verfahren §. 13. Von Thermometern und Barometern wird bald geredet werden. (L.)

Lehrſatz.

18. **Die ausdehnende Kraft der Luft iſt der Kraft gleich, welche die Luft zuſammendrucket.**

Beweis.

Die Luft wird von einer kleinen Kraft nicht ſo enge zuſammen gedrucket, als von einer groſſen. Derowegen muß ſie derſelben widerſtehen. Sie hat aber eine ausdehnende Kraft, durch welche ſie ſich, ſo viel ihr zugelaſſen wird, auszudehnen trachtet (§. 15.) Darum muß ſie durch ihre ausdehnende Kraft derjenigen widerſtehen, die ſie zuſammendrucket (§. 8. Hydroſt.) Und weil dieſe nichts mehr wider ſie vermag; ſo muß ſie ihr gleich ſeyn (§. 13. Hydroſt.) W. Z. E.

Zuſatz.

19. Je mehr alſo die Luft zuſammengedrucket wird, je ſtärker wird ihre ausdehnende Kraft. Hingegen je dünner ſie wird, je ſchwächer wird ſie.

Anmerkung.

20. Es verſteht ſich, daß die Verdünnung ohne Verminderung der Wärme geſchehen muß, weil größere Wärme die ausdehnende Kraft der Luft vergrößert.

Zuſatz.

21. Wenn alſo die Luft zweymal ſo viel gedrucket wird; ſo wird ihre ausdehnende Kraft zweymal ſo ſtark, als vorhin. Wird ſie dreymal ſo viel gedrucket; ſo iſt ſie dreymal ſo ſtark, wie vorhin u. ſ. w.

Zuſatz.

22. Daß aber eine beſtimmte Luftmaſſe von der doppelten Kraft in die Hälfte des Raums, von der dreyfachen in den dritten Theil des Raums u. ſ. w. zuſammengedruckt werde, alſo, bey einerley Wärmegrad, Luft von doppelter Dichtigkeit doppelte Ausdehnungskraft, Luft von 3 facher Dichtigkeit 3 fache Ausdehnungskraft habe u. ſ. w. läßt ſich aus dem Geſagten noch nicht ſchließen. Inzwiſchen weiß man aus der Erfahrung, daß wenigſtens bis zur 4 fachen Dichtigkeit auch dieſer Satz ſeine Richtigkeit hat, d. h. wenigſtens bis zu einer zuſammengepreßten Luft, deren ſpec. Schwere etwa = 0,005 iſt, die des Waſſers = 1 geſetzt.

Zuſatz.

23. Die ausdehnende Kraft der unteren Luft iſt der Schwere der ganzen obern gleich, die auf ſie drucket.

Zuſatz.

24. Und darum können alle Wirkungen von der ausdehnenden Kraft der untern Luft geſchehen, die durch das Drucken von der Schwere der ganzen Luft möglich ſind.

Erfahrung.

25. Füllet eine Röhre, die über 32 Rheinländiſche Schuhe lang iſt, mit Waſſer. Verſtopfet ſie oben, daß keine Luft hinein kann, und unten verſchlieſſet ſie mit einem Hahne. Richtet die Röhre gerade auf, und ſetzet den Hahn ins Waſſer. Wenn ihr ihn aufmachet, wird das Waſſer anfangen herauszulaufen, hingegen bald aufhören, wenn es 31 bis 32 Rheinländiſche Schuhe hoch ſtehet.

Zuſatz.

26. Weil das Waſſer, welches in der Röhre hangen bleibet, auf das Waſſer in dem Gefäſſe drucket (§. 9. Hy-

9. Hydroſt.), und das umſtehende Waſſer ihm nicht weichet, ſo iſt nöthig, daß es um und um gleichviel gedrucket werde. Nun drucket aber auf das Waſſer die Luft (§. 18.) Derowegen muß dieſelbe auf eine Circulfläche ſo ſtark drucken, als ein Waſſer-Cylinder, der dieſen Circul zu ſeiner Grundfläche hat, und 32 Rheinländiſche Schuhe hoch iſt.

Zuſatz.

27. Weil die Luft das Waſſer in einer Röhre, ſo oben leer iſt, 32 Schuh hoch erhalten kann, das Queckſilber aber 14mal ſo ſchwer, als das Waſſer iſt; ſo kann ſie daſſelbe nur den vierzehnten Theil von 32 Schuhen hoch erhalten (§. 18. Hydroſt.).

Zuſatz.

28. Wenn ihr dannenhero eine gläſerne Röhre AB, die oben in A zugeſchmelzet iſt, mit Queckſilber füllet, und in ein Gefäſſe mit Queckſilber ſetzet; ſo wird das Queckſilber aus der Röhre nicht ganz herunterfallen, ſondern in derſelben beynahe 28 Zoll hoch ſtehen bleiben; wie Torricellius zuerſt wahrgenommen, und von welchem ſie auch die Torricellianiſche Röhre genennet wird. Gieſſet ihr auf das Queckſilber in dem Gefäſſe Waſſer; ſo ſteiget es höher, weil die Luft mit dem Waſſer drucket. Hingegen wenn ihr die Torricellianiſche Röhre unter eine gläſerne Glocke mit einer weiten gläſernen Röhre ſetzet, und die Luft wegpumpet: ſo werdet ihr finden, daß das Queckſilber nach und nach herunterfället. 3.

Anmerkung.

29. Der Verſuch (§. 28.) iſt viel leichter anzuſtellen, als der (4. 25.) und eben darum letzterer zur Beſtimmung des Drucks unſerer Atmoſphäre vorzuziehen. Es iſt aber hierbey noch zu merken, daß nach der tiefern oder höhern Lage des Orts, wo man die Beobachtung anſtellt, die Queckſilberſäule höher oder niedriger ſeyn müſſe, weil der Druck der Atmoſphäre ſtärker oder ſchwächer iſt (§. 16.).

Aufgabe.

30. **Aus der gegebenen Grundfläche der Luftſäule, ihre Schwere zu finden.**

Auflöſung.

1. Multipliciret die Grundfläche der Luftſäule durch die Höhe des Waſſers, ſo ihr die Wage hält (§. 27.); das Produkt iſt der körperliche Inhalt einer Waſſerſäule, die mit der Luftſäule einerley Schwere hat (§. 197. Geom.).
2. Wiſſet ihr nun, wie ſchwer ein Cubikſchuh Waſſer iſt; ſo könnet ihr durch die Regel-Detri die verlangte Schwere der Luftſäule finden (§. 85. Arithm.).

Exempel.

Es ſey der Diameter eines Circuls 100''' ſo iſt die

Fläche	7850□''' (§. 134. Geom.)
Höhe der Waſſerſäule	3100
	785000
	23550
Inhalt der Waſſerſäule	24335000⊕'''

1000⊕'' — 64 Pf. — 24335⊕''.

64
97340
146010
1557440

1557440 | $1557\frac{1}{2}$ Pf. Schwere der Luftſäule.
1 000 |

Lehrſatz.

31. **Wenn ein Gefäſſe voll Luft iſt, vermag die äuſſere Luft nichts wider daſſelbe. Wenn aber die innere ausgeleeret wird, erfolget eine Würkung, welche der druckenden Kraft der äuſſeren Luft gemäß iſt.**

Beweis.

Beweis.

Wenn das Gefäſſe voll Luft iſt, die eben ſo dichte wie die äuſſere: ſo iſt die ausdehnende Kraft der äuſſeren gleich (§. 18.) Darum drucket die innere Luft ſo viel heraus, als die äuſſere hineindrucket: folgends kann die äuſſere mit ihrem Drucken wider das Gefäſſe nichts ausrichten (§. 13. Hydroſt.) **Welches das erſte war.**

Wenn aber die innere Luft entweder ganz, oder zum Theil ausgeleeret wird (§. 28.); ſo wird ſie in dem letzten Falle dünner, als die äuſſere, und daher ihre ausdehnende Kraft geſchwächet (§. 19.) Da nun in dem erſten Falle dem Drucken der äuſſeren Luft gar kein Widerſtand geſchiehet, in dem andern aber weniger Widerſtand gethan wird, als die äuſſere Luft drucket; ſo muß allerdings eine Würkung erfolgen, die entweder der ganzen druckenden Kraft der Luft, oder ihrem Ueberſchuſſe über den Widerſtand der inneren proportioniret iſt (§. 13. Hydroſt.) **Welches das andere war.**

Lehrſatz.

32. **Wenn in der Torricellianiſchen Röhre über dem Queckſilber ein wenig Luft bleibet: ſo wird daſſelbe nicht ſo hoch darinnen ſtehen, als wenn ſie leer iſt.**

Beweis.

Wenn die innere Luft ſo dicke iſt, wie die äuſſere, ſo kann ihre ausdehnende Kraft allein der äuſſeren die Wage halten (§. 18. Aer. §. 13. Hydroſt.) Derowegen muß das Queckſilber, vermöge ſeiner Schwere, anfangen zu fallen (§. 13. Hydroſt.) Indem dieſes geſchiehet, dehnet ſich die eingeſchloſſene Luft aus, und, da ſie dünner wird, nimmet ihre ausdehnende Kraft ab (§. 19.) Da ſie nun nicht mehr der veränderten äuſſeren Luft die Wage halten kann (§. 13. Hydroſt.), muß nothwendig etwas von dem Queckſilber zurücke bleiben. W. Z. E.

Lehrſatz.

33. **Wenn die Luft ſchwerer wird; ſo muß das Queckſilber in der Torricellianiſchen Röhre höher ſteigen. Wird ſie aber leichter, ſo muß es niederfallen.**

Beweis.

Denn das Queckſilber in der Torricellianiſchen Röhre hält die Wage mit der Schwere der Luft (§. 30.). Wenn nun dieſe geringer wird, muß auch die Schwere des Queckſilbers, folgends ſeine Höhe abnehmen: wird ſie aber größer, ſo muß auch das Queckſilber höher ſteigen (§. 13. Hydroſt.) W. Z. E.

Zuſatz.

34. Da alle Tage im Jahre die Höhe des Queckſilbers in der Torricellianiſchen Röhre (ob zwar nicht viel, doch merklich) verändert wird; ſo hat man daraus geſchloſſen, daß die Schwere und alſo auch die ausdehnende Kraft der Luft vielen Veränderungen täglich unterworfen ſey.

Zuſatz.

5. 35. Daher bedienet man ſich dieſes Inſtrumentes, die Veränderung in der Schwere der Luft damit abzumeſſen, und nennet es **Barometer** oder auch Baroſcopium.

Erklärung.

5. 36. Die Höhe der Queckſilberſäule in der gläſernen Röhre, d. h. die lothrechte Entfernung des oberſten Punkts ihrer Mittellinie über dem oberſten Punkt derſelben in dem untern Behältniſchen, heiſt die **Barometerhöhe.**

Erklärung.

37. Zeichnet man ein ganzes Jahr hindurch, z. B. täglich Mittags 12 Uhr die Barometerhöhe auf, und divi-

dividirt alsdenn die Summe aller dieſer Höhen mit 365 (im Schaltjahr mit 366), ſo heiſt die herauskommende Zahl die **mittlere Barometerhöhe** für die Gegend, wo man beobachtet. Die mittlere Barometerhöhe iſt deſto ſicherer, je größer die Anzahl von Tägen und die Anzahl von Aufzeichnungen an jedem Tage iſt.

Erfahrung.

38. An den Europäiſchen Meeresufern läßt ſich die mittlere Barometerhöhe ohne merklichen Irthum zu 28 Pariſer Zolle Zolle annehmen. In höhern Gegenden iſt ſie alſo geringer, in tiefern größer (§. 29.)

Zuſatz.

39. Aus der mittlern Barometerhöhe einer Gegend läßt ſich ziemlich nahe die Höhe dieſer Gegend über dem Meere beſtimmen, wenn man die vorſtehende Erfahrung zum Grund legt. Beobachtet man zu einerley Zeit mit übereinſtimmenden Barometern die Barometerhöhen an verſchiedenen Stellen, bey nicht ſehr verſchiedener Witterung, ſo läßt ſich aus dem Unterſchied dieſer Barometerhöhen auf die Höhe der einen Stelle über der andern ziemlich genau ſchließen, wie ich gleich näher zeigen will.

Aufgabe.

40. Es ſey z. B. auf einem Berg die Barometerhöhe p Par. Linien, am Meer H Linien (entweder zu einerley Zeit beobachtet, oder die mittlere Barometerhöhe genommen): man ſoll die Höhe des Bergs beyläufig beſtimmen.

Auflöſung.

1. Ich nehme an, die ſpec. Schwere des Queckſilbers iſt m mal ſo groß, als die der Luft am Meer, wo die Barometerhöhe H Linien beträgt.
2. Ich ſtelle mir die ganze Höhe der zwiſchen beyden Stationen befindlichen Luftſäulen in Schichten abgetheilt vor, jede Schichte zu 1 Toiſe oder 864

Par. Linien hoch, und nehme an, daß ohne merklichen Irthum in jeder ſolcher einzelen Schichte die Luft als gleich dicht angeſehen werden könne.

3. Wenn man nun von der untern Station zu der obern (d. i. im Ex. auf den Berg) ſteigt, ſo fällt das Queckſilber im Barometer von Schichte zu Schichte, und es iſt die Höhe des Falls in Par. Linien:

in der 1ſten Schichte $= \frac{864}{m}$ wofür ich α ſetze

— 2ten — $= \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \cdot \alpha$ oder $= \beta$

— 3ten — $= \left(1 - \frac{\alpha + \beta}{H}\right) \cdot \alpha$

$$= \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \cdot \alpha - \frac{\alpha}{H} \cdot \beta = \beta - \frac{\alpha}{H} \cdot \beta$$

$$= \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \cdot \beta \text{ oder } = \gamma$$

in der 4ten Schichte:

$$= \left(1 - \frac{\alpha + \beta + \gamma}{H}\right) \cdot \alpha = \left(1 - \frac{\alpha + \beta}{H}\right) \cdot \alpha - \frac{\gamma}{H} \cdot \alpha$$

$$= \gamma - \frac{\alpha}{H} \cdot \gamma = \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \cdot \gamma$$

Und ſo ergiebt ſich allemal der nächſtfolgende Fall, wenn man den vorhergehenden mit $1 - \frac{\alpha}{H}$ multiplicirt.

4. Steigt man alſo durch n Luftſchichten, ſo iſt der ganze Fall des Queckſilbers in allen Schichten zuſammengenommen:

$= \alpha$

$$= \alpha + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) \cdot \alpha + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^2 \cdot \alpha + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^3 \alpha +$$

$$\left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^4 \cdot \alpha \ldots + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^{n-1} \cdot \alpha$$

$$= \alpha \cdot \left(1 + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right) + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^2 \ldots + \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^{n-1}\right)$$

die eingeſchloſſene Reihe iſt nach (Algebra §. 60. no. 5.)

$$= \frac{1 - \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^n}{\left(\frac{\alpha}{H}\right)};$$

ſetzt man alſo den ganzen Fall des Queckſilbers = f, ſo hat man

$$f = \frac{\alpha \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^n\right)}{\frac{\alpha}{H}} = H \cdot \left(1 - \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^n\right)$$

5. Demnach

$$1 - \frac{f}{H} = \left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)^n \text{ oder } \log\left(1 - \frac{f}{H}\right) = n \cdot l\left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)$$

und nun

$$n = \frac{\log\left(1 - \frac{f}{H}\right)}{\log\left(1 - \frac{\alpha}{H}\right)}$$

Es iſt aber

$$f = H - p, \text{ alſo } 1 - \frac{f}{H} = 1 - \frac{H-p}{H} = \frac{p}{H} \text{ und}$$

$$\log\frac{p}{H} = lp - lH;\ \log\left(1-\frac{\alpha}{H}\right) = l\left(\frac{H-\alpha}{H}\right) = l(H-\alpha) - lH$$

Demnach

$$n = \frac{lp - lH}{l(H-\alpha) - lH}$$

$$= \frac{lH - lp}{lH - l(H-\alpha)}$$

Oder (no. 3.)

$$n = \frac{lH - lp}{lH - l\left(H - \frac{864}{m}\right)}$$

wo dann n die Anzahl von Schichten, alſo die Anzahl von Toiſen iſt.

6. Wenn alſo H die mittlere Barometerhöhe an der Meeresfläche bedeutet, und die ſpec. Schwere des Queckſilbers m mal ſo groß als die mittlere ſpec. Schwere der Luft am Meere iſt, ſo hat man, H = 336 Linien geſetzt, die Höhe einer Station, für welche die Barometerhöhe = p Linien iſt, über der Meeresfläche

$$= \frac{l\,336 - lp}{l\,336 - l\left(336 - \frac{864}{m}\right)},$$

und die Höhe einer Station, für welche die Barometerhöhe q iſt, über der Meeresfläche

$$= \frac{l\,336 - lq}{l\,336 - l\left(336 - \frac{864}{m}\right)}$$

alſo die Höhe beyder Stationen über einander

= l

$$= \frac{l\,336 - lq}{l336 - l\left(336 - \frac{864}{m}\right)} - \frac{l\,336 - lp}{l336 - l\left(336 - \frac{864}{m}\right)};$$

$$\text{alſo } n = \frac{lp - lq}{l336 - l\left(336 - \frac{864}{m}\right)}$$

Setzt man die Barometerhöhe auf der Meeresfläche = 336 Linien, ſo läßt ſich

$$m = 14 \cdot 800 = 11200$$

annehmen; aber für jede Barometerhöhe auf der Meeresfläche muß man, wenn ſie überhaupt H heißt, $\frac{336}{H} \cdot 11200$ ſtatt m ſetzen, und ſo erhält man:

$$n = \frac{lp - lq}{lH - l\left(H - \frac{864 \cdot H}{336 \cdot 11200}\right)} = \frac{lp - lq}{l\left\{\frac{H}{H - \frac{864 \cdot H}{336 \cdot 11200}}\right\}}$$

$$= \frac{lp - lq}{l\left\{\frac{1}{1 - \frac{864}{336 \cdot 11200}}\right\}} = \frac{lp - lq}{l\left(\frac{336 \cdot 11200}{336 \cdot 11200 - 864}\right)}$$

den Logarithmen im Nenner finde ich

$$= 0{,}00010005;\ \text{alſo}$$

$$n = 10000 \cdot (lp - lq) \cdot (\mathfrak{h}$$

wo p, q die Barometerhöhen in zwoen Stationen in Pariſer Linien, und n die Höhe der obern über der untern in Toiſen ausdruckt. (I.)

Zuſatz.

Zuſatz.

41. Die Barometerhöhen hängen zugleich einigermaſſen von der verſchiedenen Temperatur der Luft ab, in welcher die Beobachtung geſchieht. Nimmt man aus den Beobachtungen der Herrn **Roy**, **Roſenthal**, und **Lutz**, ein Mittel, ſo beträgt die verlängerte Ausdehnung einer 27 Zoll langen Queckſilberſäule von der natürlichen Froſtkälte bis zur Siedhitze 5,6 Par. Linien. Die Formel (✠ § 40.) muß alſo zugleich von den verſchiedenen Wärmegraden abhängen, und hieraus hat man Anlaß zu ihrer Verbeſſerung genommen. S. die von H. H. **Kåſtner** (Aerometrie S. 218. u. f. f.) angeführte Schriften, auch die ſchon angeführte Neue Architektura Hydraulika des Hrn. **Prony**. L.

Erklärung.

42. Ein Werkzeug, welches Aenderungen der Wärme anzugeben und einerley Wärmegrade zuwege zu bringen dienet, heiſt ein **Thermometer**, nicht ſo gewöhnlich **Thermoſcop**. (L.)

Anmerkung.

43. Man handelt hiervon in der Aerometrie, weil viele aerometriſche Unterſuchungen damit in genauer Verbindung ſtehen. Inzwiſchen wäre es wohl natürlicher, alle auf Wärme ſich beziehende Lehren unter dem Namen der **Pyrometrie** als eine eigene Wiſſenſchaft in den mathematiſchen Lehrbüchern abzuhandeln. (L.)

Erfahrung.

44. Sowohl feſte als flüßige Körper werden durch größere Wärme ausgedehnt, und ziehen ſich bey abnehmender Wärme wieder zuſammen. Die ſpec. Schwere aller Körper hängt daher von ihrer Wärme ab. (L.)

Zuſatz.

6. 45. Flüſſige Körper ſind vorzüglich geſchickt, durch ihre verſchiedene Ausdehnungen Aenderungen der Wärme

me bemerkbar zu machen. Füllt man z. B. eine gläſerne Röhre (Fig. 6.) die unten mit einer holen Kugel zuſammenhängt, mit einer flüßigen Maſſe, und ſetzt ſie dann einer größern Wärme aus, ſo wird nicht nur der ſchon in der Röhre befindliche Theil der Flüßigkeit, ſondern auch die in der Kugel befindliche ausgedehnt, und die Flüßigkeit wird hierdurch genöthigt in der Röhre zu ſteigen, deſtomehr, je größer die Kugel bey einer beſtimmten Weite der Röhre iſt. (L.) 6.

Anmerkung.

46. Unſere gewöhnlichen Thermometer haben die eben erwähnte Einrichtung; es verſteht ſich, daß die obere Oeffnung der Röhre offen bleiben muß. Man füllt ſie mit **Weingeiſt** oder mit **Queckſilber**, und fügt eine Skale bey, d. i. eine Eintheilung in gleiche Theile oder **Grade** längſt der Röhre, die man ſich allemal in lothrechter Stellung zu gedenken hat. Hier verdienen beſonders das **Celſiusſche**, das **Delisleſche**, das **Fahrenheitſche** und das **Reaumürſche** Thermometer bemerkt zu werden. L.

Anmerkung.

47. Das Reaumürſche Thermometer war urſprünglich mit Weingeiſt gefüllt, jetzt füllt man es aber auch wie die übrigen mit Queckſilber. Uebrigens unterſcheiden ſich dieſe verſchiedenen Thermometer blos durch ihre verſchiedenen Skalen. Bey allen ſetzt man zween Punkte feſt, zwiſchen welchen die Grade abgetheilt werden. Die Stelle nämlich, bis zu der ſich die Queckſilberſäule im ſchmelzenden Schnee zuſammenzieht, oder der natürliche Gefrierpunkt iſt der **untere**, und die Stelle, bis zu welcher ſich die Queckſilberſäule im ſiedenden Waſſer ausdehnt, der **obere** von beyden feſten Punkten. Der Abſtand zwiſchen beyden wird nach **De Lisle** in 150, nach **Celſius** (deſſen Therm. auch das **Schwediſche** heißt) in 100, nach **Fahrenheit** in 180, und nach **Reaumur** in 80 gleiche Theile eingetheilt.

De Lisle zählt ſeine Grade von oben herab, die übrigen aber von unten hinauf, ſo daß nach **Reaumür** und **Celſius** der natürliche Gefrierpunkt mit 0 bezeichnet werden; Fah-

Fahrenheit aber bezeichnet den natürlichen Gefrierpunkt mit 32, und zählt ſo bis zu 212 fort, weil er noch um 32 Grade tiefer ſeinen **künſtlichen** Gefrierpunkt mit 0 bezeichnet.

Wenn man alſo Fahrenheitſche Grade mit F, Re'aumürſche mit R, Celſiusſche (Schwediſche) mit C, und Delisleſche mit D bezeichnet, ſo hat man

$$F = 32 + \frac{9}{4} R$$
$$= 32 + 1{,}8 \cdot C$$
$$= 32 + 1{,}2 \cdot (150 - D)$$

woraus ſich die Grade eines jeden dieſer 4 Thermometer leicht unter einander vergleichen laſſen. Es iſt aber am bequemſten, alle vier Skalen zugleich neben die Glasröhre zu verzeichnen. (L.)

Anmerkung.

48. Weil bey geringerem Druck der Atmoſphäre, alſo bey geringern Barometerhöhen auch das Waſſer von einer geringern Wärme ſiedend wird, ſo hat man noch eine beſondere Vorſicht nöthig, um übereinſtimmende Thermometer zu verfertigen, weil vor allen Dingen ihre **Siedpunkte** übereinſtimmend ſeyn müſſen. Dieſer Zweck läßt ſich erreichen, wenn man die Kugel des Thermom. bey einer Barometerhöhe von 332,16 Linien in ſiedendes Waſſer ſetzt, oder, wofern zur Zeit der Beobachtung die Barometerhöhe n . 1,28 Par. Linien höher oder niedriger iſt, als die erwähnte, alsdann den ſich bey ſolcher Höhe ergebenden Siedpunkt um $\frac{n}{1000}$ ſeines Abſtandes vom Gefrierpunkt tiefer herab oder höher hinauf zeichnet. S. **Sammlung.** zur Phyſik und Naturgeſchichte I. B. S. 643. f. f. (L.)

Anmerkung.

49. Noch einige hierher gehörige Schriften, auch in Rückſicht auf Pyrometrie überhaupt, ſind des Hrn. de Lüc Unterſuchungen über die Atmoſphäre. Hrn. **H. Mayers** Abhandlung über das Ausmeſſen der Wärme ꝛc. **Deſſelben** Abhandl. über Geſetze und Modifikationen des Wärmeſtoffs; Hrn. **Lamberts** Pyrometrie, **Langsdorfs** Verſuch einer neuen Theo-

rie Hydrodinamiſcher und pyrometriſcher Grundlehren, Hrn. **Luz's** Anweiſung Thermometer zu verfertigen, Hrn. **Roſenthals** Beyträge zur Verfertigung ꝛc. meteorologiſcher Werkzeuge, Hrn. **Strohmeyers** Anleitung übereinſtimmende Thermometer zu verfertigen. **Langsdorfs** Phyſiſch = mathematiſche Abhandlung über Gegenſtände der Wärmelehre, welche mit der Ausübung in der nächſten Verbindung ſtehen, u. a. m. (L.)

Ende der Aerometrie.

Anfangs-Gründe der Hydraulik. *)

Erklärung.

1.

Die Hydraulik enthält die Lehren von der Bewegung des Waſſers.

Anmer-

*) Hierher gehörige Schriften: Hrn. **Belidors** Architektura Hydraulika; Hrn. H. **Käſtners** Hydrodynamik; H. H. **Karſtens** Lehrbegr. der geſammten Mathematik, Vter und VIter Band; **Deſſelben** Anfangsgr. d. math. Wiſſenſ. IIter Band; Hrn. **Boſſüts** Hydrodinamik; Hrn. **Barnhards** Neue Grundlehren der Hydraulik; Hrn. **Bürjas** Grundlehren der Hydraulik; Hrn. **Beyers** Schauplatz der Mühlenbaukunſt; Hrn. **Lempens** Lehrbegriff des Maſchinenweſens; Hrn. H. **Karſtens** Preisſchrift über die vortheilhafteſte Anordnung der Feuerſpritzen; H. **Pr. Klügels** Preisſchrift von der beſten Einrichtung der Feuerſpritzen; **Langsdorfs** Verſuch einer neuen Theorie Hydrodynamiſcher und pyrometriſcher Grundlehren; **Deſſelben** Lehrbuch der Hydraulik; Hrn. **Fabre's** Verſuch über die vortheilhafteſte Bauart Hydrauliſcher Maſchinen, insbeſondere der Getreidemühlen; Hrn. **Hennerts** Elem. Hydroſt. & Hydraul. tam theor. quam pract. Hrn. **Dan. Bernoullis** Hydrodynamica; H. **Joh. Bernoullis** Hydraulica: Hrn. **Eulers Abhandl.** de l' équilibre & du mouvement des fluides in den Mem. de l'Acad. de Pruſſe. 1755; Hrn. **D'Alembert** Schrift eben des Titels. Hrn. **Gerſtners** Theorie des Waſſerſtoßes (ſehr wichtig); von **Gerſtenbergks** theore-

Anmerkung.

2. Die Hydraulik iſt unſtreitig der ſchwierigſte und verwickeltſte Theil der ganzen angewandten Mathematik. Die Flüßigkeit iſt es nicht geradezu, was dieſe Lehren ſchwierig macht; vielmehr dient eben dieſe Eigenſchaft zur Erleichterung vieler Hydrauliſcher Unterſuchungen; weil aber die Flüßigkeit des Waſſers ſolches zu tauſendfachen Bewegungen und daher rührenden Wirkungen geſchickt macht, welche ſich bey feſten Körpern oder Zuſammenhäufungen von feſten Körpern gar nicht anwenden laſſen, ſo ergeben ſich hieraus Schwierigkeiten nicht ſowohl in Rückſicht auf den Kalkul, als in Rückſicht auf die beſondern phyſiſchen Umſtände, welche man in den Kalkul zu bringen hat. In der Mechanik feſter Körper würden ſolche Schwierigkeiten noch weit größer ſeyn, wenn man von feſten Körpern ähnlichen Gebrauch zu machen hätte. In meinem Lehrbuch der Hydraulik bin ich bemüht geweſen, dieſe Wiſſenſchaft ſo vorzutragen, daß die Theorie die Vorwürfe nicht mehr treffen können, welche man ihr bisher machen mußte, ſobald man zur Ausübung ſchritte. Hier muß man ſich beynahe mit der bloßen Ueberſchrift begnügen; inzwiſchen werde ich einige Wolfſche Sätze abkürzen, um für andere etwas Platz zu gewinnen. (L.)

Erklärung.

3. Die **Archimediſche Waſſerſchraube** oder **Waſſerſchnecke**, iſt ein um eine Welle oder Spindel ſchraubenförmig herumgeführter Kanal, deſſen untere Oeffnung bey einer ſchiefen Stellung der Spindel in das Waſſer eingreift, welches durch Umdrehung dieſer Maſchine in die Höhe gebracht werden ſoll, indem das mit jeder Umdrehung geſchöpfte Waſſer Abſatzweis aus einem Gang in den andern fällt, bis es oben aus dem letzten ausgegoſſen wird. 1.

Anmer-

theoretiſch praktiſcher Unterricht, das Waſſer durch Röhrenwerke zu leiten; **Parrots** theoretiſch praktiſche Abhandlung über die Beſſerung der Mühlräder (enthält viele Unrichtigkeiten.). Mehrere ſchon am Anfang der Mechanik angeführte Schriften u. a. m.

Anmerkung.

4. Man kann durch Hülfe der Waſſerſchraube zwar mit geringer Kraft viel Waſſer, jedoch nicht ſehr hoch bringen. Daher wird ſie im Grundbaue gebrauchet, wenn man das Waſſer heraus heben will. Sie kann auch noch auf andere Art aus dünnen Brettern und Spänen gemachet werden, wie in den Anfangsgründen zu finden.

Anmerkung.

4a) Die Theorie dieſer Maſchine hat ihre große Schwierigkeiten, Hr. **Hennert** hat den von der königl. Akademie zu Berlin darauf geſetzten Preis erhalten, ſ. das angeführte Lehrb. d. Hydraul.

Erklärung.

2. 5. Man gedenke ſich über der obern und unterhalb der untern Oeffnung einer Röhre eine Welle, ſo daß ſich beyde um Zapfen drehen, durch die Röhre aber und um beyde Wellen herum eine Kette oder Seil mit ledernen Püſcheln, welche ſich beym Durchgang durch die Röhre genau an die Röhrenwand anlegen, ſo hat man eine **Püſchelkunſt, Paternoſterwerk, Roſenkranzmühle**, bey welcher das Waſſer, in welches ihre untere Oeffnung geſetzt wird, der Höhe des äußern Waſſerſpiegels gemäß in die Röhre tritt, und nun durch den jedesmal bey Umdrehung der obern Welle eingezwängten Püſchel erhoben wird, ſo daß jeder oben ausgehende Püſchel das über ihm befindliche Waſſer ausgießt.

Erklärung.

3. 6. Wenn man die Röhre (§. 5.) wegläßt, ſtatt der Püſchel aber Käſten oder Eimer nimmt, ſo hat man ein **Schöpfwerk, Kaſtenkunſt.**

Anmerkung.

7. Die Paternoſterwerke ſind koſtbar zu unterhalten, weil die Kugeln ſich leicht zerreiben, und nehmen auch viel Kraft

weg, indem ſie ſich an der Röhre ſtark reiben. Die Schöpfwerke ſind im Winter nicht gut, weil die eiſernen Ketten von der großen Kälte ſpringen. Seile hingegen zerreiſſen leicht.

Erklärung.

8. Räder, die ſo eingerichtet ſind, daß ſie bey ihrem Umlaufen das Waſſer, in das ſie unten eingreifen, auffangen und auf einer gewiſſen Höhe wieder ausgießen, oder das Waſſer durch ihre ſchmalen Schaufelflächen in ein ſchmales aufwärts gehendes Gerinne preſſen, aus welchem ſolches oben wegen der immer nachfolgenden Schaufeln unaufhörlich ausgegoſſen wird, heiſen **Schöpfräder.**

Erklärung.

9. ABCD ſey eine hölzerne, oder beſſer, eine metallene Röhre, deren untere Oeffnung mit einer leicht 5.
beweglichen Klappe, wie mit einem Fallthürchen bedeckt iſt; L ſey ein durchbohrter Kolben, deſſen obere Oeffnung gleichfalls mit einer leicht beweglichen Klappe bedeckt iſt, und welcher übrigens mit einer bequem auf- und nieder zu ziehenden Stange LE verbunden iſt, ſo hat man ein **Saugwerk, Plumpe** oder **Pumpe.**

Anmerkung.

10. Eine ſolche Pumpe dient zur Erhebung und Ausgieſſung des Waſſers, in welches die untere Oeffnung der Röhre eingeſetzt wird. Anfangs befindet ſich nämlich zwiſchen dem Kolben und dem untern Waſſerſpiegel in der Röhre Luft, die mit der äuſern atmoſphäriſchen Luft einerley Ausdehnungskraft hat. Sobald der Kolben L in die Höhe gezogen, alſo der Raum zwiſchen dem Kolben und dem Waſſer vergrößert wird, muß ſich die eingeſchloſſene Luftmaſſe in dieſen größern Raum ausbreiten. Hierdurch wird aber ihre Ausdehnungskraft vermindert (Aerom. §. 19.) und es druckt nun die äußere Luft ſtärker auf das ringsum die Röhre herumſtehende Waſſer, als die inne-

innere Röhrenluft entgegendruckt, es muß alſo das Waſſer in der Röhre höher ſteigen, als das äußere Waſſer ſteht, bis der Gegendruck der erhöhten Waſſerſäule und der Ausdehnungskraft der eingeſperrten Luft zuſammengenommen, dem Druck des äußern Waſſers und der darauf ruhenden atmoſphäriſchen Luft zuſammengenommen das Gleichgewicht hält; indem nun der Kolben wieder niedergehet, fällt die Klappe I zu, und die auf der Kolbenöffnung liegende Klappe bey L öffnet ſich, ſo daß von der unter dem Kolben befindlichen Luftmaſſe ein Theil durch die Kolbenöffnung herausfährt, welches geſchieht, ſo bald die eingeſperrte Luftmaſſe durch den niedergehenden Kolben wieder bis zur Dichtigkeit der äuſern Luft zuſammengepreßt worden, und der Kolben nun noch tiefer zu ſinken fortfährt (Aeröm. §. 19.) Auf ſolche Art kommt die Ausdehnungskraft der eingeſperrten Luft wieder ins Gleichgewicht mit der Ausdehnungskraft der äuſeren, und die Kolbenklappe fällt alſo, ſobald der Kolben ſeinen tiefſten Stand erreicht hat, wieder zu. Wird nunmehr der Kolben aufs Neue erhoben, ſo muß ſich die zurückgebliebene Luftmaſſe wieder durch den ganzen Raum unter dem Kolben ausbreiten, und weil ein Theil davon durch die Kolbenöffnung herausgefahren iſt, ſo kann ſie ihre vorige Ausdehnungskraft, welche das fernere Steigen des Waſſers verhinderte, nicht bis zur gänzlichen Erhebung des Kolbens behalten; iſt z. B. bey dem gänzlichen Niedergang oder Schub des Kolbens nur $\frac{3}{4}$ der eingeſperrten Luftmaſſe zurückgeblieben, ſo iſt die Ausdehnungskraft dieſer Luft, ſobald der Kolben nur $\frac{3}{4}$ ſeines ganzen Hubs zurückgelegt hat, wieder ſo groß, als bey Vollendung des erſten ganzen Hubs, und bey ferneren Steigen wird ſie nach Verhältniß des Steigens geringer; in dem Augenblick alſo, da der Kolben in dieſem Beyſpiel über $\frac{3}{4}$ ſeines ganzen Hubs hinauf geht, iſt die Ausdehnungskraft der eingeſperrten Luft nicht mehr hinreichend, dem äuſern Druck das Gleichgewicht zu halten, die Klappe I muß alſo durch das Uebergewicht der äußern Kraft wieder geöffnet werden, und das Waſſer in der Röhre aufs Neue ſteigen, bis der Kolben ſeinen ganzen Hub vollendet hat. So geht es bey fortgeſetzten Kolbenſpielen fort, bis endlich das Waſſer den Kolben erreicht, da dann hiernächſt zwiſchen dem Kolben und der untern Klappe nicht mehr eingeſperrte Luft, ſondern blos Waſſer befindlich iſt, das bey jedem fernern Schub durch die Kolbenöffnung über den Kolben tritt, und bey jedem Hub höher hinauf gehoben wird, bis es endlich die irgendwo über dem höchſten Kolbenſtand

ſtand angebrachte Ausgußröhre MH erreicht; iſt das Waſſer einmal bis zu dieſer Höhe gekommen, ſo wird bey jedem fernern Kolbenhub ſo viel Waſſer ausgegoſſen, als die Röhre auf die Höhe eines Kolbenhubs faßt, d. i. eine Waſſerſäule, welche den Querſchnitt des Kolbens zur Grundfläche und ſeinen Hub zur Höhe hat. (L.)

10a) Dieſe Erhebung des Waſſers ſetzt alſo voraus, daß, bevor das Waſſer den Kolben erreicht hat, bey jedem Niedergang des Kolbens die eingeſperrte Luft bis zur Dichtigkeit der äuſern zuſammengepreßt ſeyn müſſe, bevor der Kolben in ſeine tiefſte Stelle kommt. Dieſes kann aber fehlen, wenn der Kolben in ſeinem tiefſten Stand noch zu weit von der Klappe I entfernt iſt.] Dieſer Abſtand heiſt der **ſchädliche Raum**, den man daher ſo klein als möglich zu machen ſuchen muß. Wenn inzwiſchen die Ausgußöffnung M beträchtlich hoch über dem Waſſerſpiegel bey DC liegt, alſo bey Beobachtung vorſtehender Regel der Kolben in einer beträchtlichen Tiefe ſpielen müßte, um nahe an I zu kommen, ſo hätte er beſtändig eine hohe Waſſerſäule über ſich ſtehen, da ſich dann das Waſſer gerne zwiſchen dem Kolben und der Röhrenwand durchdrängt, welches gleichfalls vermieden werden muß. Um nun beyden Forderungen zugleich Genüge zu thun, macht man die Röhre ABCD kurz, und treibt unten eine beſondere Röhre mit der drauf liegenden Klappe ein, welche das **Stöckelkiehl** heiſt, und nun werden mehrere Röhren, **Anſteckkiele**, wo es nöthig iſt, oben herab angeſteckt, bis man das Waſſer im untern Behältniß erreicht. Die ganze zuſammengeſetzte Röhre von unten hinauf mit Inbegriff des Stöckelkiels, heiſt die **Saugröhre**, das Röhrenſtück aber, worin der Kolben ſpielt, der **Stiefel**, auf welchem zuweilen noch **Aufſatzröhren** befeſtigt werden, da dann die ganze Pumpe auch ein **hoher Satz** genannt wird.

10b) Inzwiſchen bleibt doch immer der Fall möglich, daß der Forderung (§. 10a am Anfang) kein Genüge geſchieht, da dann das Waſſer auch bey fortgeſetzten Kolbenſpielen nur eine beſtimmte Stelle unter dem Kolben erreicht und da hängen bleibt. Solche Fälle laſſen ſich allgemein beſtimmen, welches aber hier der Raum nicht verſtattet. S. das angef. Lehrb. der Hydraul.

10c) Da übrigens das Waſſer vom Druck der Atmoſphäre nur auf eine beſtimmte Höhe, nämlich etwa 14 mal ſo hoch als das Queckſilber erhalten werden kann, ſo dient die Barometerhöhe (Aer. §. 38.) zu beſtimmen, wie hoch der Kolben bey ſeinem höchſten Stand über dem untern Waſſerſpiegel ſtehen darf, wofern die Waſſerſäule unter ihm von der äußern Luft ſoll erhalten werden können. Weil aber die äußere Luft das Waſſer nicht blos **erhalten**, ſondern mit einer gewiſſen Geſchwindigkeit während dem Hub des Kolbens aufwärts treiben ſoll, ſo muß der höchſte Kolbenſtand immer noch tiefer liegen, d. h. ſeine Höhe über dem Waſſerſpiegel kleiner ſeyn, als die 14fache Barometerhöhe an der Stelle iſt. Wenn ſie 4 Fuſe niedriger iſt, die Höhe des ſchädlichen Raums nicht über $\frac{1}{2}$ des ganzen Hubs, der Durchmeſſer der Saugröhre, ingleichen der Oeffnung bey I nicht unter $\frac{1}{6}$ des Stiefeldurchmeſſers, und die ganze **Länge** der Saugröhre nicht über das 300 fache vom Durchmeſſer der Saugröhre beträgt, ſo kann in allen gewöhnlichen Fällen der Ausübung das Waſſer dem Kolben hinlänglich folgen, ſo daß auch der Umſtand (§. 10b) nicht zu fürchten iſt. Genauere Beſtimmungen findet man im angef. Lehrb., die aber der gemeine Künſtler oder Brunnenmeiſter entbehren kann.

10d) Wenn man ſich ohne viele Umſtände überzeugen will, ob eine Pumpe ihren vollen Hub giebt, ſo darf man nur nach einem geſchehenen Hub alles Waſſer aus der Ausgußröhre ablaufen, und alsdann den Kolben wieder niedergehen laſſen; **drückt** ſie beym Niedergehen **gut aus**, d. i. giebt ſie auch beym Niedergehen gleich anfangs Waſſer, ſo hat man vollen Hub, weil ſoviel Waſſer ablaufen muß, als der Raum ausfüllt, welchen die Kolbenſtange beym Niedergehen auf die eintaugende Länge des Hubs einnimmt.

10e) Auf den ruhig ſtehenden Kolben druckt von oben herab, wenn kein Waſſer über ihm ſteht, blos die Atmoſphäre oder eine Waſſerſäule von der 14fachen Barometerhöhe, welche den Querſchnitt des Kolbens oder die Weite des Stiefels zur Grundfläche hat (Hydroſt. §. 15b. Aerom. §. 38); der Gegendruck von unten hinauf iſt um ſo viel geringer, als die Höhe der bis zum Kolben von unten hinauf reichenden Waſſerſäule ausmacht, alſo iſt die Kraft, welche man anwenden muß, den Kolben aufwärts aus ſeiner Ruhe

zu

zu bringen, genau dem Druck einer auf dem Kolben ruhenden Waſſerſäule von dieſer zuletzt erwähnten Höhe gleich.

Hat der Kolben Waſſer über ſich ſtehen, ſo muß dieſe Waſſerhöhe noch zu der vorigen addirt werden; die Reibung des Kolbens an der Stiefelwand kann ohne ſonderlichen Fehler auf $\frac{1}{8}$ des Drucks gerechnet werden, und ſo giebt ſich alſo die **geſammte Kraft, welche nöthig wäre, den Kolben aufwärts aus ſeiner Ruhe zu bringen, wenn man das Gewicht einer Waſſerſäule, deren Grundfläche die Weite des Stiefels und Höhe, die lothrechte Entfernung der oberſten Waſſerſchichte über dem Kolben von dem Waſſerſpiegel im untern Behältniß wäre, mit $1\frac{1}{8}$ multiplicirt.** Dabey ſetze ich voraus, daß die Regeln (§. 10 c) beobachtet werden.

10 f) Die (§. 10 e) erwähnte Laſt druckt allemal auf den ruhig ſtehenden Kolben, wenn auch gleich Aufſatzröhren auf den Stiefel aufgeſetzet ſind, welche viel enger als der Stiefel ſind (Hydroſt. §. 15 b); weil nämlich der Druck, den ein Waſſertheilchen von einem über ihm ſtehenden Waſſerſäulchen leidet, ſich nach allen Seiten ausbreitet, ſo muß daraus auf eine gegebene Grundfläche die nämliche Preſſung entſtehen, als wenn jedes Theilchen von einem beſondern eben ſo hohen Waſſerſäulchen gedruckt würde. *) Es

 kömmt

*) Ich habe Gelegenheit gehabt, viele Künſtler, welche Pumpen, Spritzen u. d. g. verfertigen, kennen zu lernen, welche ſich ſchlechterdings nicht überzeugen laſſen wollten, daß das Waſſer in engen Aufſatzröhren auf einen Kolben von beſtimmter Größe eben ſo ſtark drucken ſollte, als in viel weitern Aufſatzröhren; und ſie haben hiernach verſchiedene Anlagen gemacht. Darum habe ich hier noch einmal den phyſiſchen Grund des Satzes (§. 15 b Hydroſt.) wiederholt. Dieſe Leute gründen ihre Behauptung blos darauf, daß das Gewicht des Waſſers in der engen Röhre kleiner ſey, als in der weiten. Dieſes hat allerdings ſeine Richtigkeit, allein hier kommt es, wie in allen Fällen, gar nicht auf das **Gewicht**, ſondern auf das mit dieſem Gewicht verbundene **Beſtreben** an, **Bewegung**

kommt hier nicht auf Gewicht, ſondern auf Summe von Preſſungen an.

10g) Sobald aber von der wirklichen Bewegung des Kolbens die Rede iſt, wird im Gegentheil bey einer engen Aufſatzröhre eine noch größere Kraft, als bey einer weiten erfordert. Ich will ſetzen, das Waſſer ſoll als eine Säule von der Höhe h, deren Dicke oder Querſchnitt = w wäre, auf dem Kolben, deſſen Querſchnitt W heiſen ſoll, ruhen, und nun durch eine auf den Kolben wirkende Kraft, die ſich dem Gewicht einer Waſſerſäule vom kubiſchen Inhalt K gleich ſetzen ließe, in Bewegung geſetzt worden, ſo wird dieſes mit einer gewiſſen Beſchleunigung f geſchehen, die ſich aus (Mech. §. 48 w) beſtimmen läßt. Wenn ich nämlich die Geſchw. der Kraft K durch m, die des Waſſers in der Aufſatzröhre durch n (denn m, n ſind oben a. a. O. eigentlich Verhältnißzahlen für die Geſchwindigkeiten (§. 48 k) ausdrucke, die Länge der Aufſatzröhre λ neune, und die Maſſe des Waſſers im Stiefel ſelbſt beyſeitſetze, ſo erhält man (a. a. O. no. I.)

$$f = \frac{K - \frac{n}{m} \cdot h \cdot w}{\frac{n^2}{m^2} \lambda w} g$$

es iſt aber hier:

$$\frac{n}{m} = \frac{W}{w}, \text{ alſo } f = \frac{K - h \cdot W}{\frac{W^2}{w^2} \lambda w} \cdot g$$

Soll nun der Kolben in der Zeit t auf die Höhe b erhoben werden, d. i. in der Zeit t der Hub b erfolgen, ſo hat man (a. a. O. no. III.)

b =

gung hervorzubringen, (wie es auch bey Gewichten an einer Stange, die ſich um eine Axe drehen kann, der nämliche Fall iſt, ſo daß 1 Pfund mit 10 Zentnern das Gleichgewicht halten kann). S. Hydroſt. §. 15 — 17. Ich nehme hier hauptſächlich auf ſolche Arbeiter Rückſicht, weil ich bey ihnen häufig den Wolfiſchen Auszug angetroffen habe.

$$b = t^2 \cdot f, \text{ alſo}$$

$$f = \frac{b}{t^2} = \frac{K - W \cdot h}{\frac{W^2}{w^2} \lambda \cdot w} \cdot g$$

und nun:

$$K = \frac{b W^2 \lambda w}{t^2 w^2 g} + h \cdot W$$

oder:

$$K = \left(h + \frac{b \cdot \lambda W}{t^2 \cdot w \cdot g}\right) \cdot W$$

Nun iſt h . W der Druck, welchen das in der Anſatzröhre befindliche Waſſer auf den **ruhig ſtehenden** Kolben ausübt, alſo nimmt bey der wirklichen Bewegung die Höhe des Drucks noch um

$$\frac{b \lambda W}{t^2 w g}$$

zu, und dieſer Zuwachs wird unter ſonſt gleichen Umſtänden deſto größer, je kleiner w d. i. je enger die Aufſatzröhren ſind.

10h) Iſt w = W und λ lothrecht, ſo iſt

$$\frac{b W}{t^2 g w} = \frac{b}{t^2 g}$$

allemal ein ſehr unbedeutender Bruch und daher in ſolchem Fall:

$$h + \frac{b W \lambda}{t^2 g w}.$$

nicht merklich von h verſchieden, alſo in der Ausübung

$$K = h \cdot W$$

anzunehmen. So hoch demnach der Stiefel über dem Kolben in der Weite W fortgeht, kann man die Berechnung der Laſt nach (§. 10c) führen, und wenn alſo die Höhe vom

untern Waſſerſpiegel bis zur Anſatzröhre H heiſt, und die geſammte zur Bewegung des Kolbens erforderliche Kraft dem Gewicht einer Waſſerſäule gleich geſetzt wird, deren kubiſcher Inhalt K wäre, ſo hat man mit Rückſicht auf Kolbenreibung

$$K = \tfrac{9}{8} \cdot \left(H + h + \frac{b \cdot W \cdot \lambda}{t^2\ w\ g}\right) \cdot W$$

10i) Wegen der Bemerkung (Mechan. 106 f) thut man wohl, wenn man an einem zweyſeitigen Hebel in gleichen Entfernungen von der Umdrehungsaxe ſolche Pumpen anbringt, ſo daß die Kolbenſtange in der einen niedergeht, wenn ſie in der entgegengeſetzten hebt, und umgekehrt, alſo beym Auf- und Niedergang einerley Laſt zu wältigen iſt.

10k) Setzt man die Zeit eines Auf- und Niedergangs zuſammengenommen, d. i. die Zeit eines ganzen Kolbenſpiels = t, ſo muß man im vorigen Ausdruck, wo t nur auf die Zeit eines Aufgangs geht, $\frac{1}{2}$t ſtatt t alſo $\frac{1}{4}t^2$ ſtatt t^2 ſchreiben, und erhält auf dieſe Art für ein ſolches doppeltes Saugwerk die zur Betreibung der Kolben erforderliche Kraft

$$K = \tfrac{9}{8} \cdot \left(H + h + \frac{4\ b\ W \lambda}{t^2\ w\ g}\right) \cdot W$$

oder wenn man den Werth von g aus (§. 48 w) Mech.) ſubſtituirt und alles in Pariſer Fuſen ausdruckt,

$$K = \tfrac{9}{8} \cdot \left(H + h + \frac{0{,}265\ .\ b \lambda W}{t^2\ w}\right) \cdot W$$

das giebt folgende

Aufgabe.

Die Kraft zu beſtimmen, welche an einer Kolbenſtange ziehen muß, durch die bey einer Pumpe Waſſer auf eine verlangte Höhe gehoben werden ſoll.

Auflöſung.

1) Man multiplicire in Pariſer Fuſen ausgedrückt, die ganze Höhe vom Waſſerſpiegel bis zum Ausgußrohr mit dem

Fa-

Flächeninhalt des Kolbens, oder mit der Weite des Stiefels, ſo hat man den Druck auf den ruhig ſtehenden Kolben.

2) Hat der Stiefel Auffatzröhren, welche enger als der Stiefel ſind, ſo multiplicire man die Zahl, wie vielmal der Stiefel oder der Querſchnitt des Kolbens weiter als die Anſatzröhren iſt, mit dem Hub, in Pariſer Fuſen ausgedruckt.

3) Was no. 2. herauskommt, multiplicire man mit $\frac{265}{1000}$.

4) Die no. 3. herausgebrachte Zahl dividire man durch die mit ſich ſelbſt multiplicirte doppelte Anzahl von Sekunden, welche ein Kolben brauchen ſoll, um aus ſeinem tiefſten Stand bis zu ſeinem höchſten zu kommen.

5) Die no. 4. herausgekommene Zahl multiplicire man mit dem kubiſchen Inhalt einer auf dem Kolben ſtehenden Waſſerſäule, die ſo lang als die Anſatzröhren wäre.

6) Die no. 5. gefundene Zahl addire man zu der no. 1. ſo kommt die Anzahl von Par. Kub. Fuſen Waſſer heraus, deren Gewicht die erforderliche Kraft anzeigt, die Kolbenreibung beyſeite geſetzt.

7) Man erhält die wegen der Kolbenreibung erforderliche Vergrößerung dieſer Kraft genau genug für die Ausübung, wenn man ſie um $\frac{1}{8}$ des Ganzen vergrößert, d. i. ſie mit $\frac{9}{8}$ multiplicirt. (S. §. 22.)

10) Kunſt- und Werkleute können nun in jedem Fall der Ausübung ſelbſten unterſuchen, ob die Verengung der Auffatzröhren merklichen Schaden bringe, und wie enge ſie ſolche machen dürfen, ohne merklichen Schaden davon zu haben. Die no. 6. im vor. Satz herauskommende Zahl iſt nämlich das, was wegen der Verengung der Anſatzröhren an der Kraft zugelegt werden muß, da ſonſten die no. 1. gefundene ſchon hinreichend wäre.

Aufgabe.

11. **Ein doppeltes Druckwerk zu machen, dadurch man das Waſſer ſehr hoch drucken kann.** 4.

Auf-

Auflöſung.

4. 1. Machet zwey Stiefel ABCD aus Meſſing, und unten im Boden CD ein Ventil.

2. Löthet an jeden eine Röhre an, die in H und I gleichfalls mit Ventilen verſehen, ſo ſich gegen N aufthun laſſen.

3. Stoſſet einen Stempel K hinein, der ſich genau in den Stiefel ſchicket, damit das Waſſer zwiſchen ihm und der Röhre nicht heraufkommen kann.

Anmerkung.

9. 12. Ein Ventil kann man auf folgende Art machen. Man höhlet den dicken Boden des Stiefels AC nach der Figur eines abgekürzten Kegels aus, und ſchmergelt einen aus Meſſing gegoſſenen abgekürzten Kegel B hinein. Unten in D machet man einen Nagel vor, daß ihn das Waſſer nicht umkehren kann, wenn ſich das Ventil eröffnet. Man kann auch den Boden wie eine halbe Kugel aushöhlen, und eine Kugel von Meſſing, die genau darein paſſet, hinein legen.

Anmerkung.

4. 13. Es werden zwey Stifel gemachet, damit die Maſchine hurtig hinter einander das Waſſer ausſprützen kann, indem man es ſo anordnet, daß der eine Stempel niedergeſtoßen wird, wenn man den andern in die Höhe ziehet. Man bedienet ſich ihrer zu den Feuerſpritzen, imgleichen zu den Waſſerkünſten.

13 a) Man ſieht leicht, daß auch Druckwerke mit Saugröhren verbunden werden können, da ſie dann **vereinbarte Saug- und Druckwerke** genennt werden.

Zuſatz.

14. Die Berechnung der Druckwerke geſchieht eben ſo wie bey Saugwerken; die Formeln (10 h; 10 k) bleiben ganz die nämlichen, was bey Saugwerken vorhin

Auf-

Aufſatzröhre genannt wurde, iſt hier die Steig-röhre. (k.)

Zuſatz.

15. Hier noch zwo Hauptbemerkungen:

I. Bey den bisherigen Berechnungen iſt nur auf die Beſchleunigung der in den verſchiedenen Röhren befindlichen Waſſermaſſen geſehen worden, nicht aber auf den Umſtand, daß beym Uebergang des Waſſers aus einer Röhre in die andere Kraft angewendet werden muß, die Geſchwindigkeit beym Durchgang zu verändern. Wenn die Buchſtaben eben die Bedeutung wie (§. 10 k) haben, nur daß ich die Oeffnung, durch welche das Waſſer aus jener Röhre durchgepreßt werden ſoll, w nenne, ſo iſt die um des erwähnten Umſtandes willen noch beſonders erforderliche Kraft

$$= \frac{b^2 (W^2 - w^2)}{t^2\ w^2\ g} . W$$

(ſ. Lehrbuch S. 423. Note.) Jeder kann in vorkommenden Fällen hiernach leicht berechnen, wie klein ohne beträchtlichen Nachtheil für die Kraft die Oeffnung w genommen werden kann. Es erhellet daraus, daß man die Laſt auſſerordentlich vergrößern kann, wenn man Klappen- oder Ventilöffnungen zu klein macht.

II. Durchaus fehlerhaft iſt bisher die Formel für K (§. 10 k) ſelbſt von den größten Mathematikverſtändigen beym Maſchinenweſen angewendet worden. Sie ſetzt nämlich voraus, daß die Kraft, (oder die Maſſe, durch welche die Kraft wirkt) nach jedem Hub oder Schub des Kolbens ihre Be-

wegung wieder von Null anfange. Daher hat die Formel keinen Gebrauch, wo die Kraft mittelſt Maſſen wirkt, die ſich im Kreiſe herumbewegen, alſo keinen Gebrauch bey Saug= oder Druckwerken, welche durch Göpelkünſte, Tritträder, Waſſerräder u. d. g. betrieben werden, der Ausdruck

$$\frac{4\,b\,W\,\lambda}{t^2\,w\,g}$$

leidet in dieſen Fällen eine Verminderung, und eben dieſes muß in Fällen, wo ſolche Kreisbewegungen noch nicht ſind, erfolgen, ſobald man die Bewegung der Kolbenſtangen mit dem Umlauf eines Schwungrades zu verbinden weiß. Dabey iſt es wichtig, den Maſſen der Schwungräder, der Waſſerräder u. d. g. die gehörigen Abmeſſungen zu geben, (Mech. §. 106 f), und es iſt dieſes eine neue höchſt wichtige Lehre, nicht nur für die richtige Berechnung des Effekts, ſondern auch für die Vervollkommung des Maſchinenweſens. Man findet ſolche in der Fortſetzung meines Lehrbuchs der Hydraulik vorgetragen. (L.)

Erfahrung.

16. Wenn man aus einem mit Waſſer angefüllten Behältniß eine Röhrenleitung abführt, ſo fließt am Ende derſelben deſto weniger Waſſer aus, je länger unter ſonſt völlig gleichen Umſtänden die Röhrenleitung iſt; auch flieſt aus einer Röhrenleitung von doppeltem Querſchnitt oder doppelter Weite mehr als doppelt ſo viel Waſſer, bey 3facher Weite mehr als 3 mal ſo viel Waſſer durch u. ſ. w. (L.)

Erfah=

Erfahrung.

17. Hr. dů Bůat hat das groſse Verdienſt, die Geſetze der Bewegung des Waſſers in Röhrenleitungen zuerſt mit einer für die Ausübung hinlänglichen Genauigkeit angegeben zu haben. Ich wurde dadurch in den Stand geſetzt, dieſe höchſt wichtige Lehre in dem Lehrbuch der Hydraulik vollſtändig abzuhandeln. Zum praktiſchen Gebrauch kann folgendes Täfelchen dienen. (L.)

Röhren-

160	1,3	1,5	1,8	2,1	2,3	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1	3,2	3,4	3,5	3,6	3,8	3,9	4,0	4,2	4,4	4,6
200	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,1	3,2	3,4	3,4	3,5	3,7	3,8	4,1
250	1,0	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7	2,8	3,0	3,0	3,1	3,3	3,4	3,7
300	1,0	1,1	1,3	1,4	1,6	1,7	1,9	2,0	2,1	2,2	2,2	2,4	2,5	2,6	2,8	2,8	2,9	3,1	3,3	3,4
350	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,6	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,6	2,7	2,8	2,9	3,1
400	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,4	2,5	2,6	2,7	2,9
500	0,7	0,8	0,9	1,0	1,2	1,3	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	1,9	2,1	2,1	2,2	2,3	2,4	2,6
600	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,4	1,5	1,5	1,6	1,6	1,7	1,7	1,9	1,9	2,0	2,1	2,2	2,4
800	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,5	1,6	1,7	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1
1000	0,5	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,3	1,4	1,4	1,5	1,5	1,5	1,6	1,7	1,8
1300	0,4	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,9	1,0	1,0	1,1	1,1	1,2	1,2	1,3	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7

Röhrendurchmeſſer in Pariſer Zollen.

Länge d. Röhrenleitung in Toiſen (jede Toiſe zu 6 Par. Fus.)	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8	8,5	9	9,5	9	1,0	1,1	1,2
	Länge des Wegs in Pariſer Zollen, welchen das Waſſer in den Röhren in jeder Sekunde durchläuft, wenn der Mittelpunkt der Ausflußöffnung nur 1 Zoll unter dem Waſſerſpiegel des Behältniſſes liegt.																					
10	5,3	6,4	7,3	8,0	8,7	9,3	9,8	10,2	10,7	11,1	11,4	11,8	12,1	12,4	12,6	12,9	13,1	13,6	14,0	14,3		
20	3,8	4,6	5,2	5,9	6,4	6,8	7,3	7,7	8,0	8,4	8,7	9,0	9,3	9,5	9,8	10,0	10,2	10,7	11,1	11,4		
30	3,1	0,8	4,3	4,8	5,3	5,7	6,0	6,4	6,7	7,0	7,3	7,6	7,8	8,0	8,2	8,5	8,7	9,1	9,4	9,8		
40	,7	3,3	3,8	4,2	4,6	5,0	5,3	5,6	5,9	6,1	6,4	6,6	6,9	7,1	7,3	7,5	7,7	8,0	8,5	8,7		
50	,4	2,9	3,4	3,8	4,1	4,4	4,7	5,0	5,3	5,5	5,7	6,0	6,2	6,4	6,6	6,8	6,9	7,3	7,6	7,9		
60	2,2	2,7	3,1	3,5	3,8	4,1	4,3	4,6	4,8	5,1	5,3	5,5	5,7	5,9	6,0	6,2	6,4	6,7	7,0	7,3		
70	2,0	2,5	2,9	3,2	3,5	3,8	4,0	4,3	4,5	4,8	4,9	5,1	5,3	5,5	5,6	5,8	5,9	6,2	6,5	6,8		
80	,9	2,3	2,7	3,0	3,3	3,5	3,8	4,0	4,2	4,4	4,6	4,8	5,0	5,1	5,3	5,4	5,6	5,9	6,1	6,4		
90	1,8	2,2	2,5	2,8	3,1	3,3	3,6	3,8	4,0	4,2	4,3	4,5	4,7	4,8	5,0	5,1	5,3	5,5	5,8	6,0		
100	1,7	2,1	2,4	2,7	2,9	3,2	3,4	3,6	3,8	4,0	4,1	4,3	4,4	4,6	4,7	4,9	5,0	5,3	5,5	5,8		
140	1,4	1,6	1,9	2,2	2,4	2,6	2,9	3,0	3,1	3,3	3,4	3,6	3,7	3,8	4,0	4,1	4,2	4,4	4,6	4,9		

S.

Anmerkung.

18. Es wird bey dieſer Tafel vorausgeſetzt, daß die Wendungen einer Röhrenleitung aus einer Richtung nach einer andern nicht nur durch gehörig gekrümmte Röhren geſchehen, ſondern daß auch dieſe gekrümmte Röhren etwas weiter als die übrigen genommen werden. Ohne dieſe Beobachtung könnte die Ausflußmenge etwas geringer ausfallen. (L.)

Anmerkung.

19. Es ergiebt ſich nun aus dieſer Tafel die Waſſermenge, welche eine Röhrenleitung bey jeder gegebenen Tiefe der Ausflußöffnung unter dem Waſſerſpiegel in jeder Sekunde abführt, wenn man den Weg, welchen dieſe Tafel für 1 Sekunde giebt, mit der Quadratwurzel aus der gegebenen Tiefe, und dieſes Produkt mit der Weite der Röhren multiplicirt.

Exempel.

Wie viel Kub. Fus Waſſer führt eine Röhrenleitung ab, wenn ihr Durchmeſſer 7 Zoll, ihre Länge 2100 Fus, und die Tiefe des Mittelpunkts ihrer Ausflußöffnung unter dem Waſſerſpiegel 9 Fus beträgt? Hier iſt ihre Länge

$$\frac{2100}{6} = 350$$

Toiſen; in der neben dieſer Länge ſtehenden horizontalen Reihe ſuche man die Zahl, über welcher oben in der horizontalen Reihe für die Röhrendurchmeſſer die Zahl 7 ſteht; man findet 2,4 Zoll; dieſe mit der Quadr. Wurzel aus 9, d. i. mit 3 multiplicirt, giebt 7,2 Zoll; die Weite der Röhren iſt 38,46 Quadr. Zoll, alſo die Waſſermenge, welche dieſe Röhrenleitung in jeder Sekunde giebt, $= 7{,}2 \times 38{,}46 = 277$ Kub. Zoll. (L.)

Anmerkung.

20. Wo die Zahlen nicht gradezu in der Tafel ſtehen, laſſen ſich leicht arithmetiſche Mittelzahlen nehmen.

Exempel.

Es ſey der Durchmeſſer der Röhren $3\frac{1}{4}$ Zoll, die Länge der Röhrenleitung 5300 Fus, ſo iſt dieſe Länge in Toiſen $= 883$; zum Durchm. von 3 Zoll gehört bey einer Länge von 800 Toiſen der Weg 1,0 und zum Durchmeſſer von 3,5 Zoll der Weg 1,1 alſo zum Durchm. von $3\frac{1}{4}$ Zoll bey der Länge von

800 Toiſen der Weg 1,05; von 800 bis 1000 Toiſen beträgt der Unterſchied im Weg 0,2, alſo von 800 bis 883 genau genug $\frac{83}{200} \times 0,2$ oder 0,083; demnach gehört zu 883 Toiſen bey einem Durchmeſſer von $3\frac{1}{4}$ Zoll nach der Tafel der Weg 1,05 — 0,08 oder 0,97 Zoll. *) (L.)

Anmerkung.

21. Ueber die **Höhe eines ſpringenden Strahls** hat man noch bis jetzt keine lehrreicheren Verſuche als die unvollkommenen Mariotteſchen, nach welchen man

$$h = -150 + \sqrt{(300 \cdot H + 22500)}$$

bekommt, wenn die Höhe vom Waſſerſpiegel bis zur Sprungöffnung in Par. Fuſen durch H und die Höhe des Sprungs durch h ausgedruckt wird. Dabey muß aber die Sprungöffnung in einer dünnen Platte angebracht, und die Röhrenleitung weit genug ſeyn. (L.)

Anmerkung.

22. **Feuerſpritzen** gehören unter die wichtigſten Maſchinen im bürgerlichen Leben; ſind nichts anders als Druckwerke, einfache oder doppelte, wodurch das Waſſer auf eine beträchtliche Höhe zu ſpringen genöthigt werden kann; die Stiefel werden in einen Kaſten befeſtigt und mit ſolchem auf ein zum ſchnellen Fortführen bequemes Fuhrwerk geſetzt. Statt der Steigröhre bringt man nur einige kurze zur Umdrehung nach allen Seiten ſchicklich zuſammengeſetzte meſſingene Röhren an, an die man auch noch eine lange lederne Röhre, den **Schlauch**, anſetzt, an deſſen Ende ein meſſingenes Gußrohr angeſchroben wird. Ihre Berechnung ergiebt ſich aus dem Bisherigen.

*) Die Tafel geht nur bis auf Röhrenlängen von 1300 Toiſen; hätte man aber eine größere Länge, ſo nehme man den Weg, welchen das Waſſer in 1 Sek. durchlauft, ſo wie ihn die Tafel für die Länge von 1300 Toiſen ergiebt; hiernächſt dividire man die Zahl 1300 durch die gegebene größere Länge, zieht aus dieſem Quotienten die Quadratwurzel, und multiplicire nun mit dieſer Quadratwurzel den angenommenen Weg des Waſſers, ſo erhält man ihn genau genug für die größere Länge der Röhrenleitung.

Soll nämlich ein lothrechter Strahl auf die Höhe h über die Gußmündung ſpringen, ſo hat man

$$H = \frac{h^2}{300} + h \text{ (§. 21.) und}$$

es muß alſo $\frac{h^2}{300}$ als eine Laſt oder Widerſtand angeſehen werden, welcher gleichfalls überwunden werden ſollte. Der Buchſtabe H (§. 10 k) hat eine andere Bedeutung, und kann hier ganz beyſeitgeſetzt werden; ſtatt des dortigen h aber muß man hier auſſer der Höhe der Gußmündung über dem mittlern Kolbenſtand noch $\frac{h^2}{300}$ ſetzen; heißt alſo die Höhe der Gußmündung p, ſo ſetzt man (§. 10 k)

$\frac{h^2}{300} + p$ ſtatt h, w iſt die Weite des Schlauchs, λ ſeine Länge, W die Weite eines Stiefels oder die Grundfläche eines Kolbens; nimmt man nun den Ausdruck (§. 15. l.) noch mit, wo w hier angewendet, die Weite oder Größe der Gußöffnung bedeutet, ſo ergiebt ſich, alles in Pariſer Fuſen ausgedruckt, die erforderliche Kraft zur Betreibung der Spritze mit 2 Stiefeln, ohne Rückſicht auf Reibung

$$K = \left(\frac{h^2}{300} + p + \frac{0{,}265 \,.\, b \,.\, \lambda \,.\, W}{t^2 \,.\, w} + \frac{b^2 (W^2 - w^2)}{t^2 \,.\, w^2 \,.\, 15{,}09}\right) . W$$

Bey Röhrenleitungen wird überdas ein gewiſſer Theil der Kraft verwendet, die Hinderniſſe zu überwinden, welche die Waſſertheilchen einander ſelbſten und die Röhrenwände ihnen entgegenſetzen, zumal wenn das Waſſer mit beträchtlicher Geſchwindigkeit durchgetrieben wird. Dieſe habe ich im Lehrb. der Hydraulik

$$= \frac{0{,}0022 \,.\, \lambda \,.\, b^2 \,.\, W^2}{t^2 \,.\, \delta \,.\, w^2}$$

beſtimmt, wo δ der Durchmeſſer der Kreisfläche w iſt. Alſo hat man vollſtändig

K =

$$K = \left(\frac{h^2}{300} + p + \frac{0{,}265 \,.\, b \,.\, \lambda \,.\, W}{t^2 \,.\, w} + \frac{b^2 \,.\, (W^2 - \mathfrak{w}^2)}{t^2 \,.\, \mathfrak{w}^2 \,.\, 15{,}09} + \frac{0{,}0022 \,.\, \lambda \,.\, b^2 \,.\, W^2}{t^2 \,.\, \delta \,.\, w^2}\right) . W$$

ohne die Kolbenreibung. (L.)

Anmerkung.

23. Gedenkt man ſich unter HN (Fig. 4.) ein cylindriſches oben verſchloſſenes Gefäß, und die Steigröhre nahe über dem Boden dieſes Gefäſſes angebracht, ſo hat man ein doppeltes Druckwerk mit einem Windkeſſel. Auf ſolche Art verfertigt man auch Feuerſpritzen mit einem Windkeſſel, deren Vorzug darinn beſteht, daß bey jedem Rückgang eines Kolbens das Waſſer durch die im Windkeſſel zuſammengepreßte Luft fortzuſpringen genöthiget wird. Nicht nur iſt dieſe beſtändige gleich ſtarke Unterhaltung des Strahls für ſich ſchon beym Feuerlöſchen von Wichtigkeit, ſondern es hat auch dieſe Wirkung zugleich den nämlichen Erfolg, welchen ich (§. 15. II.) von den Schwungrädern erwähnt habe. Dem Hrn. H. **Karſten** gebührt die Ehre, dieſen letztern Vortheil zuerſt bemerkt zu haben, da man die Windkeſſel nur wegen der Fortdauer des Strahls angebracht hatte. (L.) 4.

Anmerkung.

24. Eine Röhre oder Röhrenleitung, durch welche das Waſſer aus einem Behältniß abgeführt werden ſoll, muß, wenn man nicht durch beſondere Anſtalten den Druck der Atmoſphäre zu Hülfe nimmt, überall tiefer als der Waſſerſpiegel im Behältniß liegen. Wenn aber auch eine Röhrenleitung Stellen hätte, die nur nicht höher, als es der Barometerhöhe in ſolcher Gegend gemäß iſt, über dem Waſſerſpiegel liegen, ſo muß das Waſſer dennoch durch ſie abfließen, wofern man ſie anfänglich ganz mit Waſſer anfüllt, alſo während der Anfüllung ihre Ausflußöffnung verſtopft, und die Einflußöffnung etwa mit einer Klappe bedeckt. Es iſt nämlich der Druck vom Waſſerſpiegel bis zur höchſten Stelle der Röhrenleitung mit Inbegriff des atmoſphäriſchen größer, als der Gegendruck, welchen die Waſſerſäule von der Ausflußöffnung bis zur höchſten Stelle der Röhrenleitung vermög der Atmoſphäre ausübt, ſobald man den untern Spunden auszieht; es muß alſo jene Waſſerſäule in Be-

wegung geſetzt werden, und auf ſolche Art beſtändiger Abfluß erfolgen. Eine Röhre oder Röhrenleitung dieſer Art heiſt ein **Heber.**

Offenbar wirkt die Atmoſphäre bey jeder Röhrenleitung eben ſo auf Ein- und Ausflußöffnung, aber ſie iſt dabey entbehrlich, beym Heber **nothwendig.** Uebrigens muß der Ausfluß aus einem Heber völlig eben ſo berechnet werden, wie bey jeder Röhrenleitung. (L.)

Anmerkung.

25. Die Lehre vom Waſſerſtoß mit ihrer Anwendung auf unterſchlägige Räder, läßt ſich hier nicht beybringen. Nur um ſie nicht ganz übergangen zu haben, kann man folgendes merken. Der Querſchnitt eines iſolirten, d. h. ringsum blos von Luft umgebenen Waſſerſtrahls ſey da, wo er an eine Fläche ſenkrecht ſtößt, $= z$, die Höhe, welche der Geſchwindigkeit des Strahls an dieſer Stelle zugehört, heiſe H; die Fläche, welche den Stoß auffängt, weiche nach der Richtung des Stoſſes mit einer Geſchwindigkeit aus, welche der Höhe h zugehört, und die Kraft des Stoßes werde durch das Gewicht einer Waſſerſäule ausgedruckt, deren Kubikinhalt $= K$ iſt, ſo iſt

$$K = (2H + h - 3\sqrt{Hh}) \cdot z$$

Iſt die Stoßfläche die Schaufelfläche eines Rades, die alſo mit der Geſchwindigkeit $2\sqrt{gh}$ herumläuft, ſo giebt das Produkt aus der Größe der Kraft in die Geſchwindigkeit das **mechaniſche Moment** oder den Effekt; oder wenn dieſer E heiſt, ſo iſt

$$E = K \cdot 2\sqrt{gh} = (2H + h - 3\sqrt{Hh}) \cdot z \cdot 2\sqrt{gh}.$$

Bey einerley H und z ändert ſich alſo der Effekt, nachdem man h größer oder kleiner werden läßt, d. i. nachdem man dem Rad eine kleinere oder größere Laſt zu wältigen giebt, und der Effekt wird am größten, wenn man

$$h = 0{,}18 \cdot H$$

nimmt.

Nur muß der Durchmeſſer der Stoßfläche nirgends weniger als $\frac{1}{2}$ vom Durchmeſſer des Strahls betragen, damit ſie den ſich ausbreitenden Strahl ohne merklichen Verluſt auffangen könne.

Es iſt immer vortheilhafter, das Waſſer in ein hinlänglich tiefes Behältniß vor dem Rad treten zu laſſen, aus welchem

chem es durch eine unten angebrachte Oeffnung iſolirt gegen die Schaufeln ſtröhmt, als das Rad in einem Gerinne laufen zu laſſen.

Beym oberſchlägigen Rad wirkt das Waſſer hauptſächlich durch ſein Gewicht, wenig durch den Stoß, und ſeine vortheilhafte Betreibung erfordert eine langſame Bewegung, ſo daß eine Schaufel nicht über 7 höchſtens, bey hohem Gefälle und vielem Waſſer, 9 Rhl. Fuſe in 1 Sekunde durchlaufe. Bey Mühlen, die durch dieſe Räder betrieben werden, muß man alſo ja nicht die große Umlaufsgeſchwindigkeit des Läufers durch große Geſchwindigkeit des Waſſerrades zu erhalten ſuchen, ſondern durch Vergrößerung des Kammrades, ſo daß auf einen Umgang des Kammrades mehr Umlauf des Trillings fallen, als beym unterſchlägigen Waſſerrad.

Es iſt ohne Widerrede eine völlig entſchiedene Sache, daß bey hinlänglichem Gefälle ein oberſchlägiges Rad allemal mehr ausrichtet, als ein unterſchlägiges, wenn beyde mit gleich guten Einſichten gebaut und betrieben werden. S. das mehr erwähnte Lehrbuch der Hydraulik und deſſen Fortſetzung.

Ende der Hydraulik.

Anfangs-Gründe der Optik.

Erklärung.

1.

Die optiſchen Wiſſenſchaften haben das Ausmeßbare bey den Lichte zum Gegenſtande, und belehren uns über die Erſcheinungen der Gröſſe, Geſtalt und Bewegung der Körper, in ſo ferne ſie durch das Geſicht empfunden werden. Im engern Sinne wird zur Optik nur dasjenige gerechnet, was ſich von den Lichtſtrahlen, in ſo ferne man ſie blos als gerade Linien betrachtet, deren Richtung durch nichts abgeändert worden iſt, ſagen läßt.

Erfahrung.

2. Wenn wir einen Gegenſtand ſehen wollen, ſo müſſen wir das Auge nach ihm richten, und von ihm ungehindert nach dem Auge eine gerade Linie ziehen können. Zugleich muß er aber auch erleuchtet ſeyn, d. h. ſich in einem Zuſtande befinden, daß er auf irgend eine Art unſer Auge rühren kann, weil wir ſonſt keine Empfindung von ihm, durch das Auge haben könnten.

Erklärung.

3. Dieſe Urſache der Sichtbarkeit der Körper nennen wir das Licht. Ob nun die Körper auf unſer Auge würken, daß ſie würklich etwas Materielles aus ſich ausſtrömen laſſen, was einen Eindruck auf das Auge macht, oder ob ſie vielleicht auf unſer Auge nur wie

die

die ſchallenden Körper auf unſer Ohr würken, d. h. eine feine durch den ganzen Weltraum verbreitete Materie in eine Art von Erſchütterung verſetzen, wie die ſchallenden Körper unſere gröbere Luft, das iſt eine Unterſuchung, die mehr dem Phyſiker als Mathematiker zugehört. Nach jener Theorie, welche (man auch die **Neutonianiſche** nennt) würde ein **Lichtſtrahl** in einer Reihe ſehr feiner Körpertheilchen beſtehen, die von einem leuchtenden Körper nach dem Auge zufahren, nach dieſer aber würde man annehmen müſſen, daß die Theilchen eines leuchtenden Körpers ſich in einer Art von Bewegung befänden, wie die Theile eines ſchallenden, und daß dieſe Bewegung durch irgend eine feine Materie geradlinigt bis zu unſerm Auge fortgepflanzt würde, und alſo das Weſen eines Lichtſtrahles in einer Reihe von ſchwingenden Theilchen einer ſehr zarten Flüſſigkeit beſtände, welche aber nun freylich nicht die Luft ſeyn könnte, weil wir auch in dem luftleeren Raume Körper ſehen können. Die letztere Theorie heiſt auch die **Euleriſche**, oder das **Vibrationsſyſtem**, ſo wie die Neutonianiſche unter dem Nahmen des **Emanationsſyſtems** bekannt iſt. Dem Phyſiker liegt es ob, zu unterſuchen, welche von beyden Theorien die wahrſcheinlichſte iſt. Die beſte Schrift über dieſen Gegenſtand iſt von dem jetzigen Hrn. Prof. Heinrich in Ingolſtadt. „**Kömmt das Neutoniſche oder Euleriſche Syſtem vom Lichte mit den neueſten Verſuchen und Erfahrungen der Phyſik mehr überein,**“ eine mit dem Preiſe belohnte Abh. **in den neuen philoſophiſchen Abh. der bayriſchen Akad. der Wiſſenſ.** V. Band 1789. Ebendaſ. befindet ſich auch über dieſen Gegenſtand eine leſenswerthe Abh. vom Hrn. B. **Arbutheot,** Abte zu St. Jacob in Regensburg. Die Euleriſche Theorie iſt in Eulers opusculis varii argumenti, und in deſſen lettres a une princeſſe d'Allemagne umſtändlich zu erſehen.

Zuſatz.

4. Worinn nun aber auch ein Lichtſtrahl beſtehen mag, ſo müſſen wir uns denſelben doch immer als eine gerade Linie gedenken (§. 2.) Da nun aber ein Gegenſtand überall geſehen werden kann, wo wir von ihm ungehindert nach dem Auge eine gerade Linie ziehen können, ſo ſchließt man, er ſchicke nach allen Seiten Lichtſtrahlen aus, die ihn, oder vielmehr jeden leuchtenden Punkt deſſelben umgeben, wie die Halbmeſſer einer Kugel ihren Mittelpunkt.

Erklärung.

5. Wo kein Licht vorhanden, oder Mangel des Lichtes iſt, befindet ſich **Schatten** oder **Dunkelheit.** Je weniger Lichtſtrahlen von einem leuchtenden Körper an einen Ort hinfallen können, deſto geringer iſt auch die Erleuchtung, und deſto ſtärker der Schatten. Abweſenheit alles Lichtes iſt **Finſterniß.**

Erklärung.

6. **Für ſich leuchtende** Körper ſind ſolche, die durch eignes Licht auf unſer Auge wirken, z. E. die Sonne, das Feuer u. d. g. **Dunkele** Körper nennt man diejenigen, welche ohne von einem leuchtenden Körper Lichtſtrahlen zu empfangen, nicht auf unſer Auge wirken können. Z. E. die meiſten Gegenſtände auf unſerer Erde, der Mond und mehrere andere Weltkörper. **Durchſichtige** Körper heiſſen ſolche, welche die Lichtſtrahlen durchlaſſen, wie Glas, Waſſer u. d. g.

6 a) In dünnen Scheibchen ſind Materien durchſichtig, welche in dicken Stücken oft kein Licht durchlaſſen, ja die durchſichtigſten Körper können bey allzugroßer Dicke undurchſichtig zu ſeyn ſcheinen, welches ſo viel beweiſt, daß auch in einem durchſichtigen Körper, immer ſehr viele Theile ſind, welche das Licht aufhalten, und es nicht durchlaſſen.

Zuſatz.

Zuſatz.

7. Dunkele Körper werden durch das von einem leuchtenden Körper auf ſie fallende Licht ſelbſt ſichtbar. Sie müſſen alſo das auffallende Licht zurückwerfen, weil wir ſie ſonſt nicht ſehen könnten. Da nun aber die ſo genannten ſchwarzen Körper dunkel erſcheinen, wenn gleich Licht auf ſie fällt, ſo müſſen dieſe wohl das auffallende Licht entweder verſchlucken, oder ſonſt unthätig machen, daß es das Auge nicht rühren kann, und ſo ſehen wir denn den ſchwarzen Körper, ſo wie den Schatten, bloß in ſo fern er an benachbarte hellere Körper gränzt. Ueberhaupt mag aber wohl jeder Körper, bald mehr bald weniger ſolche Theilchen auf ſeiner Oberfläche haben, die kein Licht zurückwerfen, und daher neben ſolchen, die es zurückwerfen, dunkel oder ſchwarz erſcheinen müſſen.

Zuſatz.

8. Da die Lichtſtrahlen von einem leuchtenden Punkte A, nach divergirenden Richtungen Ab, Ac, Ad, Ae, Af &c. ausfahren, ſo kann ein dunkeler Körper, der weit von A weg iſt, nicht ſo viel Luftſtrahlen von A empfangen, als wenn er näher dabey iſt, d. h. ein dunkeler Körper, wird von einem leuchtenden deſto ſchwächer erleuchtet werden, je weiter er von demſelben weg iſt, wie auch die Erfahrung beſtätigt. I.

8a) Es ſey E (Fig. 125. Geom.) ein leuchtender Punkt, und CD eine kreisrunde Fläche, in dem ſenkrechten Abſtande EF von E, ſo iſt alles Licht, was die Fläche von E empfängt, innerhalb des körperlichen Raumes des Kegels CED enthalten. Gedenkt man ſich nun dieſen Kegel bis nach G hinaus, verlängert, und in dem Abſtande EG mit einer ebenen Fläche parallel mit CD durchſchnitten, ſo iſt die Durchſchnittsfigur AB ein Kreis von dem Halbmeſſer AG, und alles Licht, was die Fläche CD bekommen würde, iſt nun auf einer größeren Fläche AB vertheilt, daher dieſe an einzeln Stellen nicht ſo ſtark erleuchtet ſeyn kann, als die Fläche CD in gleichgroßen Stellen. So viel mahl begreiflich die Fläche AB größer iſt, als CD, ſo viel mahl wird auf einen Quadratzoll der erſtern, weniger Licht als

als auf einen Quadratzoll der letztern fallen können. Nun verhalten ſich aber die Kreisflächen AB, CD, wie die Quadrate ihrer Halbmeſſer AG, CF, oder wegen der ähnlichen Dreyecke ECF, EAG, wie die Quadrate von EG und EF. Alſo wird das Licht auf einem Quadratzolle der Fläche AB, ſo viel mahl ſchwächer, als auf einem gleich großen Theile der Fläche CD ſeyn müſſen, ſo viel mahl das Quadrat der Entfernung EG größer iſt, als das Quadrat der Entfernung EF vom leuchtenden Punkte, d. h. die **Stärke des Lichtes** nimmt ab, ſo wie das Quadrat der Entfernung vom leuchtenden Punkte zunimmt.

8 b) Gedenkt man ſich den Kegel durch den Punkt E ſchief durchſchnitten, ſo iſt die Schnittfigur größer als die Kreisfläche CD, und da jene doch eben die Lichtmenge von E bekömmt, als dieſe, ſo muß jene in einzeln Stellen nicht ſo ſtark erleuchtet ſeyn, als dieſe. Daher hängt die Stärke der Erleuchtung einer gegebenen Fläche, auch von ihrer Lage gegen den leuchtenden Punkt E ab. Je ſenkrechter überhaupt die Lichtſtrahlen auf eine gegebene Fläche fallen, deſto ſtärker wird dieſe auch dadurch erleuchtet werden.

Zuſatz.

8 c) Die bisherigen Sätze gelten, wenn das Licht durch keine andern Urſachen geſchwächt wird, als weil es ſich nach divergirenden Richtungen ausbreitet. Da es aber auf ſeinem Wege auch durch die Luft geſchwächt werden muß, weil dieſe kein vollkommen durchſichtiger Körper iſt, und alſo viele Lichtſtrahlen aufhält, welche ſonſt auf eine vorgegebene Fläche fallen könnten, ſo erfordert dies neue Unterſuchungen, die wahre **Stärke der Beleuchtung** eines dunkeln Körpers durch einen hellen zu beſtimmen, welche aber zu ſchwer ſind, als daß hier nur einiges davon beygebracht werden könnte. Daß indeſſen die Luft wirklich das Licht ſchwächt, bemerken wir an der untergehenden Sonne, in die wir ungeblendet hinein ſehen können, weil ihre Lichtſtrahlen dann einen viel größern Weg durch die Luft bis zu unſerm Auge zu durchlaufen haben, als wenn ſie hoch über dem Horizonte ſteht.

Anmerkung.

9. So kann man demnach mancherley Vergleichungen zwiſchen den verſchiedenen Graden der Beleuchtung eines dunkeln Körpers durch einen hellen, der verſchiedenen **Stärke und Schwächung des Lichtes** unter dieſen oder jenen Umſtänden

den anſtellen, und was von leuchtenden Punkten bisher geſagt worden, auch auf ganze Körper anwenden, die man als aus leuchtenden Punkten zuſammengeſetzt anſehen kann. Alle hieher gehörige Lehren gehören in eine beſondere optiſche Wiſſenſchaft, welche **Bouguer** und **Lambert** zuerſt unter dem Nahmen der **Photometrie** bearbeitet haben.

Eſſai d'optique, ſur la gradation de la lumiere par Mr. Bonguer a Paris 1719. (zwote ſehr vermehrte Ausgabe 1760.) Lamberti Photometria ſiue de menſura et gradibus luminis colorum et umbrae. Aug. Vind. 1760. **Karſtens** Lehrbegriff der Math. 8 Thl.

Erfahrung.

10. Wenn man einen Strahl GC in ein finſteres Zimmer hineinfallen läßt, und ihn mit einem ebenen Spiegel BD dergeſtalt auffängt, daß er mit ihm einen rechten Winkel macht, ſo prallet er in ſich ſelbſt zurück. Hingegen, wenn man den Spiegel BD ſo hält, daß der einfallende Strahl FC mit ihm einen ſpitzigen Winkel macht, ſo prallt er auf der andern Seite zurück, ſo daß der **zurückprallende (zurückgeworfene) Strahl** EC einen eben ſo groſſen Winkel ECB mit dem Spiegel macht, als der **einfallende** FC. Dieſer Satz gilt, wenn man bey C auch nur ein ſehr kleines Theilchen der ganzen Spiegelfläche läßt, und alles übrige des Spiegels entweder bedeckt, oder auch ſich ganz weggedenkt, zum Beweiſe, daß eigentlich nur das Theilchen des Spiegels, worauf der Strahl EC würklich fällt, den Strahl zurückwirft, das übrige des Spiegels aber wenigſtens zur Zurückwerfung des Strahles EC nichts beyträgt. 2.

Erklärung.

11. **Dieſes Zurückprallen der Strahlen wird die** Reflexion **genennet. Der Winkel** FCD, **den der einfallende Strahl** FC **mit dem Spiegel** BCD **machet, heiſſet der** Einfallswinkel (Angulus incidentiae). **Der Winkel** ECB **aber, den** 2.

der

der zurückgeworfene Strahl EC mit dem Spiegel machet, der Reflexionswinkel (Angulus reflexionis.)

Zuſatz.

2. 12. Daher iſt in einem Spiegel der Reflexionswinkel ECB dem Einfallswinkel FCD gleich (§. 10.).

12a) Setzt man ein Perpendikel GC auf das Element der Spiegelfläche bey C, ſo ſind auch die Winkel ECG und FCG einander gleich. Jenen nennt man auch oft den **Reflexionswinkel**, ſo wie dieſen den **Einfallswinkel.**

Erfahrung.

3. 13. Füllet ein coniſches Glas HKI mit Waſſer, und laſſet den Strahl LM in dem verfinſterten Orte ſchief darauf fallen; ſo wird er nicht in einer geraden Linie in N hinfahren, ſondern, wenn er aus dem Glaſe wieder in die Luft kommet, nach der Linie MO fortgehen, nicht anders, als wenn er aus P kommen wäre.

Zuſatz.

14. Wenn alſo der Strahl des Lichtes aus einer dichteren Materie in eine dünnere, oder aus einer dünneren in eine dichtere fähret; ſo wird er gebrochen.

Erklärung.

15. Dieſes Brechen der Strahlen, das iſt, ihre Abweichung von der vorigen Linie, in welcher ſie waren, wird die Refraction genennet.

Erklärung.

4. 16. Der Winkel VSX, den der einfallende Strahl TV mit dem gebrochenen SX machet, heiſſet der Refractionswinkel (Angulus refractionis.) Der Winkel ZSX, den der gebrochene Strahl

SX

SX mit der Linie SZ machet, welche in dem Einfallspunkte S auf der Fläche des Körpers QR, darauf der Strahl fället, perpendikular ſtehet, wird der gebrochene oder refringirte Winkel (Angulus refractus) genennet. Endlich der Winkel TSY, den der einfallende Strahl TS mit gedachter Perpendicularlinie SY machet, bekommt den Namen des Neigungswinkels oder Inclinationswinkels (Angulus inclinationis.) 4.

16a) Statt der ganzen Oberfläche QR des Körpers, darf man ſich auch nur ein kleines Stückchen derſelben bey S gedenken, und das Perpendikel YS drauf ſetzen.

Anmerkung.

17. Der einfallende und zurückgeworfene Strahl in (§. 11.) lieget mit dem Perpendikel GC der Erfahrung zufolge allemahl in einer einzigen Ebene, welche man die Zurückwerfungsebene nennt. Eben das findet auch in (§. 16.) bey der Brechung des Lichtes ſtatt, und man nennt daher die Ebene in der der einfallende Strahl, der gebrochene, und das Perpendikel liegen, die Brechungsebene. (M.)

Anmerkung.

18. Die bisherigen Erfahrungen zeigen nur vorläufig, was das Licht für Aenderungen ſeines geradlinigten Ganges erfährt, wenn es auf Spiegel oder durchſichtige Materien fällt. Die weitern Betrachtungen über dieſe Modificationen des Lichtes, kommen in der Catoptrik und Dioptrik vor. So gehört nun auch die Betrachtung des Auges in dem folgenden §. eigentlich in die Dioptrik, kann aber auch ohne Nachtheil der Gründlichkeit hier ſchon vorkommen, wenn man das, was von dem Auge geſagt wird, blos für Erfahrungen nimmt, die doch einigermaßen auch diejenigen belehren, wie es mit dem Sehen zugehe, für welche die gegenwärtigen Anfangsgründe eigentlich beſtimmt ſind, und deren Beſchäfftigung es nicht mit ſich bringt, ſich tief mit der Theorie des Sehens abzugeben.

Erklärung.

17. Das Auge beſtehet aus verſchiedenen Häuten und Feuchtigkeiten. Die erſte Haut iſt wie ein durchſichtiges Horn, und wird daher

die

die Hornhaut (Cornea) genennet. Mit ihr iſt in dem hinteren und gröſten Theil des Auges eine andere zähe Haut (Sclerotica) verknüpfet, die wir die harte Haut nennen wollen. Unter der Hornhaut iſt eine farbige Haut (Uvea), de en Farben von den Unwiſſenden der Hornhaut beygeleget werden. Dieſe hat mitten ein circulrundes Loch (Pupilla), welches wir den Stern nennen wollen. Mit der farbigen Haut iſt eine ſchwarze (Choroides) verknüpfet, welche an der harten anlieget. Endlich über die ſchwarze iſt hinten an dem Auge ein zartes netzförmiges Häutlein (Retina), welches wie ein Schleim zuſammenfället, wenn man es abſondert, hingegen ſich wie ein leinenes Tuch ausſpannet, wenn es innerhalb dem Waſſer beweget wird. Es iſt aus ſubtilen Nerven gewebet. Den hinterſten und gröſten Theil des Auges füllet die gläſerne Feuchtigkeit (humor vitreus) aus, welche einer aus Kraftmehle zubereiteten Stärke gleichet. Mitten in dem Auge unter dem Stern lieget die cryſtalline Feuchtigkeit (humor criſtallinus) die einem geſchliffenen Glaſe ähnlichet, und beyderſeits eine Rundung hat. Endlich den Raum zwiſchen der cryſtallinen Feuchtigkeit und der Hornhaut, erfüllet eine wäſſerige Feuchtigkeit (humor aqueus), die bald herausflieſſet, wenn die Hornhaut verletzet wird.

Erfahrung.

20. Haltet die cryſtalline Feuchtigkeit vor ein angezündetes Licht, oder gegen ein Fenſter, und darhinter ein Papier. Rücket mit dem Papiere nach und nach gegen jene zu; ſo werdet ihr das Licht mit der Bewegung der Flamme; imgleichen das Fenſter mit ſeinen Glas-

ſchei-

ſcheiben, ſehr ſubtil darauf abgebildet ſehen, jedoch umgekehret, ſo daß die Spitze der Flamme gegen den Erdboden ſtehet. Ziehet die cryſtalline Feuchtigkeit von dem Lichte etwas weiter weg; ſo wird das Bildlein auf dem Papiere verſchwinden, aber wieder kommen, wiewohl etwas kleiner, wenn ihr mit dem Papiere näher hinzurücket. Eben dieſes geſchiehet mit einem erhabenen geſchliffenen Glaſe.

20 a) Nämlich mit einem ſo genannten Brennglaſe, womit überhaupt ſich auch die folgenden Zuſätze ſehr gut zeigen laſſen, weil es etwas unbequem iſt, mit einem ſo kleinen Körper, als die chryſtallene Feuchtigkeit, oder die Chryſtall-Linſe in dem Auge iſt, dergleichen Verſuche anzuſtellen. Die in den folgenden Zuſätzen enthaltene Sätze, laſſen ſich aus der Theorie der Brechung alle vollkommen ſtreng erweiſen.

Zuſatz.

21. Die Körper, von welchen Strahlen in das Auge fallen, mahlen ſich ſehr nett und ſubtil, aber umgekehret, hinter der cryſtallinen Feuchtigkeit ab.

Zuſatz.

22. Dieſes Bildlein iſt näher hinter ihr und kleiner, wenn die abgebildete Sache weit weg iſt, als wenn ſie nahe iſt.

Zuſatz.

23. Da nun die nahen Sachen groß, die weiten klein ausſehen; ſo ſiehet eine Sache groß aus, wenn in dem Auge ein großes Bild abgemahlet wird, hingegen klein, wenn ſich ein kleines abmahlet. Und daher müſſen zwey Körper gleich groß ausſehen; wenn ihre Bilder im Auge gleich groß ſind.

Zuſatz.

24. Wenn die Sache beweget wird, ſo beweget ſich auch das Bild im Auge. Daher ſehen wir die Sa-

che in der Bewegung, wenn das Bildlein in dem Auge nicht auf einer Stelle bleibet.

Zuſatz.

25. Weil das Bildlein gar ſehr viel kleiner iſt, als die Sache, die es abbildet; ſo kann entweder wegen der Kleinigkeit der Sache, oder der allzugroſſen Weite von dem Auge, das Bildlein ſo klein werden, daß es einen untheilbaren Punkt im Auge einnimmt, und alſo die Sache nicht mehr abbildet. Derowegen kann in dieſem Falle die Sache nicht geſehen werden.

25 a) Oder eigentlich, das Auge vermag die einzeln Punkte einer Sache, deren Bild ſo klein iſt, nicht mehr deutlich von einander zu unterſcheiden, und hält daher einen Punkt für den andern.

Zuſatz.

26. Weil nun keine Sache in der Nähe iſt, da nicht einige Theilchen; hingegen auch keine in der Weite, da nicht einige groſſe Theile unſichtbar ſeyn ſollten; ſo kann man weder jene, noch dieſe mit bloßen Augen ganz deutlich ſehen, wiewohl jene deutlicher als dieſe. Denn wir ſehen etwas deutlich, wenn wir alle Theile unterſcheiden können, die in der That von einander unterſchieden ſind.

Zuſatz.

27. Weil das Bildlein ſich auf dem netzförmigen Häutlein darſtellet: ſo muß die cryſtalline Feuchtigkeit ihm näher ſeyn; wenn ihr in der Ferne etwas deutlich ſehet, als wenn ihr in der Nähe etwas erkennet (§. 22.).

27 a) Ueber den Streit, ob die Netzhaut in dem Auge, oder die ſo genannte Adernhaut (obige choroidea) das Werkzeug der Empfindung ſey ſ. m. Smiths Lehrbegriff d. Optik I. Buch. 3 Kap. der Käſtneriſchen Ueberſ.)

Zuſatz.

28. Daher muß in einem Auge, welches ſowohl in die Ferne, als in die Nähe ſiehet, die cryſtalline

Feuch-

Feuchtigkeit ihre Entfernung von dem netzförmigen Häutlein verändern können.

Zuſatz.

29. Wenn die cryſtalline Feuchtigkeit dem netzförmigen Häutlein zu nahe iſt; ſo können ſich die nahen Sachen nicht deutlich auf ihm abbilden. Iſt ſie aber von ihm zu weit weg, ſo kann von den weiten kein deutliches Bild auf ihm formiret werden (§. 22.). Derowegen kann man in dem erſten Falle nicht wohl in die Nähe, in dem andern nicht wohl in die Ferne ſehen.

29a) Ein Auge, welches blos in der Nähe, aber nicht in die Ferne deutlich ſieht, heiſt kurzſichtig (myops). Im entgegengeſetzten Falle weitſichtig (bresbyta).

Anmerkung.

30. Alle Veränderungen, die in dem Auge vorgehen, kann man auch in einem verfinſterten Zimmer wahrnehmen, wenn man durch ein geſchliffenes, auf einer Seite kugelrundes, auf der anderen aber ebenes, oder auch auf beyden Seiten kugelrundes Glas (welches mit der cryſtallinen Feuchtigkeit im Auge übereinkommet) das Licht hinein fallen läſſet. Denn es mahlen ſich in einer gewiſſen Weite von dem Glaſe alle Sachen, von denen Strahlen auf das Glas fallen können, umgekehret auf das allerdeutlichſte mit ihren Farben und Bewegungen ab. Dergleichen verfinſterten Ort pflegee man eine Cameram obſcuram zu nennen. Wenn das Löchlein nicht viel größer als eine Linſe oder Erbſe iſt; kann das geſchliffene Glas wegbleiben. Denn weil alsdenn die Strahlen des Lichtes, die von verſchiedenen Punkten der Fläche eines Körpers hineinfallen, alle auf beſondere Punkte der Wand fallen, und ohne Vermengung in das Auge zurücke geworfen werden: ſo müſſen ſie noch eben die Kraft behalten, die ſie vorher hatten, nemlich die ſtrahlenden Punkte, von denen ſie ausgefloſſen, vorzuſtellen.

30a) So weit muß man aber die Vergleichung des Auges mit einem finſtern Zimmer nicht treiben, daß man ſich die Seele als Zuſchauerin gedächte, welche das Bildchen eines Gegenſtandes auf der Netzhaut gleichſam mit Augen betrachtete, wie wir das Bild eines Gegenſtandes in einem finſtern Zimmer. Wie der Eindruck jenes Bildchens auf der

Netzhaut, eine Empfindung und Vorſtellung des zugehöri- gen Gegenſtandes in unſerer Seele erweckt, wird uns wohl auf immer unerklärlich bleiben.

30b) Man hat ſehr viel darüber geſchrieben, warum wir einen Gegenſtand nicht verkehrt ſehen, da das Bild deſ- ſelben in dem Auge doch verkehrt iſt.

Die natürlichſte Beantwortung dieſer Frage iſt wohl, daß wir uns der kleinen Bilder in unſerm Auge gar nicht be- wußt ſind, und nicht wiſſen würden, ob ſie aufrecht oder ver- kehrt ſind, wenn uns nicht die Eigenſchaften der Glaslinſen ſolches gelehrt hätten. Aber die **Bewegung unſerer Au- gen** ſind wir uns bewußt, und beurtheilen darnach von Ju- gend auf die Lagen der Dinge die wir ſehen. **Seitwärts** liegt dasjenige, was uns durch eine Bewegung des Auges **nach der Seite** deutlich wird, **oben** dasjenige, wozu wir das Auge **erheben**, **unten**, wozu wir das Auge ſenken müſſen. Ob das Bild in dem Auge aufrechts oder verkehrt iſt, lernen wir durch die bloße Empfindung nicht, und kön- nen alſo darnach auch gar nicht das Oben = oder Unten-, das Rechts = oder Links = Seyn an einem Gegenſtande beurtheilen.

30c) Warum wir mit zwey Augen nicht doppelt ſehen, **Smiths** Lehrb. d. Optik I. B. §. 137.

Erfahrung.

31. Leget den Spiegel an das Fenſter, und tretet vor denſelben. Nehmet wahr, wie groß der Stern im Auge iſt. Haltet beyde Hände an die Schläfe, daß von den Seiten kein Licht mehr in die Augen fallen kann, ſo werdet ihr ſehen, daß der Stern merklich gröſſer wird. Sobald ihr aber die Hände zurückziehet, wird auch der Stern ſich wieder zuſammenziehen.

Zuſatz.

32. Der Stern im Auge wird gröſſer, wenn das Licht abnimmt; hingegen kleiner, wenn das Licht zu- nimmt.

Zuſatz.

33. Dannenhero iſt er in der hellen Mittagsſon- ne überaus klein; in der Abenddämmerung ſehr groß.

33 a) Und dies iſt eine wahre Wohlthat für die feine Organiſation im inneren unſeres Auges. Zöge ſich der Stern durch den Reitz eines allzuheftigen Lichtes nicht zuſammen, ſo könnte das Auge durch die große Menge eines einfallenden Lichtes ſehr leicht beſchädigt werden. Wie aber dieſes Zuſammenziehn zugehe, iſt noch nicht ganz ausgemacht, gehört auch nicht hieher.

Lehrſatz.

34. **Wenn das Licht auf einem dunkelen Körper fället; ſo wirft er allezeit einen Schatten hinter ſich, dem Lichte gegen über.**

Beweis.

Denn der dunkle Körper läſſet keine Strahlen des Lichts durchfallen. Da ſie nun in einer geraden Linie fortgehen (§. 4.); ſo hindert er, daß auf einen gewiſſen Raum hinter ihm Strahlen fallen können. Und daher iſt hinter dem Körper, dem Lichte gegen über, ein Schatten (§. 5.). W. Z. E.

Zuſatz.

35. Wenn derowegen das Licht ſeine Stelle verändert, ſo rücket auch der Schatten aus ſeiner Stelle fort. Eben dieſes muß geſchehen, wenn der erleuchtete Körper ſich beweget. Und dannenhero ſcheinet es in beyden Fällen, als ob ſich der Schatten bewegte.

Zuſatz.

36. Weil nichts ohne Licht geſehen werden kann, der Schatten aber ein Mangel des Lichtes iſt (§. 5.); ſo kann er nur geſehen werden, in ſo weit der Körper der im Schatten lieget, einiges zurückfallendes Licht von den Seiten her empfänget, und in ſo weit man die Gränzen des Schattens und Lichtes ſehen kann.

Aufgabe.

37. **Aus der gegebenen Höhe eines Körpers TS, und der Höhe der Sonne über dem**

7. Horizonte SVT, die Länge des Schattens TV zu finden.

Aufloͤſung und Beweis.

Weil in dem rechtwinklichten Triangel STV der Winkel V gegeben iſt, als der das Maaß der Sonnenhöhe iſt; ſo wiſſet ihr auch den dritten S (§. 77. Geom.). Derowegen könnet ihr die Länge des Schattens TV (§. 20. Trigon.) finden. W. Z. T. u. Z. E.

Es ſey die Sonnenhöhe SVT 37° 45′ TS 187 Schuhe.

Log. Sin. V	9,7869056
Log. TS	2,2718416
Log. Sin. S	9,8980060
	12,1698476
Log. TV	2,3829420

welchem in den Tabellen am nächſten kommet 2415″

Zuſatz.

38. Wenn euch die Höhe TS und die Länge des Schattens TV gegeben wird; ſo könnet ihr (§. 26. Trigon.) die Sonnenhöhe TVS finden.

Zuſatz.

39. Wenn ihr den Schatten TZ kürzer annehmet als TV; ſo iſt der Winkel TZS den beyden Winkeln ZVS und ZSV zuſammen gleich (§. 74. Geom.). Und demnach iſt der Schatten eines Körpers kürzer, wenn die Sonne (oder ein anderes Licht) hoch, als wenn ſie niedrig ſtehet.

Aufgabe.

5. 40. **Aus der gegebenen Länge des Schattens zweyer Körper AB und DB, und der Höhe des einen DE, die Höhe des andern zu finden.**

Auf=

Auflöſung.

Wenn der Körper DB dergeſtalt hinter dem Körper AC ſtehet, daß beyder Schatten in B aufhöret; ſo iſt, wegen der rechten Winkel bey D und A, die Linie DE mit AC parallel (§. 73. Geom.), folgends: wie der kurze Schatten DB zu der kleinen Höhe DE, ſo der lange Schatten AB zu der groſſen Höhe AC (§. 149. Geom.) Derowegen könnet ihr dieſe durch die Regel Detri finden.

Anmerkung.

41. Wegen der ſehr großen Entfernung der Sonne von der Erde, ſind alle Strahlen, welche von einem gewiſſen Punkte der Sonne ausfließen, auf der ganzen Erde für parallel zu nehmen. Derowegen bleibt der Winkel B von einerley Größe, wenn der Stab DE auch nicht hinter dem Körper AC ſelbſt, ſondern an jedem andern Orte eingeſteckt worden wäre, der mit A in derſelben Horizontalfläche läge. Nur verſteht ſich, man muß in demſelben Augenblicke, da man des Gegenſtandes AC Schatten mißt, auch des Stabes DE Schatten meſſen, damit man beyde Schatten für einerley Sonnenhöhe bekomme. (M.)

Zuſatz.

42. Derowegen wenn ihr auf dem Felde einen Stock DE nach Belieben einſtecket, ſeine Höhe und die Länge ſeines Schattens DB meſſet, über dieſes die Länge des Schattens eines Baumes, oder Thurmes, oder einer andern Höhe AB erforſchet; ſo könnet ihr nach gegenwärtiger Aufgabe dieſelbe Höhe finden.

Es ſey DB 7′ DE 5′ AB 45′

7 — 5 — 45

5

―――――

225

11 |
225 | $32\frac{1}{7}$ = AC
77 |

42 a) Da die Sonne in den bisherigen Aufgaben nicht für einen leuchtenden Punkt zu halten iſt, ſondern dieſelbe, wie die Aſtronomie lehret, einem Beobachter auf der Erde, ohngefähr einen halben Grad an dem Himmel einzunehmen
7. ſcheint, ſo ſey (Fig. 7.) ZS ein von dem obern Sonnenrande herkommender Strahl, und VS ein anderer von dem untern Sonnenrande, ſo iſt leicht einzuſehen, daß jeder Punkt innerhalb des Raumes zwiſchen Z und V ſchon von einem **Theile der Sonnenſcheibe** beſchienen werden kann, und daher ſchon einigen Grad der Erleuchtung haben muß, da hingegen der ganze Raum zwiſchen T und Z von gar keinem Sonnenſtrahle unmittelbar getroffen werden kann, und daher ganz im Schatten des Gegenſtandes TS liegen muß. Dieſen Raum TZ heiſt man den **ganzen Schatten**, oder auch den **Kernſchatten**, da hingegen der Raum ZV, in welchen ſchon einiges Sonnenlicht gelangen kann, der **Halbſchatten** genannt wird. Dieſer Halbſchatten wird immer ſchwächer und ſchwächer von Z nach V zu, und über V hinaus findet gar kein Halbſchatten mehr ſtatt. Einen ſolchen Halbſchatten kann man hinter jedem Körper ſehen, der nicht blos von einem leuchtenden Punkte, ſondern von einem beträchtlich großen leuchtenden Körper beſchienen wird.

42 b) Die Länge dieſes Halbſchattens ZV auf einer Horizontalfläche kann man aus den Winkeln TZS, TVS oder
7. aus der Höhe des obern und untern Sonnenrandes über der Horizontalfläche und der Höhe des Gegenſtandes, oder dem Perpendikel ST finden. Denn man hat in dem rechtwinklichten Dreyecke TZS, die Seite TS und den Winkel Z, und in dem Dreyecke VTS, ebenfalls die Seite TS, und die Winkel V, der ohngefähr um einen halben Grad kleiner iſt als Z, daraus findet man TZ und TV, folglich ZV = TV − TZ, oder die Länge des Halbſchattens, welchen man denn deſto größer finden wird, je kleiner die Winkel Z und V ſind, je niedriger alſo die Sonne ſteht, daher denn auch die wahre Länge des Kernſchattens TZ, durch unmittelbare Beobachtung nicht recht ſicher anzugeben iſt, weil er ſich zu ſehr in den Halbſchatten verliehrt, deſſen wahre Gränze ſich nur berechnen, aber nicht meſſen läßt. Die vorhergehenden Aufgaben verſtatten alſo wegen des Halbſchattens in der Ausübung keine große Genauigkeit, und gar keine, wenn die Sonne tief ſteht.

Lehr-

Lehrſatz.

43. **Wenn der dunkle Körper kleiner iſt, als das Licht; ſo wird der Schatten immer ſchmäler, je weiter er vom Körper wegkommet. Iſt er gröſſer, ſo wird der Schatten immer breiter. Wenn aber beyde Körper von gleicher Gröſſe ſind; ſo behält der Schatten überall eine Breite.**

Beweis.

Die Axe gehet mitten durch das Licht und den erleuchteten Körper, und der äuſſere Strahl berühret ſowohl das Licht, als den erleuchteten Körper. Wenn nun das Licht gröſſer iſt, als dieſer; ſo iſt der Strahl in dieſem der Axe näher, als in jenem. Derowegen kommet der Schatten hinter dem Körper der Axe immer näher, je weiter er von ihm weg iſt. **Welches das erſte war.**

Hingegen wenn das Licht kleiner iſt, als der erleuchtete Körper; ſo iſt der äuſſere Strahl in jenem der Axe näher, als in dieſem, und dannenhero gehet der Schatten immer weiter von der Axe weg, je weiter er von dem Körper wegkommet. **Welches das andere war.**

Wenn die beyden Körper von gleicher Gröſſe ſind, ſo ſind die beyden äuſſerſten Strahlen parallel. Derowegen bleibet der Schatten beſtändig von einer Breite (§. 22. Geom.). **Welches das dritte war.**

Lehrſatz.

44. **Wenn das Licht und der erleuchtete Körper Kugeln von gleicher Gröſſe ſind; ſo iſt der Schatten cylindriſch. Wenn das Licht eine gröſſere Kugel iſt, als der erleuchtete Körper; ſo hat der Schatten die Figur eines Kegels. Endlich wenn das Licht eine kleinere Ku-**

gel iſt, als der erleuchtete Körper; ſo hat der Schatten die Figur eines Bechers.

Beweis.

Die äuſſerſten Strahlen berühren ringsherum den erleuchteten Körper. Derowegen, wenn dieſer eine Kugel iſt; ſo iſt die Grundfläche des Schattens ein Circul. Da nun in dem erſten Falle der Schatten einerley Breite behält, in dem andern aber immer ſchmäler, und in dem dritten immer breiter wird; ſo muß die Figur im erſten ein Cylinder (§. 179. Geom.), im andern ein Kegel (§. 185. Geom.), und im dritten ein Becher ſeyn. W. Z. E.

44 a) Umſtändlichere Berechnungen hierüber, ſo wie auch über die Halbſchatten in dieſem Falle findet man in Käſtners angew. Mathem. (Opt. 10.)

Zuſatz.

45. Wenn man in allen drey Fällen den Schatten mit der Grundfläche parallel zerſchneidet; ſo kommt überall ein Circul heraus, und zwar ſind im erſten Falle alle Circul einander gleich; im andern aber werden ſie immer kleiner, und im dritten immer gröſſer, je weiter man von dem Körper hinauskommt (§. 181. 186. Geom.).

Erfahrung.

46. Man laſſe Sonnenſtrahlen durch eine kleine kreisrunde Oeffnung in ein verfinſtertes Zimmer hineinfallen, und fange ſie mit einem dreyeckichten gläſernen Priſma dergeſtalt auf, daß ſie auf eine von den Seitenflächen des Priſma ſenkrecht auffallen, ſo werden ſie dadurch nicht allein von ihrem Wege abgelenkt, ſondern auch hinter dem Priſma, wo man ſie mit einem Blatt Papiere auffangen kann, ſich mit den ſchönſten Farben des Regenbogens darſtellen, und nicht mehr die gewöhnliche weiſe

und helle Farbe des Sonnenlichtes haben. Fängt man dieſe farbichten Strahlen, in welche das weiße Sonnenlicht vermittelſt ſeiner Brechung in dem Prisma, gleichſam zerlegt wird, mit einem Spiegel auf, ſo werden ſie wie das gewöhnliche Licht zurückgeworfen, läßt man ſie aber auf ein Brennglas fallen, ſo werden ſie durch daſſelbe wiederum vereinigt, und ſtellen dann in dem Brennpunkte des Glaſes, wieder das gewöhnliche weiſe Sonnenlicht dar. Vor ihrer Vereinigung ſind ſie noch gefärbt, wiewohl ſchon nahe vor dem Brennpunkte, die einzeln Farben nicht mehr ſo gut unterſchieden werden können. Hinter dem Brennpunkte laufen ſie wieder gefärbt aus einander. Auf dem Papiere, womit man die farbigten Strahlen hinter dem Prisma auffängt, unterſcheidet man, und zwar immer in derſelben Ordnung, von unten nach oben, folgende Farben, mit ihren Schattirungen in einander: Roth, orangegelb, hellgelb, grün, hellblau, dunkelblau, violet. Es iſt aber ſchwer, die Gränze einer jeden einzeln Farbe genau anzugeben, weil ſie gleichſam in einander fließen, oder durch unmerkliche Abſtuffungen in einander übergehen. Läßt man einen Theil des gefärbten Lichtes, ſo weit es einerley Farbe hat, z. B. bloß rothes, durch ein kleines rundes Loch, was man an der Stelle, wo ſich dieſe Farbe auf dem Papiere zeigt, gemacht hat, hindurch fallen, ſo wird das dahinter gehaltene Auge, die Empfindung der rothen Farbe haben. Läßt man aber dieſen rothen Strahl auf ein zweytes Prisma fallen, ſo bleibt er auch nach dieſer zweyten Brechung noch roth, und wird nicht weiter in andere Farben zerlegt. Es wird aber dieſer rothe

che Strahl durch das zweyte Prisma, weniger aus ſeiner Lage gebrochen, als der gelbe, blaue, und anders gefärbte Strahl (M.)

Zuſatz.

47. Dieſe Erfahrungen berechtigen uns anzunehmen, daß das weißlichte Sonnenlicht, alſo die weiße Farbe aus einer Vermiſchung verſchiedener in Abſicht auf ihre Brechbarkeit ungleichartiger Farben zuſammengeſetzt ſey, daß man vermittelſt des Priſma dieſe weiße Farbe in ihre farbichten Beſtandtheile, wegen ihrer verſchiedenen Brechbarkeit, zerlegen, und dieſe durch Hülfe eines Brennglaſes wiederum zur weiſen Farbe vereinigen könne. (M.)

Anmerkung.

48. Eben dergleichen Strahlen entſtehen, wenn ihr den
3. Strahl des Sonnen=Lichtes LM in ein mit Waſſer gefülltes coniſches Glas einfallen laſſet. Und wenn dieſes in einem verfinſterten Gemache geſchiehet, formiren ſie einen großen, zuweilen doppelten Regenbogen. Man muß aber das Glas mit Waſſer, eben als wie das geſchliffene priſmatiſche Glas ſo lange erhöhen und erniedrigen, bis die Strahlen unter dem rechten Winkel einfallen.

Zuſatz.

49. Da demnach in der weiſen Sonnenfarbe gleichſam alle übrigen Farben ſchon vereinigt ſind, ſo ſolgt, daß wenn ein Körper die Eigenſchaft hat, alles auffallende Sonnenlicht, ohne weitere Aenderung zurück zu werfen, derſelbe weiß ausſehen müſſe, daß wenn er aber z. E. nur den rothen Beſtandtheil des Sonnenlichtes zurückwürfe, die übrigen aber etwa verſchluckte, oder ſonſt zurückhielte, daß ſie nicht reflectirt würden, derſelbe auch nicht anders als in dieſer rothen Farbe erſcheinen könne, und ſo liegt denn der Grund, warum die Körper dieſe oder jene Farbe zeigen, ſobald ſie von der Sonne, oder ſonſt einem leuchtenden Körper beſchienen werden, theils in dem Lichte ſelbſt, in ſo ferne es ſchon die Farben enthält,

hält, theils in einer beſondern Beſchaffenheit der Körper, vermöge der ſie entweder nur dieſen oder jenen gefärbten Beſtandtheil des auffallenden Lichtes zurückzuwerfen vermögen, welches weiter zu unterſuchen aber nicht hieher, ſondern in die Naturlehre gehört.

49 a) Ein Körper, auf den entweder kein Licht fällt, oder das ſämmtlich auffallende Licht verſchluckt, wird im gemeinen Leben **ſchwarz** genannt. Man ſieht aber leicht, daß die ſchwarze Farbe eigentlich keine Farbe genannt werden ſollte. Sie iſt vielmehr Mangel alles Lichtes (§. 7.) So iſt denn die weiße Farbe eigentlich eine zuſammengeſetzte aus mehreren, welche man **einfache Farben** nennt. Es iſt wahrſcheinlich, daß ſelbſt nicht alle Farben, welche das Prisma hervorbringt, einfache ſind, daß die grüne z. B. ſchon ein Gemiſch aus Gelb und Blau iſt. Einige nehmen nur 3 **Hauptfarben, roth, gelb und blau an**, und zeigen, daß durch Miſchungen derſelben alle übrigen hervorgebracht werden können. Alles hieher gehörige iſt aber gleichfalls ein Gegenſtand der Naturlehre. M. ſ. indeſſen hierüber Tob. Mayeri Comment. de affinitate colorum in deſſen opp. ineditis.

49 b) Die bisherigen Entdeckungen über die Farben, haben wir vorzüglich **Neuton** zu verdanken, welcher ſolche in ſeinen lectionibus opticis Cambridge 1669—71 und in ſeiner (von Clark ins Lateiniſche überſetzten) Optice .. Lond. 1706. gelehrt hat.

Lehrſatz.

50. Ein Körper ſieht von weitem dunkeler aus als in der Nähe.

Beweis.

Von jedem Punkte eines jeden erleuchteten Körpers fließen unzählig viel Strahlen aus (§. 18.): ſie fahren aber immer weiter von einander, je weiter man von dem Körper wegkommt (§. 9.) Derowegen können in der Nähe mehr Strahlen in die Augen fallen, als in der Weite, und alſo ſiehet er in der Nähe heller, in der Weite dunkeler aus. W. Z. E.

Anmerkung.

51. Weil die kleinen Sachen kleiner (§. 23.) in großen Theilen undeutlicher (§. 26.) und dabey dunkeler (§. 50.) ausſehen, als die nahen; ſo kann man auf einer Fläche verſchiedene Dinge mahlen, deren eines weiter weg zu ſeyn ſcheinet, als das andere. Und auf dieſem Grunde nebſt dem Schatten, den die Körper werfen, beruhet die ganze Mahlerkunſt, als welche die körperlichen Dinge auf einer Fläche dergeſtalt vorſtellet, wie ſie dem Auge in der Natur erſcheinen.

Erklärung.

51 a) Unter der **ſcheinbaren Größe**, oder dem **optiſchen Winkel** einer Sache AC (Fig. 5.) verſteht man
5. den Winkel CBA, welchen die äuſſerſten Strahlen CB und AB, von den Enden des Gegenſtandes nach dem Auge B gezogen, an dem Auge mit einander machen. Unterweilen wird dieſer Winkel auch der **ſcheinbare Durchmeſſer** des Gegenſtandes, auch wohl der **Sehewinkel** genannt.

51 b) Verlängert man dieſe Lichtſtrahlen in das Auge hinein, ſo daß ſie ſich in der Mitte B der Cryſtall-Linſe durchkreuzen, ſo machen ſie hinter derſelben, eben den Winkel, wie vor ihr, und die Bilder von den Punkten C und A auf der Netzhaut, liegen allemahl in den geraden Linien CB, AB ſelbſt. Wenn daher mehrere Sachen AC, DE an dem Auge einerley Winkel machen, ſo machen ſie auch auf der Netzhaut gleich große Bilder. Denn es iſt kein Grund vorhanden, warum ein Lichtſtrahl von D, auf einen andern Punkt der Netzhaut fallen ſollte, als der von C, ſobald CEB eine einzige gerade Linie ausmachen.

Lehrſatz.

52. **Was unter einerley Winkel geſehen wird, ſiehet gleich groß aus: was unter einem gröſſeren geſehen wird, ſiehet gröſſer aus, und was unter einem kleineren geſehen wird, kleiner.**

Beweis.

5. Wenn zwey oder mehrere Sachen AC und ED unter einem Winkel ABC geſehen werden, ſo iſt das Bild im Auge von einerley Gröſſe. (§. 51 b). Und eben ſo iſt

es

us klar, daß das Bild der Sache gröſſer iſt, welche unter einem größeren Winkel geſehen wird, hingegen derjenigen kleiner, die man unter einem kleinern ſiehet. Derowegen müſſen in dem erſten Falle die Sachen gleich groß ausſehen: in dem andern aber ſiehet die erſte gröſſer, und die andere kleiner aus (§. 23). W. Z. E.

Lehrſatz.

53. **Wenn zwey Körper von verſchiedener Gröſſe DE und AC gleich groß ausſehen; ſo** 5.
verhalten ſie ſich gegen einander wie ihre Weiten von dem Auge DB und AB.

Beweis.

Wenn zwey Körper gleich groß ausſehen; ſo ſind ihre Bilder im Auge von gleicher Gröſſe (§. 23.), und alſo machen die beyden äußerſten Strahlen AB und CB in dem Auge B einerley Winkel. Da nun bey D und A rechte Winkel ſind, ſo iſt DE mit AC parallel (§. 73. Geom.), und daher DE : AC = DB : AB (§. 149. Geom.) W. Z. E.

Lehrſatz.

54. **Wenn die Bilder zweyer Sachen im Auge zuſammenſtoſſen; ſo ſcheinen ſie uns nahe bey einander zu ſtehen.**

Beweis.

Wenn zwey Sachen neben einander ſtehen, ſo ſind auch ihre Bilder im Auge neben einander: welches ihr auch leicht auf dergleichen Weiſe erfahren könnet, wie oben angewieſen worden (§. 20. 30.) Alsdenn aber ſehen wir auch die Sachen neben einander. Wenn nun das Auge auf eben eine ſolche Art afficiret wird, als von neben einander ſtehenden Sachen geſchiehet; ſo müſſen ſie uns auch neben einander zu ſtehen ſcheinen. Derowegen wenn die Bilder zweyer Sachen im Auge zuſammen-

menſtoßen, ſo ſcheinen uns dieſelben nahe bey einander zu ſtehen. W. Z. E.

Anmerkung.

55. Die Bilder zweyer Sachen ſtehen in dem Auge neben einander, wenn von denen andern, die zwiſchen ihnen liegen, keine Strahlen ins Auge fallen können. Dannenhero kommet es uns vor, als wenn alle Sterne gleich weit von der Erde weg wären: als wenn einer, den wir von weitem ſehen, an einem Walde gienge, da er doch einen ziemlichen Weg davon weg iſt: als wenn zwey Thürme an einer Kirche wären, da ſie doch in verſchiedenen Dörfern ſind, u. ſ. w.

Lehrſatz.

56. **Eine brennende Fackel, oder ein anderer brennendes Licht, ſiehet in der Weite gröſſer aus als in der Nähe.**

Beweis.

Wenn ihr einen Sonnenſtrahl durch ein kleines Loch in einen verfinſterten Ort fallen laſſet; könnet ihr wahrnehmen, daß die Luftſtäublein von dem Lichte einen Glanz bekommen. Derowegen iſt nicht zu zweifeln, und man kann es auch mit Augen ſehen, daß die Luft um das Licht einen ſtarken Glanz bekommt. In der Nähe könnet ihr ihn von der Flamme unterſcheiden. Weil aber die Flamme ſchwächer ausſiehet, wenn ihr von dem Lichte weit wegkommt (§. 9.); ſo haltet ihr den Glanz der Luft mit für einen Theil der Flamme, dannenhero ſiehet euch die Flamme des Lichtes von weitem gröſſer aus, als in der Nähe.

Zuſatz.

57. Da nun die glänzende Luft um und um die Flamme des Lichtes umgiebet; ſo ſiehet ſie uns auch von Weitem rund aus, unerachtet ſie in der Nähe wie eine Pyramide zugeſpitzet iſt.

Lehrſatz.

58. **Wenn die ſcheinbare Gröſſe des Raumes, dadurch ſich ein Körper in einer merklichen**

chen Zeit beweget, unmerklich iſt; ſo kann ſeine Bewegung nicht geſehen werden, ſondern er ſcheinet ſtille zu ſtehen.

Beweis.

Wenn wir die Bewegung eines Körpers ſehen ſollen; ſo muß ſein Bild im Auge nicht auf Einer Stelle bleiben (§. 24.). Wenn aber die ſcheinbare Gröſſe des Raumes; dadurch ſich der Körper in einer merklichen Zeit beweget, unmerklich iſt, das iſt, kaum einige Minuten, oder auch wohl gar Secunden hält, ſo muß das Bild im Auge auf einer Stelle bleiben (§. 25.). Derowegeu können wir in dieſem Falle keine Bewegung verſpüren. W. Z. E.

Zuſatz.

59. Darum ſcheinen uns die Sachen, welche ſich in der Nähe ſehr langſam, als der Zeiger an einer Uhr, oder auch in einer großen Weite ſehr geſchwinde, als die Sterne am Himmel, bewegen, ſtille zu ſtehen.

Zuſatz.

60. Wenn die Bewegung der Körper von weitem gleich gemerket werden kann, ſo muß ſie doch viel langſamer ſcheinen, als ſie iſt (§. 25.).

Zuſatz.

61. Dannenhero wenn zwey Korper ſich gleich geſchwinde bewegen, der eine aber weiter weg iſt, als der andere; ſo wird der weitere ſich langſamer zu bewegen ſcheinen.

Zuſatz.

62. Und alſo gewinnet es das Anſehen, als wenn der weitere zurückbliebe; hingegen der nähere ſcheinet ſich geſchwinder zu bewegen, als würklich geſchiehet.

Anmerkung.

6. 63. Es ſey das Auge in O, der erſte Körper anfangs in V, der andere in T; ſo ſehet ihr beyde in S (§. 55.) Der Körper V beweget ſich aus V in u, und der andere T aus T in t; ſo ſcheinet ſich V aus S in N, und T nur aus S in M beweget zu haben.

Lehrſatz.

6. 64. **Wenn das Auge O mit einem Körper V ſich nach einer Gegend beweget, aber geſchwinder als er; ſo kann er ihm zurück zu gehen ſcheinen.**

Beweis.

Es ſey das Auge Anfangs in O, und der Körper in V; ſo ſehet ihr ihn in S. Das Auge beweget ſich aus O in P, und der Körper aus V in u, alſo das Auge geſchwinder als er. Wenn ihr nun zurück ſehet; ſo erſcheinet euch der Körper in Q, und gewinnet demnach das Anſehen, als wenn er aus S in Q zurücke gegangen wäre. W. Z. E.

Lehrſatz.

65. **Wenn das Auge in Anſehung unſers Leibes, und der Leib in Anſehung eines andern Körpers unbeweglich iſt, beyde aber mit dieſem ſchnell fort beweget werden; ſo ſcheinen ſich die zu beyden Seiten unbewegliche Körper uns entgegen zu bewegen.**

Beweis.

Wenn ihr auf einem Schiffe fahret, ſo ſcheinen ſich die Ufer und Bäume an den Ufern euch entgegen zu bewegen. Eben ſo ſcheinen auch die Bäume euch entgegen zu kommen und vorbey zu gehen, wenn ihr ſchnell auf einem Poſtwagen fahret. Man ſoll die Urſache ſagen, woher dieſes komme.

Indem ihr auf dem Schiffe oder Wagen ſchnell fahret; ſo wird die Lage des Auges gegen die zu den Seiten

ten liegende Körper geändert. Dannenhero kann das Bild davon nicht immer auf einer Stelle im Auge bleiben, und weil die Bewegung des Leibes geſchwinder geſchiehet, muß auch das Bild von einer Stelle geſchwinde auf die andere fortrücken, ja die alten Bilder müſſen immer verſchwinden, und neue in deren Stellen kommen. Derowegen ſcheinen ſich die im Auge abgebildeten Sachen, das iſt, die zu beyden Seiten unbeweglich ſtehende Körper, uns entgegen zu bewegen und vorbey zu gehen (§. 24.). W. Z. E.

Anmerkung.

66. Es kann auch zuweilen ſcheinen, als wenn ein unbeweglicher Körper euch entgegen käme. Z. E. ihr gehet auf dem Felde gegen einen Wald zu, und weit davon zu euch her ſtehet ein Baum. Weil ihr zwiſchen dem Baume und dem Walde nichts ſehet, kommet es euch vor, als wenn er mit zu dem Walde gehörete (§. 55.) Wenn ihr aber näher hinkommet; fallen Strahlen von darzwiſchen gelegenen Sachen ins Auge, und bilden ſie in ihm ab, und zwar immer mehrere, je näher er kommt. Derowegen wird das Bild des Baumes in dem Auge immer weiter von dem Walde weggerücket, und alſo ſcheinet er euch entgegen zu kommen (§. 24.).

Ende der Optik.

Anfangs-Gründe der Katoptrik.

Erklärung.

1.

Die Katoptrik iſt eine Wiſſenſchaft der ſichtbaren Dinge, in ſo weit ſie durch Hülfe der Spiegel geſehen werden.

Erklärung.

2. Durch den Spiegel verſtehen wir eine jede Fläche, die oben glatt oder poliret iſt, hinten aber einen ſchwarzen oder undurchſichtigen Grund hat.

Erklärung.

3. Die Fläche der Spiegel iſt entweder eben, oder erhaben, oder hohl. In dem erſten Falle heiſſet es ein platter Spiegel; in dem andern ein erhabener Spiegel; in dem dritten ein Hohlſpiegel. Die Spiegel von der andern Art ſind insgemein entweder ſphäriſche, oder cylindriſche, oder coniſche.

Aufgabe.

4. Eine große gläſerne Tafel zu poliren.

Auflöſung.

1. Befeſtiget eine gläſerne Tafel mit Gips auf einer hölzernen, die mit einem etwas erhabenen Rande umgeben, und unbeweglich ſtehet.

2. Auf

2. Auf eine etwas kleinere befeſtiget gleichfalls mit Gips eine etwas kleinere gläſerne. Auf der andern Seite der hölzernen muß ein offener Kaſten gemacht werden, damit ihr ihn mit Steinen beſchweren könnet.

3. Beſtreuet die untere Tafel mit Sande, der durch ein Sieb vorher geſiebet worden, damit die Körper fein gleich ſind, und feuchtet ihn mit Waſſer an.

4. Dann reibet die kleine gläſerne Tafel an der groſſen, und wenn ſie ſich beyde gleich abgerieben, nehmet etwas feinern Sand. Zulezt reibet die Tafeln ohne Sand, oder mit etwas geſchlemmeten Schmergel, bis ſie ganz eben werden und einigen Glanz bekommen.

5. Wenn ſie nun zum Poliren geſchickt ſind; ſo ſchleifet auf der eiſernen Scheibe mit Sande die Ränder.

6. Endlich befeſtiget die hölzerne Tafel daran die gläſerne angegypſet, an einem Tiſche, und nehmet ein viereckichtes, viel länger als breites Holz, überziehet es mit Leder, das Leder beſtreichet mit Tripel oder Zinnaſche, und reibet damit das Glas, bis es recht helle und klar wird.

Aufgabe.

5. **Einen platten gläſernen Spiegel zu machen.**

Auflöſung.

1. Leget auf eine hölzerne Tafel Löſchpapier, und überſtreuet es mit geſchabeter Kreite. Darüber aber leget ein Blatt von Engliſchem Zinne, und breitet es fein eben aus, damit nirgend eine Runzel bleibe.

2. Gieſſet auf das Engliſche Zinn Queckſilber, und breitet es durch daſſelbe mit Baumwolle aus, damit es davon durchfreſſen wird.

3. Leget ein weiſſes Papier darauf, nachdem ihr es abgekehret, und wenn ihr die gläſerne polirte Tafel mit einem reinen leinenen Tuch abgewiſchet, ſo leget ſie auf das Papier.

4. Drücket mit der linken Hand auf das Glas, und ziehet mit der rechten das Papier darunter weg. Decket es oben mit reinem Papiere zu: darauf leget eine Pappe, und beſchweret ſie mit einem Gewichte.

5. Laſſet das übrige Queckſilber abflieſſen, und hernach den Spiegel ein wenig ſtehen; ſo wird ſich das Zinn mit dem Queckſilber feſte anhängen, und geſchehen, was man verlangete.

5 a) Das bisher geſagte giebt nur einen allgemeinen Begriff, wie die gläſernen Spiegel geſchliffen, polirt und belegt werden. Die würkliche Ausübung erfordert viel Handgriffe, die man aus beſondern Büchern, über das Glasſchleifen, am beſten aber in den Spiegelfabriken ſelbſt ſehen kann.

Erfahrung.

6. Haltet einen Stab perpendicular an einen Spiegel; ſo wird ſein Bild im Spiegel mit ihm eine gerade Linie machen, er mag platt, oder erhaben, oder hohl ſeyn.

Zuſatz.

7. In dem Spiegel ſiehet man jeden Punkt in der Linie, die von ihm auf die Spiegelfläche perpendicular gezogen wird.

Zuſatz.

8. Man ſiehet ihn aber auch in dem zurückgezogenen reflectirten Strahle, und alſo da, wo dieſer Strahl die gedachte Perpendicularlinie durchſchneidet.

Lehr-

Lehrſatz.

9. **Wenn man eine Sache in einem platten** 1.
Spiegel ſiehet; ſo erſcheinet jeder Punkt A ſo weit hinter dem Spiegel in F, als er vor dem Spiegel wegſtehet.

Beweis.

Ziehet AF auf den Spiegel DE perpendicular. Man ſoll erweiſen (§. 8.) daß AG = FG. Bey G ſind rechte Winkel, und weil o = x (§. 12. Optic.) und y = x (§. 40. Geom.); ſo iſt auch y = o (§. 22. Arithm.). Derowegen iſt FG = AG (§. 150. Geom.) W. Z. E.

Zuſatz.

10. Dannenhero muß die Sache in ihrer wahren Geſtalt und Gröſſe hinter dem Spiegel erſcheinen.

Zuſatz.

11. Wenn der Spiegel DE horizontal lieget; ſo 1.
muß der Punkt A ſo tief unter dem Spiegel erſcheinen, als er über ihm ſtehet. Und darum ſtehet alles in ihm umgekehret. Eben dieſes geſchiehet, wenn er an der Decke horizontal befeſtiget iſt.

Zuſatz.

12. Wenn ihr den Rücken gegen einen Spiegel kehret, hingegen einen andern Spiegel dergeſtalt haltet, daß die von dem erſten Spiegel reflectirte Strahlen, ſo von eurem Rücken hineingefallen, mit ihm aufgefangen, und wieder in euer Auge reflectiret werden; ſo könnet ihr in dem andern Spiegel euch von vorne und hinten zugleich ſehen.

12 a) Eigentlich ſieht man jeden Punkt A einer Sache hinter einem Spiegel DE, an derjenigen Stelle F, von der alle zurückgeworfenen Strahlen, wie BC, herzukommen ſcheinen.

So wie nemlich z. E. der von A auf den Spiegel fallende Strahl AB, in der Richtung BC zurückgeworfen wird, und dieſer zurückgeworfene Strahl die Lage hat, als wenn er von einem Punkte F hinter dem Spiegel herkäme, welcher ſo weit hinter dem Spiegel liegt, als A davor liegt, und auf gleiche Weiſe alle übrigen von A auf den Spiegel fallenden Strahlen, nach ihrer Zurückwerfung ſolche Lagen bekommen, als wenn ſie von einem und demſelben Punkte F hinter dem Spiegel vorkämen, ſo iſt klar, daß wenn ein Auge ſolche zurückgeworfene Strahlen wie BC empfängt, in ihm die Empfindung entſtehen muß, als wenn in F ſelbſt ein ſtrahlender Punkt wäre, den man daher das **Bild** des vor dem Spiegel befindlichen Punktes A nennt. So hat ein jeder anderer Punkt des Gegenſtandes hinter dem Spiegel, ſein Bild, und folglich der ganze Gegenſtand ſelbſt, welches [illegible] denn bey einem ebenen Spiegel, dem Gegenſtande ſelbſt gleich und ähnlich iſt.

12 b) Hieraus ergiebt ſich nun auch die Urſache, warum die Fläche DE kein beſtimmtes Bild von einem Punkte A eines Gegenſtandes formiren kann, wenn ſie nicht Spiegelglatt, ſondern rauh wäre. Eine **rauhe Fläche** kann nemlich betrachtet werden, als wenn ſie aus einer unzähligen Menge ſehr kleiner ebener Theilchen, in ſehr unterſchiedenen Lagen gegen einander zuſammengeſetzt wäre. Hier könnte nun z. E. ein ſolches Theilchen bey B einen zurückgeworfenen Strahl BC von dem Punkte A des vor dem Spiegel befindlichen Gegenſtandes in das Auge bringen, aber zu gleicher Zeit könnte ein anderes Theilchen um B herum nach Beſchaffenheit ſeiner Lage, einen Lichtſtrahl von einem ganz andern Punkte des Gegenſtandes, **in derſelben Richtung** BC nach dem Auge reflectiren, und ſo könnten von mehreren Theilchen, Lichtſtrahlen von ſo **unterſchiedenen Punkten** des Gegenſtandes **in derſelben Richtung** BC nach dem Auge reflectiret werden, daß das Auge in dieſer Richtung keinen Punkt einzeln deutlich empfinden, und jeden von den andern beſtimmt unterſcheiden könnte, es wird alſo in der Richtung BC zwar Lichtſtrahlen empfangen, aber nicht angeben können, von welchen Punkten des Gegenſtandes ſie nach der Zurückwerfung eigentlich herkommen, d. h. die ganze Fläche DE wird zwar Licht reflectiren, was auf ſie fällt, aber nicht ſo ordentlich, daß das Auge den Gegenſtand in ihr erkennen könnte, von dem ſie durch die Zurückwerfung Licht in das Auge brachte. So erhellt auf gleiche Weiſe, warum

auf

auf der Oberfläche des Waſſers ſich keine Gegenſtände abſpiegeln können, ſobald dieſe Oberfläche durch kleine Wellen uneben wird.

Aufgabe.

13. **Einen gläſernen ſphäriſchen Spiegel zu machen.**

Auflöſung.

1. Schmelzet einen Theil Zinn, und einen Theil Markaſit in einem kleinen Tiegel, und wenn es in Fluß gebracht worden, ſo werfet zwey Theil Queckſilber hinein.
2. Sobald es zu rauchen anfänget, gieſſet die geſchmolzene Materie in reines Brunnenwaſſer, und ſo bald ſie abgekühlet, gieſſet das Waſſer wieder ab.
3. Drücket die abgekühlte Materie durch ein reines doppeltes leinenes Tuch, und was durchgehet,
4. ſchüttet in eine hohle gläſerne Kugel, die inwendig ganz rein iſt.
5. Wendet die Kugel fein ſanfte herum; ſo wird ſich die Materie allenthalben anlegen. Das übrige gieſſet wieder heraus.

Anmerkung.

14. Wenn ihr grüne, rothe, gelbe oder von anderer Art Farbe Kugeln nehmet; ſo bekommet ihr auch Spiegel, darinnen alles grün, roth, gelb, oder von einer andern Farbe ausſiehet.

Lehrſatz.

15. **In einem ſphäriſchen Spiegel EBG wird jeder Punkt einer Sache A zwiſchen dem Mittelpunkte C und der Fläche der Kugel geſehen.** 2.

Beweis.

Wenn ihr von dem Punkte A eine Perpendicular-Linie AH auf den ſphäriſchen Spiegel ziehet; ſo gehet ſie durch den Mittelpunkt der Kugel C. Ziehet eine gerade Linie IK, welche den Circul EBG im Einfallspunkte B berühret. Mit dieſer macht der Radius CB einen rechten Winkel (§. 40. Mechan.): hingegen wenn der Einfallswinkel ABI ein ſpitziger Winkel iſt, ſo machet auch der reflectirte Strahl DB mit BK einen ſpitzigen Winkel (§. 12. Optik.). Da nun der Vertikalwinkel FBI ihm gleich iſt (§. 40. Geom.); ſo fället der reflectirte Strahl BD, wenn er über den Punkt B continuiret wird, zwiſchen die Seiten des rechtwinklichten Triangels CBI, und muß endlich an ſeine gröſte Seite CI in F ſtoſſen. Und dannenhero ſieht man den Punkt A innerhalb dem Mittelpunkte C und der Kugelfläche EHBG (§. 8.) W. Z. E.

Zuſatz.

16. Derowegen kann die Linie AH, ſie mag ſo groß ſeyn, wie ſie will, nicht gröſſer als die Linie FH ausſehen (§. 8.); und alſo iſt das Bild im Spiegel viel kleiner als die Sache; auch viel kleiner als der halbe Diameter CH.

Zuſatz.

17. Wenn man mit dem Radio BO aus dem Mittelpunkte O einen Circul beſchreibet, der die Linie AC in L durchſchneidet; ſo iſt klar, daß das Bild FL von der Linie LA in einem kleinen Spiegel kleiner iſt, als in einem groſſen.

Zuſatz.

3. 18. Wenn ein cylindriſcher Spiegel AB aufgerichtet ſtehet; ſo ſiehet in demſelben alles ſehr lang, aber überaus ſchmal aus. Wenn er aber horizontal gehalten wird; ſo muß die

die Sache in ihm breit, aber ſehr kurz ausſehen.

Beweis.

Nach der Länge AD herunter kann man auf der cylindriſchen Spiegelfläche lauter gerade Linien ziehen (§. 179. Geom.), und alſo ſtellet er nach der Länge einen platten Spiegel vor. Nach der Breite aber ſind lauter Circulperipherien (§. 181. Geom.), und dannenhero ſtellet er nach der Breite einen ſphäriſchen Spiegel vor (§. 177. Geom.) Da nun die platten Spiegel die Sachen in ihrer rechten Größe darſtellen (§. 10.), die ſphäriſchen aber ſie verkleinern (§. 6.); ſo ſehen die Sachen in einem cylindriſchen Spiegel lang, aber überaus ſchmal aus. **Welches das erſte war.**

Auf gleiche Art wird erwieſen, daß ſie in dem andern Fall kurz und breit ausſehen müſſen. **Welches das andere war.**

Lehrſatz.

19. **In einem coniſchen Spiegel GFH, wenn er aufgerichtet iſt, ſehen alle Sachen lang, aber dabey ſchmal, oben ſehr zugeſpitzet, und unten viel breiter aus: wenn aber ſeine Axe mit dem Horizonte parallel, oder gegen denſelben ſchief gehalten wird, ſehr kurz, und auf einer Seite viel kleiner, als auf der andern.** 4.

Beweis.

Nach der Länge laſſen ſich auf einer coniſchen Fläche lauter gerade Linien ziehen, nach der Breite aber ſind lauter Circulperipherien, die von der Grundfläche GH an gegen die Spitze F immer abnehmen (§. 186. Geom.) Derowegen hat ein coniſcher Spiegel nach der Länge die Eigenſchaft eines platten, nach der Breite aber verſchiedener ſphäriſcher Spiegel. Da nun die platten Spiegel die Größen unverändert laſſen (§. 10.), die ſphäriſchen

ſchen aber ſie um ſo viel mehr verkleinern, je geringer ihr Diameter iſt (§. 17.); ſo müſſen in einem aufgerichteten coniſchen Spiegel GFH die Sachen lang und ſchmal, und zwar oben viel ſchmäler als unten ausſehen.

Aufgabe.

20. Einen gläſernen Hohlſpiegel zu machen.

Auflöſung.

Nehmet ein Glas, ſo auf einer Seite eben, auf der andern erhaben geſchliffen iſt, und überleget es auf der erhabenen Seite; ſo habet ihr einen Hohlſpiegel.

Anmerkung.

21. Sie werden auch aus 8 Theilen Kupfer, einem Theile Engliſchen Zinn und 5 Theilen Markaſit gegoſſen, und auf der hellen Seite polliret. Dieſe Spiegel pfleget man **ſtählerne Spiegel** zu nennen.

21 a) Ueber die Verfertigung der metallnen Spiegel ſehe man Smiths Optik. 3 Buch 2 Kap. Die beſte Anweiſung dazu giebt John Mudge, ein Engelländer, in den Phil. Transact. Vol. LXVII. P. I. pag. 196. Eine Ueberſetzung davon findet ſich in den Leipz. Samml. zur Phyſ. und Naturgeſch. I. B. 5. St. (S. 584.) Edwards Verfahren ſ. m. im nautical Almanac 1787. und auszugsweiſe in Tralles phyſ. Kalender 1786.

Lehrſatz.

5. **22. Wenn ein Strahl BD mit der Axe des Spiegels AX parallel einfället, und unter 60 Graden von der Axe weg iſt; ſo wird er nach der Reflexion in B mit der Axe in F vereiniget, in einer geringeren Weite von dem Spiegel, als der vierte Theil des Diameters oder der halbe Radius iſt.**

Beweis.

Weil der halbe Diameter BC auf dem Spiegel perpendicular ſtehet (§. 40. Mech.); ſo iſt $x = y$. Denn y machet mit dem Reflexionswinkel, und x mit dem Einfalls-

fallswinkel 90 Gr. (§. 12. Optik und §. 25. Arithm.) Da nun BD und AX parallel ſind; ſo iſt o = x (§. 72. Geom.), folgends auch o = y (§. 22. Arithm.) Derowegen iſt FC = FB (§. 81. Geom.) Nun iſt CX = BC (§. 27. Geom.), BF + FC aber gröſſer als BC (§. 26. Geom.), folgends auch gröſſer als CX, und demnach FC gröſſer als FX. Alſo iſt FX kleiner als der halbe Radius oder der vierte Theil des Diameters. W. Z. E.

Zuſatz.

23. Weil m = n, wie aus dem Beweiſe des gegenwärtigen Lehrſatzes erhellet, ſo iſt n = 60 Gr., wenn der Bogen EX 60 Gr. iſt (§. 16. Geom.). Derowegen iſt der zurückgeworfene Strahl EX dem Radio CX gleich (§. 82. Geom.), und fället der zurückgeworfene Strahl wieder auf den Spiegel in X.

Zuſatz.

24. Da die Sonnenſtrahlen dem Augenſchein nach parallel ſind; ſo werden auch alle, die hin und wieder auf die Spiegelfläche fallen, in einem engen Raum in F zuſammengebracht. Weil nun hierdurch ihre Kraft vermehret wird, ſo iſt es kein Wunder, daß, ob ſie gleich vorhin nur warm machten, ſie jetzund gar anzünden, ja wenn der Spiegel groß iſt, harte Körper, als Steine und Metalle, ſchmelzen.

Anmerkung.

25. Daher pfleget man die Hohlſpiegel **Brennſpiegel** zu nennen, unter welchen aus dem Alterthume des Archimedis ſeine berühmt, damit er die Flotte der Römer angezündet haben ſoll. In unſern Zeiten hat niemand gröſſere Brennſpiegel gemachet, als der **Herrn von Tſchirnhauſen**, dadurch er faſt in einem Augenblicke Bley geſchmolzen, Eiſen glühend gemacht, ja innerhalb 5 Minuten Kupfer und Silber in Fluß gebracht, die Dachziegel, Scherben und Töpfen, Knochen und andere harte Materien in Glas verwandelt. Man machet aber die Brennſpiegel nicht gern über 15 Grade (§. 22.)

25 a) Umſtändlichere Betrachtungen und Berechnungen über den Brennraum F, und wie viel mahl daſelbſt etwa die Sonnenſtrahlen verdichtet werden, findet man in Käſtners angewandter Mathem. (Katoptr. 32.) Auch daſelbſt (46) was von Archimeds angeblichen Brennſpiegeln zu halten ſey.

Zuſatz.

26. Weil die Fläche eines Brennſpiegels, deſſen Höhle von einer größern Kugel iſt, mehr Sonnenſtrahlen auffangen und in den Brennpunkt zurück werfen kann, als ein kleinerer; ſo brennet ein großer Brennſpiegel beſſer, als ein kleiner.

Zuſatz.

27. Weil der vierte Theil von einem groſſen Diameter gröſſer iſt, als eben derſelbe Theil von einem kleinen; ſo muß ein großer Brennſpiegel weiter brennen, als ein kleiner (§. 22.).

Zuſatz.

28. Daß die Sonnenſtrahlen brennen, rühret blos daher, weil ſie durch die Reflexion in einem engen Raum zuſammengebracht werden (§. 22.) Darum iſt es kein Wunder, daß man Brennſpiegel aus feſtem Holze oder Pappe machen kann, ſo vergoldet und poliret, oder auch mit Stroh beleget werden.

Zuſatz.

5. 29. Wenn ein Licht in den Brennpunkt F geſetzet wird; ſo ſind die reflectirten Strahlen alle der Axe, und auch unter einander ſelbſt parallel.* Denn der einfallende Strahl iſt alsdenn FB, und daher der reflectirte BD (§. 12. Optik.)

Zuſatz.

30. Wenn ihr demnach die parallel reflectirte Strahlen mit einem andern Brennſpiegel auffanget; ſo könnet ihr gleichfalls mit demſelben brennen.

Zuſatz.

Zuſatz.

31. Wenn die Strahlen parallel ſind; ſo bleibet das Licht immer gleich ſtark. Darum könnet ihr einen weit entlegenen Ort (z. E. die Stundenſchribe mit dem Zeiger an einem Thurme aus eurem Fenſter) helle erleuchten, wenn ihr ein Licht, oder eine Lampe in den Brennpunkt eines Hohlſpiegels ſetzet.

Anmerkung.

32. Doch läſſet ſich nicht auf dieſe Weiſe das Licht durch viele Meilen ohne den geringſten Abbruch werfen: denn es wird durch den Widerſtand der Luft immer nach und nach geſchwächet.

Lehrſatz.

33. **Wenn eine Sache in dem Brennpunkte eines Hohlſpiegels lieget; ſo kann ſie in ihm gar nicht geſehen werden.**

Beweis.

Wir ſehen jeden Punkt einer Sache, wo der reflectirte Strahl mit der Perpendicularlinie, die von ihr auf den Spiegel gezogen wird, zuſammenſtöſſet (§. 8.), das iſt, im gegenwärtigen Falle mit der Axe des Spiegels, weil in ihr der Brennpunkt iſt, darinnen die Sache lieget (§. 23.). Nun, wenn die Sache im Brennpunkt ſtehet; ſo ſind die reflectirten Strahlen mit der Axe parallel (§. 22.), und ſtoſſen mit ihr nirgends zuſammen (§. 22. Geom.) Derowegen kann ſie im Spiegel gar nicht geſehen werden. W. Z. E.

Lehrſatz.

34. **Wenn eine Sache ab zwiſchen dem Brennpunkte P und dem Hohlſpiegel ſtehet; ſo ſiehet man das Bild AB hinter dem Spiegel** 6.

ver-

vergrößert und aufgerichtet, und zwar um deſto größer, je näher die Sache dem Brennpunkte iſt.

Beweis.

VO ſey die Axe des Hohlſpiegels, AM und NB mit ihr parallel, und in P der Brennpunkt; ſo ſind aK und bL die beyden äuſſerſten einfallenden Strahlen, und KM und LN die reflectirten. Da nun der von a auf den Spiegel gezogene Perpendicul durch den Mittelpunkt des Spiegels I gehet; ſo wird der Punkt a in A und b in B (§ 8), folgends das Bild AB hinter dem Spiegel aufgerichtet und größer als ab geſehen. Da nun auf gleiche Weiſe erhellet, daß CD das Bild von cd, hingegen cd größer als ab und CD = AB iſt, ſo iſt ferner klar, daß das Bild von cd näher hinter dem Spiegel erſcheinet, und, wenn es dem Spiegel näher iſt, weniger vergrößert wird. W. Z. E.

Lehrſatz.

6. 35. **Wenn eine Sache ef weiter als der Brennpunkt P von dem Spiegel weg iſt; ſo erſcheinet ſie in freyer Luft, aber verkehret, und näher bey dem Spiegel, auch kleiner, je weiter ſie von dem Brennpunkte ſtehet.**

Beweis.

Es erhellet, wie in dem vorhergehenden Beweiſe, daß FE das Bild das ef, und HG das Bild von gh ſey, folgends das Bild von ef und gh verkehret in der Luft geſehen werde, und zwar näher bey dem Spiegel, auch kleiner, je weiter die Sache voh dem Brennpunkte weg iſt. W. Z. E.

35 a) Von allen dieſen Dingen genauere und umſtändlichere Unterſuchungen in Smiths Lehrb. d. Opt. 2 B. 8 K. und

K. und §. 473. der Anmerkungen daſ. Auch Hrn. H. Käſtners Problematis Alhazeni analyſis trigonometrica in den Comm. Soc. R. Goett. 1776. und eben deſſ. Abh. de objecti in ſpeculo ſphaer. viſi magnitudine apperente in den Gött. Comm. ad ann. 1777. Die Theorie von den Bildern der Gegenſtände in Spiegeln überhaupt iſt aber, wenn ſie gründlich behandelt werden ſoll, zu ſchwer und weitläuftig, als daß in Anfangsgründen, wie die gegenwärtigen, mehr davon geſagt werden dürfte, als von Wolf geſchehen iſt. Die Erſcheinungen der ſphäriſchen Spiegel leitet Wolf alle aus der Erfahrung (§. 6.) her, gegen welches ſich aber noch einiges erinnern läßt, wenn man alles genau nehmen will, zugeſchweigen, daß auch jene Erfahrung ſelbſt, erſt aus den Geſetzen der Zurückwerfung erklärt werden muß. —

Ende der Katoptrik.

Anfangs-Gründe der Dioptrik.

Erklärung.

1.

Die Dioptrik iſt eine Wiſſenſchaft aller ſichtbaren Dinge, in ſo weit ſie durch gebrochene Strahlen geſehen werden.

Aufgabe.

2. Die Gröſſe der Refraction zu unterſuchen, welche die Strahlen leiden, wenn ſie aus der Luft in das Glas, und aus dem Glaſe in die Luft fahren.

Auflöſung.

1. 1. Laſſet euch nach Keplers Exempel (Diopt. l. 1. prop. 3.) einen gläſernen Würfel BCDEGFHI machen, und ihn auf allen Seiten recht eben ſchleifen und poliren.

2. Setzet zwey wohlgehobelte Breter ABIN und NIPO rechtwinklicht zuſammen. Die Höhe AN muß der Höhe des Würfels CH gleich, die Breite NI aber etwas breiter, als der Würfel ſeyn.

3. Setzet den Würfel an das aufgerichtete Bret BANI an, und kehret es gegen die Sonne, ſo wird auſſer dem Glaſe der Schatten bis in ML, in dem Glaſe aber nur bis KQ fallen.

2. 4. Da nun CL der einfallende, und CK der gebrochene Strahl iſt: ſo iſt HCL der Inclinations-

win-

winkel, HCK der gebrochene Winkel, und KCL der Refractionswinkel (§. 16. Opt.) Derowegen weil in dem Triangel CHK und CHL, die Seiten CH, HK und HL gegeben werden, indem ihr ſie nach einem ſubtilen Maaßſtabe meſſen könnet; ſo werdet ihr die Winkel HCK und HCL (§. 26. Trigon.) finden. Und wenn ihr HCK von HCL abziehet; ſo bleibet euch der Winkel KCL übrig. W. Z. T. W.

Zuſatz.

3. Wenn der Strahl CL aus der Luft in das Glas kommt, ſo wird er in CK gegen das Perpendicul CH gebrochen, und zwar dergeſtalt, daß der Sinus des Inclinationswinkels HCL zu dem gebrochenen HCK ſich wie 3 zu 2 verhält, und, ſo lange jener unter 30 Graden iſt, der Strahl beynahe um den dritten Theil deſſelben gegen den Perpendicul gebrochen wird.

3 a) Bey andern durchſichtigen Materien iſt das Brechungsverhältniß anders, z. E. bey Waſſer = 4 : 3.

Zuſatz.

4. Hingegen wenn der Strahl CK aus dem Glaſe in die Luft fähret, ſo wird er in CL, und demnach von dem Perpendicul CH weggebrochen, und zwar dergeſtalt, daß der Sinus des Inclinationswinkels zu dem gebrochenen ſich wie 2 zu 3 verhält, und, ſo lange jener unter 30 Graden iſt, der Strahl beynahe um die Hälfte deſſelben von dem Perpendicul weggebrochen wird. In beyden Fällen gehet der Perpendicularſtrahl ungebrochen durch.

4 a) Oder vielmehr, wenn ein Lichtſtrahl nach der Richtung KC ſich in dem Glaſe bewegte, und bey C aus dem Glaſe in die Luft gebrochen würde, ſo würde der gebrochene Strahl in der verlängerten Richtung LC fortgehen.

Erklärung.

5. **Ein erhabenes Glas** (lens convexa) **iſt ein ſolches (Fig. 6.) welches auf beyden Seiten nach der Krümmung einer Kugelfläche dergeſtalt geſchliffen iſt, daß es in der Mitte dicker, als nach dem Rande A oder B zu ausfällt. Iſt die eine Seite von dem Glaſe eben geſchliffen wie (Fig. 3.) ſo pflegt man es auch wohl Plan-convex zu nennen. (M.)**

Anmerkung.

6. Daher nennt man es ein Glas von 3 Schuhen, oder ſagt, es halte im Diameter drey Schuhe, wenn die Kugelfläche AKB (Fig. 3.) im Diameter 3 Schuhe hält u. ſ. w.

Erklärung.

4. 5. 7. **Ein hohles Glas** (Lens concava) **wird genennet, welches entweder auf beyden Seiten, oder nur auf einer ein Stücke von der inneren Fläche einer hohlen Kugel hat, und auf der andern platt iſt.**

7 a) Alle Gläſer von kugelförmigen Oberflächen heiſen Hohlgläſer, wenn ſie in der Mitte dünner als rings an dem Rande herum ſind.

Anmerkung.

8. Man nennet die hohlen auch Gläſer von drey Schuhen im Diameter, wenn die Kugel, auf deren äuſſere Fläche ihre Höhlung ſich ſchicket, im Diameter drey Schuhe hält.

Aufgabe.

9. **Durch Zeichnung zu finden, wie ein einfallender Strahl in einem gegebenen Glaſe gebrochen wird.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet mit den gegebenen Radiis die Bogen der Höhlungen, oder der erhabenen Flächen; oder ziehet

ziehet gerade Linien, wenn die Gläſer platt ſind, damit ihr den Durchſchnitt des Glaſes bekommt.

2. Ziehet den Strahl auf das Glas nach der Art, wie er einfallen ſoll.

3. Auf den Einfallspunkt ziehet eine gerade Linie, die auf dem Glaſe perpendicular ſtehet, damit ihr den Inclinationswinkel bekommt.

4. Dieſen theilet in drey gleiche Theile; ſo könnet ihr den Strahl ziehen, wie er im Eingange gebrochen wird (§. 3.)

5. Gleichergeſtalt ſuchet den Inclinationswinkel im Ausgange, und

6. theilet ihn in zwey gleiche Theile, ſo könnet ihr den Strahl ziehen, wie er im Ausgange gebrochen wird.

Z. E. das Glas ſey auf einer Seite erhaben, auf der andern platt, und die erhabene Seite ſey von der Sache abgekehret, auf die platte fallen die Strahlen mit der Axe parallel ein; ſo ziehet eine gerade Linie AB, und darauf die Axe IF perpendicular. Aus C beſchreibet mit dem Radio des Glaſes den Bogen AKB; ſo habet ihr den Durchſchnitt des Glaſes. Weil der Strahl DE 3.
auf der Linie AB perpendicular ſtehet; ſo gehet er bis in E ungebrochen durch (§. 4.) Ziehet aus dem Mittelpunkte C die Linie CG durch E; ſo iſt GEH der Inclinationswinkel (§. 16. Optik.). Dieſen theilet in zwey gleiche Theile, und machet den Winkel HEF $= \frac{1}{2}$GEH; ſo iſt EF der gebrochene Strahl (§. 4.).

9a) Eigentlich ſollte der Sinus des Winkels GEH zum Sinus des Winkels GEF ſich wie 2 : 3 verhalten, und nicht die Winkel Selbſt = 2 : 3. So lange indeſſen der Neigungswinkel nicht über 15 bis 20 Grad beträgt (und das iſt der gewöhnliche Fall bey Gläſern) ſo kann man, ſo genau als hier nöthig iſt, die Lage des gebrochenen Strahles nach der von Wolf angegebenen Zeichnungsart beſtimmen.

Axe des Glaſes heiſt jede Linie, welche durch die Mitte K des Glaſes gezogen wird. Geht ſie zugleich durch die Kugelfläche AKB Mittelpunkt, ſo heiſt ſie die **Hauptaxe**.

Anmerkung.

10. Wenn ihr in dem Zeichnen genau verfahret: ſo werdet ihr finden, (1) daß wenn das Glas von beyden Seiten platt iſt, der gebrochene Strahl hinter dem Glaſe, mit dem einfallenden parallel ſey; (2) wenn ein Strahl auf ein erhabenes Glas, ſo auf der einen Seite platt iſt, mit der Axe parallel einfället, er nach geſchehener Brechung mit der Axe in der Weite des Diametri von der erhabenen Fläche zuſammenſtößet; hingegen (3) in der Weite des halben Diametri, wenn es von den beyden Seiten gleich viel erhaben iſt; und (4) in der Weite des vierten Theiles, wenn es eine ganze Kugel iſt.

10a) Man kann überhaupt beweiſen, daß wenn auf die Fläche AB eines Converglaſes mit der Axe CF Strahlen parallel einfallen, ſie nach geſchehener Brechung hinter dem Glaſe ſich in einem Punkte F (**dem Brennpunkte**) vereinigen, deſſen Abſtand von dem Glaſe ſich durch die Formel

$$\frac{2\,a\,.\,b}{a+b}$$

berechnen läſſet. a bedeutet den Halbmeſſer derjenigen Kugelfläche des Glaſes, welche die Lichtſtrahlen empfängt, und b den Halbmeſſer der gegenüberſtehenden. Iſt die Seite AB des Glaſes **eben**, ſo betrachtet man ſie, als wäre ihr Halbmeſſer a **unendlich** groß, in welchem Falle dann ſtatt a + b ohne merklichen Fehler geſetzt werden kann a. Dann wird jener Abſtand des Punktes

$$F = \frac{2\,a\,b}{a} = 2\,b$$

wie (§. 10. no. 2.)

10b) Strahlen, welche von einem Punkte eines weit entlegenen Gegenſtandes herkommen, kann man als **Parallelſtrahlen** anſehen. Wäre demnach C ein ſolcher Punkt, von dem die Strahlen herkämen, ſo gedenke man ſich durch ihn eine Axe des Glaſes (§. 9a) (Fig. 6.) Alle dieſe Strahlen werden dann wieder nach geſchehener Brechung ſich bey F in dieſer Axe vereinigen. Daher heiſt F das **Bild** von C. So liegt auf eine ähnliche Art auch das Bild f von je-

dem

dem andern Punkte D des Gegenſtandes, in einer durch D gezogenen Axe des Glaſes, ſo weit hinter dem Glaſe als F, und ſo werden denn die Bilder aller Punkte zwiſchen C und D, hinter dem Glaſe zwiſchen F und f fallen, dergeſtalt, daß wenn nun der Gegenſtand CD z. E. die Sonne wäre, alle Strahlen derſelben, die auf das Glas AB fallen können, hinter demſelben wiederum in einem kleinen kreisrunden Raume Ff, dem **Bilde der Sonne**, ſich vereinigen würden.

Anmerkung.

11. Da nun ſolchergeſtalt die erhabenen Gläſer die Sonnenſtrahlen in einem engen Raume zuſammenbringen, und daher ihre Wärme vermehren; ſo iſt kein Wunder, daß ſie anzünden, auch wenn ſie groß, wie des **Herrn von Tſchirnhauſen** ſeine, alles ſchmelzen und entweder in Glas oder in Kalk verwandeln. Und um dieſer Urſache willen werden die erhabenen Gläſer **Brenngläſer** genennet.

Lehrſatz.

12. Wenn CD (Fig. 6.) einen Gegenſtand in einer beliebigen Weite CH vor dem erhabenen Glaſe AB vorſtellet, ſo wird ſich derſelbe 1) verkehrt hinter dem Glaſe abbilden, 2) wird das Bild deſto weiter hinter das Glas fallen, je näher der Gegenſtand CD zu dem Glaſe rückt, 3) wird das Bild unendlich weit hinter das Glas fallen, wenn der Gegenſtand in den Brennpunkt des Glaſes kömmt, und 4) wird gar kein Bild hinter dem Glaſe entſtehen können, wenn der Gegenſtand dem Glaſe näher iſt, als der Brennpunkt. 6.

Beweis.

1. Wenn Ff das Bild eines ſehr weit entlegenen Gegenſtandes CD iſt, ſo liegt jeder Punkt deſſelben z. E. f allemahl in einer geraden Linie mit der Mitte des Glaſes H und dem zugehörigen Punkte D des Objekts, und wenn daher F das Bild von C iſt, ſo liegt hier f linker

Hand F, da hingegen D rechter Hand C liegt, alſo iſt das Bild Ff verkehrt in Anſehung des zugehörigen Gegenſtandes CD.

3. 2. Man gedenke ſich (Fig. 3.) einen Lichtſtrahl von einem Punkte I der nicht unendlich weit von dem Glaſe wegläge, nach dem Glaſe gezogen, und beſtimme durch Zeichnung, wie er bey ſeinem Eingange in das Glas nach dem Perpendikel zu, und bey ſeinem Ausgange von dem Perpendikel weg würde gebrochen werden, ſo wird ſich zeigen, daß dieſer Strahl nach einem entferntern Punkt der Axe IF wird zugebrochen werden, als derjenige F iſt, nach welchem ein mit der Axe paralleler, oder von einem weiter als I entlegenem Punkte herkommender Strahl DE zugebrochen wird, welches alles noch ſchärfer bewieſen werden kann, wenn man den Ort, wo ein Strahl wie IE nach geſchehener Brechung in die Axe einſchneiden würde, durch trigonometriſche Rechnung beſtimmen will, welche Berechnung aber für Anfangsgründe zu weitläuftig iſt.

6. 3. Wenn Ff (Fig. 6.) das Bild eines unendlich weit, oder doch ſehr weit entlegenen Gegenſtandes CD iſt, ſo wird umgekehrt, wenn Ff ein Gegenſtand wäre, CD das Bild deſſelben ſeyn, und alſo unendlich weit, oder ſehr weit hinaus fallen. Iſt aber CD unendlich weit weg, ſo iſt Ff der Brennpunkt, und iſt alſo in dieſem ein Gegenſtand, ſo fällt das Bild deſſelben CD unendlich weit hinaus.

4. Wenn endlich ein Gegenſtand Ff noch näher als um die Brennweite HF zum Glaſe gerückt wird, ſo werden die von jedem Punkte des Gegenſtandes auf das Glas fallenden Strahlen, nach geſchehener Brechung hinter dem Glaſe aus einander fahrend, weil ſie ſchon parallel ſind, wenn der Gegenſtand im Brennpunkte F ſelbſt iſt, und es kann ſich alſo in dieſem Falle kein ein-

ziger Punkt des Gegenſtandes hinter dem Glaſe abbilden. (M.)

Zuſatz.

13. Weil in dem Dreyecke FHf, Ff deſto größer werden muß, je größer HF iſt, je weiter alſo das Bild des Gegenſtandes CD hinausfällt, ſo erhellet alſo, daß das Bild eines Gegenſtandes auch immer größer wird, je weiter der Gegenſtand zum Glaſe rückt, und wäre der Gegenſtand im Brennpunkte ſelbſt, ſo wird ſein Bild unendlich weit hinausfallen, und unendlich groß ſeyn. (M.)

13 a) Man kann dieſe Sätze ſich durch Verſuche verſinnlichen, wenn man in einem finſtern Zimmer bey CD eine Kerze anſteckt, und das Bild ihrer Flamme bey Ff auf einem Blatt Papiere auffängt; je näher man die Kerze dem Glaſe (oder eigentlich ſeinem Brennpunkte) nähert, deſto weiter muß man dagegen das Blatt Papier entfernen, um ein deutliches Bild der Flamme darauf zu erhalten.

13 b) Wenn bisher geſagt worden iſt, daß die von einem gewiſſen Punkte eines Objekts herkommenden Strahlen nach geſchehener Brechung hinter dem Glaſe wiederum vereinigt werden, ſo muß man dieſen Vereinigungspunkt doch nicht für einen vollkommen mathematiſchen Punkt nehmen. Denn man kann zeigen, daß eigentlich jeder der erwähnten Strahlen nach einem etwas andern Punkte der Axe zugebrochen wird, und insbeſondere dieſe Abweichung beträchtlicher iſt, für Strahlen, die weit von der Axe einfallen, als für ſolche, welche derſelben näher ſind, und um die Mitte des Glaſes herum einfallen. Wenn alſo nicht alle Strahlen in völliger Schärfe ſich hinter dem Glaſe wiederum vereinigen, ſondern eigentlich nur innerhalb eines ſehr kleinen Raumes wieder zuſammen kommen, ſo können ſie daſelbſt auch kein vollkommen deutliches und ſcharf begränztes Bild von dem zugehörigen Punkte des Gegenſtandes geben, und das ganze Bild von dem Gegenſtande wird daher eine gewiſſe Undeutlichkeit haben, die indeſſen mit dem bloßen Auge wohl nicht gut bemerkt werden kann. Man heiſt ſie die **Undeutlichkeit wegen der Geſtalt des Glaſes.** Denn Gläſer, welche blos kugelförmige Oberflächen haben, ſind derſelben allemahl unterworfen.

13 c) Mit dieſer Undeutlichkeit verbindet ſich noch eine andere, welche man **die Undeutlichkeit wegen der Farbenzerſtreuung** nennt, und noch erheblicher als jene iſt. Da nemlich die Lichtſtrahlen durch die Brechung auch in farbichte Theile geſpalten werden §. 46. Optik) und dies zumahl denjenigen Strahlen am meiſten begegnen muß, welche weit von der Axe nach dem Rande des Glaſes zu einfallen, wo der Neigungswinkel (§. 3.) gröſſer, als um die Mitte des Glaſes herum iſt, ſo muß daher nothwendig eine gewiſſe Undeutlichkeit in dem Bilde eines Gegenſtandes erfolgen, welche zumahl bey groſſen Gläſern oft ſchon mit dem bloßen Auge wahrgenommen werden kann. Man wird nemlich, wenn man ein ſolches Bild mit einem Blatt Papiere auffängt, bemerken, daß es nicht recht ſcharf und begränzt iſt, und mit unterſchiedenen Regenbogenfarben ſpielet, und daß dies Bild um ein merkliches deutlicher (wiewohl etwas dunkeler wird) wenn man dem Glaſe nahe an dem Rande herum, eine **Bedeckung** giebt, ſo daß nur die Strahlen durch eine mäßig große Oeffnung in der Mitte herum einfallen, und die entferntern abgehalten werden. Betrachtet man ein ſolches Bild durch ein Vergröſſerungsglas, ſo wird man die Regenbogenfarben noch mehr bemerken.

13 d) Man hat ſich ſehr viele Mühe gegeben, dieſer Undeutlichkeit, welche insbeſondere bey der Anwendung der Gläſer zu Fernröhren von dem gräßten Nachtheile iſt, abzuhelfen, bis endlich Hr. Euler im Jahre 1747. auf den Gedanken gerieth, ob ſich ſolche etwa heben ließe, wenn man ein Convex=Glas nicht blos aus **einerley Glasart**, ſondern aus **verſchiedenen** zuſammenſetzte, die die Eigenſchaft hätten, jene Farbenzerſtreuung, die nothwendig bey der Brechung in einerley Glasart entſtehen muß, wiederum zu vernichten. Er wurde durch die Betrachtung des menſchlichen Auges auf jenen Gedanken geleitet. Denn da wir die Gegenſtände nicht mit farbichten Rändern ſehen, wie doch der Fall ſeyn müßte, wenn ſich durch die Brechung des Lichtes in den verſchiedenen Feuchtigkeiten des Auges, ein undeutliches Bild derſelben wie (§. 13.c) auf dem Boden des Auges formirte, ſo muß der Grund wohl darinn liegen, daß die Farbenzerſtreuung, welche durch die Brechung in einer der durchſichtigen Materien des Auges hervorgebracht wird, durch die zweyte Brechung in den übrigen wieder aufgehoben wird. Sehr tiefſinnige und feine Berechnungen hierüber lehrten, daß ſich würklich die oben angeführte Undeutlichkeit heben ließe,

ließe, wenn man ein Converglas aus Glasarten, von ſolchen Brechungskräften zuſammenſetzen könnte, daß jene Farbenzerſtreuung aufgehoben, und alſo darinn der Einrichtung des menſchlichen Auges nachgeahmt würde. Nur war es ſchwer, ſolche Glasarten, als die Theorie ſie beſtimmte, zu erhalten, bis endlich der berühmte engliſche Künſtler **Dollond** fand, daß das engliſche **Flint**- und **Crownglas** (ſtatt des letztern auch franzöſiſches und böhmiſches Glas genommen werden kann) jener Abſicht am beſten entſprächen. Daher denn Gläſer, welche aus zwey unterſchiedenen Glasarten dergeſtalt zuſammen geſetzt werden, daß ſie keine Undeutlichkeit wegen der Farbenzerſtreuung hervorbringen, **farbenloſe** oder **achromatiſche** Gläſer heiſen. Man gedenke ſich z. E. aus Flintglas ein Planconcaves Glas, wie (Fig. 7.) geſchliffen, und nun eine Converlinſe aus Crownglas, welche auf beyden Seiten erhaben iſt, aber ſo, daß die eine Seite genau in die Höhlung des Concavglaſes hineinpaßt, ſo hat man einen Begriff von der Art der Zuſammenſetzung eines achromatiſchen Glaſes. Man verfertigt jetzt auch Gläſer, welche aus drey Glasarten zuſammengeſetzt ſind, wodurch die Farbenzerſtreuung noch mehr vermindert wird, welche aber wegen der ſehr großen Genauigkeit in der Wahl des Glaſes und der Bearbeitung ſehr hoch zu ſtehen kommen. Durch dieſe wichtige Entdeckung Eulers haben die Fernröhre einen ſehr hohen Grad der Vollkommenheit erhalten. Die Geſchichte dieſer Erfindung kann man in **Gehlers** phyſ. Wörterb. unter dem Art. **Achromatiſches Fernrohr** nachſehen. Die Theorie davon in **Eulers** Dioptrica Petr. et Lipſ. 1771. **Klügels** analytiſcher Dioptr. **Nic. Fuß** umſtändliche Anw. aller Arten von Fernröhren in der möglichſten Vollkommenheit zu verfertigen, aus dem Franzöſ. vom Hrn. Prof. Klügel. (M.)

Lehrſatz.

14. **Wenn ein Strahl des Lichts in ein Glas, welches entweder auf einer, oder auf beyden Seiten hohl iſt, einfället; ſo werden die Strahlen von der Axe weggebrochen, und weichen nach der Refraction immer mehr von ihr ab, je weiter ſie fortgehen.**

Beweis.

Beweis.

4. Es falle der Strahl FG mit der Axe parallel ein. Weil er auf DE perpendicular fället, ſo gehet er bis in H ungebrochen durch das Glas, in H aber wird er von dem Perpendicul CH weggebrochen (§. 4.), und alſo aus HI in HK. **Welches das erſte war.**

5. Wenn das Glas auf beyden Seiten hohl iſt, ſo wird der Strahl LN im Eingange in N gegen das Perpendicul IS (§. 3.), und alſo von der Axe AB aus NM in NO; in dem Ausgange in O von dem Perpendicul KP (§. 4.), und alſo aus OR in OQ abermals von der Axe AB weggebrochen. Derowegen muß er immer weiter von ihr weggehen, je weiter er fortgehet. **Welches das andere war.**

Auf gleiche Art kann man zeigen, daß auch in andern Fällen die Strahlen von der Axe weiter abweichen müſſen, nachdem ſie gebrochen worden.

Zuſatz.

15. Dannenhero wird das Sonnenlicht durch die Refraction in hohlen Gläſern geſchwächet, und ſie können alſo keine Brenngläſer abgeben, noch die Sachen in einem verfinſterten Gemache abbilden, wie die erhabenen Gläſer (§. 20. 30. Opt.)

Anmerkung.

16. Dieſes lehret auch die Erfahrung. Denn wenn ihr die Sonnenſtrahlen mit einem Hohlglaſe auffanget; ſo wird der helle Circul hinter dem Glaſe um ſo viel größer ſeyn, je weiter ihr hinter ihm ein weiſſes Papier haltet. Und werdet ihr finden, daß die Hohlgläſer deſto mehr die Strahlen zerſtreuen, je kleiner ihr Diameter iſt.

4. 16 a) Der auf das Concavglaß fallende Strahl FG iſt zu betrachten, als wenn er von einem ſehr weit entfernten Punkte der Axe BA herkäme. Nach der Brechung bekömmt er die Richtung HK, welche rückwärts verlängert, die Axe in N durchſchneidet. Alle gebrochenen Strahlen wie HK haben

alſo eine ſolche Lage, als wenn ſie von einem näher vor dem dem Glaſe liegenden Punkt N ausgiengen. Dieſen Punkt heiſt man bey einem Concavglaſe den **Zerſtreuungspunkt.** So wie alſo die Convexgläſer einen Vereinigungspunkt für die gebrochenen Strahlen hinter ſich haben, ſo haben die hinter einem Concavglaſe aus einander fahrenden gebrochenen Strahlen, **vor dem Glaſe** einen Zerſtreuungspunkt, und ein Auge, welches den Strahl HK empfinge, wird davon eben ſo gerührt, als wenn näher vor dem Glaſe bey N ein Objekt ſich befände.

16 b) Darauf gründet ſich die Eigenſchaft der Hohlgläſer, daß **kurzſichtige Augen** entfernte Gegenſtände durch ſie deutlich ſehen können. Denn, wenn ein Auge ohne ſolches Glas, einen unendlich oder doch ſehr weit in der Axe BA hinaus liegenden Punkt nicht deutlich ſehen könnte, ſo müßte es ihn vermittelſt des Glaſes deutlich ſehen, weil es jetzt von jenem Punkte Strahlen nach den Richtungen HK bekömmt, die eine ſolche Lage haben, als wenn ſie von einem **nahen** Objekte N herkämen. Wenn alſo das Auge nur bis auf die Entfernung deutlich ſehen kann, um welche der Zerſtreuungspunkt N von dem Glaſe weg iſt, ſo wird es vermittelſt des Glaſes auch ein ſehr weit entferntes Objekt deutlich ſehen können. So dienen alſo die Hohlgläſer kurzſichtigen Augen, wie auch die Erfahrung lehret. Je kurzſichtiger ein Auge iſt, eines Hohlglaſes von deſto kürzerer Zerſtreuungsweite HN muß es ſich bedienen, um in der Ferne deutlich zu ſehen.

16 c) So dienen denn umgekehrt die Convexgläſer denjenigen, welche zwar in der Ferne, aber nicht in der Nähe deutlich ſehen können, welcher Fehler ſehr häufig bey alten Perſonen ſtatt findet. Denn wäre z. E. F (Fig. 3.) ein Objekt, welches ein Auge bey I oder D wegen der allzugroßen Nähe IE nicht deutlich ſehen könnte, ſo würde es ſolches vermittelſt des Convexglaſes deutlich ſehen, weil es jetzt von dem nahe liegenden Punkte F nach geſchehener Brechung Parallelſtrahlen, wie von einem ſehr weit entlegenem Punkte, erhalten würde. Denn ſobald F in den Brennpunkt des Glaſes AB gebracht wird, werden alle Strahlen, wie FE nach geſchehener Brechung in ED, mit der Axe LF parallel, und dieſe gebrochenen Strahlen haben eine ſolche Lage, als wenn ſie von einem weit entfernten Punkte der Axe herkämen, daher das Auge vermittelſt ihrer auch das nahe Ob- 3.

jekt

jekt F deutlich ſehen muß. Auf dieſe Art werden die Brillen für alte Perſonen, welche in der Nähe nicht deutlich leſen können, aus Convexgläſern verfertigt.

16 d) So erhellet denn auch, daß wenn überhaupt ein Gegenſtand einem Auge zu nahe iſt, als daß er deutlich geſehen werden könnte, man ihn nur in den Brennpunkt oder nahe in den Brennpunkt einer Convexlinſe bringen darf, ſo wird er deutlich geſehen werden können. Eine Convexlinſe von einer ſehr kurzen Brennweite, wird alſo verſtatten, daß man einen Gegenſtand auch in einer eben ſo geringen Nähe bey dem Auge demnach deutlich ſehen kann.

Lehrſatz.

6. 17. **Wenn das Auge zwiſchen einem erhabenen Glaſe AB und dem Brennpunkte F, oder auch in dem Brennpunkte F iſt; ſo ſiehet es dadurch die Sachen ſelbſt, aber größer als ſie ſind.**

Beweis.

Denn wenn das Auge zwiſchen dem Glaſe AB und dem Orte des Bildes F iſt; ſo ſehet ihr den Punkt C in der Linie FC, weil CF ungebrochen durchgehet, als die Axe, ſo auf beyde erhabene Flächen perpendicular fället (§. 4.). Den Punkt D ſehet ihr vermittelſt des gebrochenen Strahles FE in der Linie dF durch das Glas. Derowegen ſehet ihr CD unter dem Winkel CFd; da ihr ſonſt CD ohne das Glas unter dem Winkel CFD ſehen würdet. Da nun der Winkel CFd gröſſer iſt, als CFD; ſo müſſen die Sachen durch das Glas größer zu ſeyn ſcheinen, als ſie mit bloßen Augen geſehen werden (§. 52. Optik.). Und da der Strahl von dem Punkte D zur Rechten ins Auge fället, gleich als wenn das Glas nicht da wäre, ſo müſſet ihr auch die Sache recht und nicht verkehrt ſehen. W. Z. E.

Zuſatz.

18. Je näher der Punkt F hinter dem Glaſe iſt, je größer wird der Winkel CFd, und je gröſſer erſcheinet

net CD durch das Glas. Da nun der Punkt F immer näher dem Glaſe kommet, je mehr der halbe Diameter der erhabenen Fläche abnimmet; ſo vergröſſern auch die Gläſer mehr, wenn ſie von einer kleinen Kugel, als wenn ſie von einer groſſen ſind.

18 a) Wäre nun überdem das Objekt auch nur um die Brennweite des Glaſes von dem Auge entfernt, ſo würde man es bey dieſer Vergröſſerung auch deutlich durch die Linſe AB ſehen (§. 16 d).

Zuſatz.

19. Derowegen brauchet man zu den Vergröſſerungsgläſern die kleineſten ſphäriſchen Gläſer, die man haben kann; ja ſo kleine Kügelein, welche kaum die Gröſſe eines Hirſekörnleins haben.

Lehrſatz.

20. **Durch ein hohles Glas erſcheinen die Sachen recht, nicht verkehret, aber viel kleiner als ſie ſind.**

Beweis.

Es ſey das Auge in F, und ſehe ohne Glas AB 7.
unter dem Winkel AFB. Weil durch die Refraction in hohlen Gläſern die Strahlen weiter aus einander gebracht werden (§. 14.); ſo kann der Strahl BD nicht mehr in F kommen, ſondern ein anderer BE, durch welchen der Punkt B von dem Auge in G geſehen würde. Und alſo ſehet ihr B in b, A aber in A, weil der Perpendicularſtrahl AF nicht gebrochen wird (§. 4.); folgends AB unter dem Winkel AFb. Da nun dieſer kleiner iſt, als AFB; ſo muß auch AB durch das Glas kleiner ausſehen, als mit bloſſen Augen (§. 52. Opt.). Welches das erſte war.

Weil aber die Strahlen, welche in einem Hohlglaſe gebrochen werden, kein Bild formiren (§. 15.) ſo ſehet ihr durch daſſelbe die Sache ſelbſt, und dannenhero nicht

nicht verkehret, ſondern recht. **Welches das andere war.**

Anmerkung.

21. Je von einer kleinern Kugel die Höhle des Glaſes iſt; je mehr werden die Sachen verkleinert. Und läſſet es angenehm, wenn man das eine Auge offen hat, mit dem andern aber durch ein Hohlglas ſiehet: denn ſo ſiehet man jede Sache zweymal, einmal groß, das anderemal kleiner. Z. E. Neben einem Manne ſtehet ein Knabe, der ihm in allen vollkommen ähnlich iſt.

Erklärung.

22. Ein Fernglas oder vielmehr Fernrohr, iſt ein ſolches optiſches Werkzeug, wodurch man entfernte Sachen nicht allein deutlich, ſondern auch vergröſſert ſehen kann.

Erklärung.

23. Das Glas, welches gegen die Sache gekehret wird, nennet man das Objectivglas: die andern aber, welche gegen das Auge ſtehen, die Augengläſer.

Aufgabe.

24. Ein Galliläaniſches oder Holländiſches Fernglas zu machen.

Auflöſung.

1. Um eine hölzerne Welle, deren Diameter der Breite des Objectivglaſes gleichet, leget ein ſchwarz gefärbtes Papier, und kleiſtert es zuſammen, damit es eine Röhre wird. Darüber kleiſtert noch viel anderes Papier, nachdem die Röhre dicke ſeyn ſoll, und oben überziehet ſie mit Türkiſchem Papiere. Wenn die eine Röhre trocken iſt, ſo machet über dieſe noch eine andere auf die vorige Weiſe; und über die andere noch eine dritte u. ſ. w. bis die Röhre zu dem Fernglaſe lang genug wird, wenn man die Stücke aus einander ziehet.

het. Ihr könnet auch die Stücken der Röhren aus Blech machen, wenn eines über dem andern zuſammengelöthet wird; oder auch anſtatt des mittleren Papiers, ſo über das ſchwarze gekleiſtert wird, hölzerne Späne nehmen, und es oben anſtatt des Türkiſchen Papiers mit Pergament überziehen.

2. Wenn die Röhre auf die erſte und dritte Art gemachet worden, ſo laſſet von dem Drechsler für jede eine Einfaſſung drehen, damit die kleinen Röhren niemals ganz in die weiten fahren, und ihr Verdruß davon habet, wenn ihr die Röhren des Fernglaſes ausziehen wollet.

3. An das eine Ende der Röhre ſchraubet das in Holz eingefaſſete Objectivglas ein, in die daſelbſt eingeleimte Schraubenmutter, welches ein Stück von einer groſſen Kugel, und entweder an einer, oder auf beyden Seiten erhaben ſeyn ſoll, und dannenhero das Bild weit hinter ſich wirft (§. 10.).

4. An das andere Ende der Röhre ſchraubet auf gleiche Weiſe das Augenglas ein, welches auf einer Seite platt, auf der andern hohl iſt, und zwar die Höhlung nach einer kleinen Kugelfläche hat.

Wenn ihr die Röhre ſo aus einander ziehet, daß das Augenglas noch vor dem Bilde des Objektivglaſes in der Weite des Zerſtreuungspunktes (§. 16 a) zu ſtehen kommet; ſo werdet ihr weit entlegene Sachen dadurch in der Nähe und vergröſſert ſehen können.

Beweis.

Einen vollſtändigen Beweis findet man in meinen Element. Dioptr. (§. 330.). Er iſt aber ſchwerer, als daß ihn Anfänger faſſen können, zumal da alle hierzu nöthigen Gründe im vorhergehenden ſich nicht haben erweiſen laſſen. Derowegen habe ich ihn auch ſelbſt in den deutſchen Anfangsgründen weggelaſſen.

Anmerkung.

25. Hevelins (in Prolegom. Selenogr. c. 2. f. 12.) lobet folgende Proportiones.

Diameter des

Objectivglaſes auf beyden Seiten erhaben.	Augenglaſes auf beyden Seilen hohl.
Schuhe.	Zoll.
4	$3\frac{1}{2}$
5	$5\frac{1}{2}$
8	$5\frac{1}{2}$
10	$5\frac{1}{2}$
12	$5\frac{1}{2}$

Anmerkung.

26. Unerachtet dieſe Ferngläſer die Sachen nicht allein deutlich, ſondern auch groß und aufgerichtet vorſtellen, ſo hat man doch zu aſtronomiſchen Betrachtungen des Himmels andere verfertiget, weil man zu wenig auf einmal dadurch ſehen kann.

26a) Smiths Optik, 1. B. 4. K. und Hrn. Prof. Klügels anal. Dioptrik 2 Thl. 4. Abſchn.

Aufgabe.

27. **Ein aſtronomiſches Fernglas zu machen.**

Auflöſung.

1. Machet eine Röhre, die ihr aus einander ziehen könnet, wie in der **vorhergehenden Aufgabe** (§. 24.).
2. Setzet darein ein Objectivglas, welches entweder auf beyden Seiten erhaben, oder nur auf einer erhaben, auf der andern platt iſt, und einen großen Diameter hat.
3. An das andere Ende der Röhre befeſtiget ein Augenglas, welches von einer kleinen Kugel, und zwar auf beyden Seiten erhaben iſt, der-

geſtalt,

geſtalt, daß der Brennpunkt beyder Gläſer in einem Orte bey einander iſt.

Wenn ihr die Röhre ſo ausziehet, daß die Brennpunkte beyder Gläſer zuſammenſtoßen; ſo werdet ihr die Sache groß, nahe und verkehret ſehen.

Anmerkung.

28. Die Erfahrung hat gelehrt, daß wenn man ſtatt eines Augenglaſes von einer kurzen Brennweite, zwey nimmt, jedes von einer etwas längern Brennweite, die zuſammen die Strahlen eben ſo brechen, wie jenes allein gethan haben würde, die Deutlichkeit etwas gröſſer wird. Indeſſen werden doch die meiſten aſtronomiſchen Fernröhre nur mit einem Augenglaſe verfertigt. (M.)

Anmerkung.

29. Einige gute Verhältniſſe der Objectiv und Ocularglaͤſer zeigt folgendes Täfelchen:

Brennweite des Objektivs.	Des Oculars.
Schuhe.	Zolle.
2	0,8
5	1,3
18	3,4
30	5,7

Wenn man achromatiſche Objectivgläſer (§. 13 d) nimmt, ſo kann man Augengläſer von einer ſehr viel kürzern Brennweite **ohne Nachtheil der Deutlichkeit**, anwenden, wodurch denn eine viel ſtärkere Vergröſſerung hervorgebracht wird. Denn man kann zeigen, daß die **Vergröſſerung eines aſtronomiſchen Fernrohres** herauskömmt, wenn man die Brennweite des Objectivglaſes, mit der des Ocularglaſes dividirt. Bey Fernröhren, die nicht achromatiſch ſind, leidet die Deutlichkeit ſehr, wenn man ſie zu ſtark vergröſſern läßt, weil man alsdann die farbichten Strahlen zu ſehr wahrnimmt. (§. 13 c) (M.)

Aufgabe.

30. **Ein Fernglas zu machen, welches die Sachen aufgerichtet vorſtellet, wie ſie ſind.**

Aufloͤſung.

1. Bereitet eine Roͤhre, wie in der Aufgabe (§. 24.).

2. Setzet darein ein Objektivglas, ſo entweder auf beyden, oder nur auf einer Seite erhaben, und auf der andern platt iſt, und einen großen Diameter hat.

3. Setzet ferner darein drey Augenglaͤſer in der Weite ihrer Brennpunkte von einander: die alle beyderſeits gleich viel erhaben ſind, und einen kleinen Diameter haben.

Anmerkung.

31. Wenn ihr das Fernglas mit vier Glaͤſern ſtellen wollet: ſo nehmet anfangs die zwey Theile der Roͤhre, darinnen das Objektiv; und erſte Augenglas iſt, und ziehet ſie ſo weit auseinander, bis ihr die Sache, worauf ihr ſie gerichtet, deutlich ſehen koͤnnet. Eben dieſes thut mit dem andern Theile, in welchem die beyden Augenglaͤſer zu finden. Endlich ſtecket beyde Theile der Roͤhre wieder in einander, und verſchiebet die engere in der weiteren ſo lange, bis ihr die Sache abermal deutlich ſehen koͤnnet.

Zuſatz.

32. Wenn ihr die zwey mittleren Augenglaͤſer wegnehmet, ſo bekommt ihr ein aſtronomiſches Fernglas.

Aufgabe.

33. **Wie viel ein Fernglas die Sache vergroͤſſert, zu erfahren.**

Aufloͤſung.

Richtet das Fernglas nach einer Reihe Ziegel auf dem Dache, und ſehet zu, wie viel Ziegel durch das Fernglas ſo groß als die ganze Reihe ausſehen: ſo wiſſet ihr, wie viel das Fernglas im Diameter vergroͤſſert.

33 a) Auf dieſen Verfahren die Vergroͤſſerung eines aſtronomiſchen Fernrohres ohngefaͤhr zu ſchaͤtzen, hat Hr. Herſchel ſein **Lampenmikrometer** gegruͤndet. Beſchreibung und

und Abbildung davon findet ſich in Schröters Beyträgen zu den neueſten aſtron. Entdeckungen. 138. u. ſ. f. Die Theorie davon von Hrn. Hofr. Käſtner in dem 5ten Stücke des Götting. Magazins, welches Hr. Hofr. Lichtenberg beſorgt hat. Gött. 1782.

Genauer kann man die Vergröſſerung eines Fernrohres nach §. 29. a) berechnen.

Zuſatz.

34. Weil die Circul ſich verhalten wie die Quadrate, und die Kugeln wie die Cubi ihrer Diameter (§. 131. 212. Geom.); ſo könnet ihr leicht finden, wie vielmal die Fläche, imgleichen wie vielmal der Körper ſelbſt vergröſſert werde.

Erklärung.

35. **Durch** die Bedeckung **verſtehen wir den Ring, der an dem Objectivglaſe bedecket wird, damit keine Strahlen dadurch in das Fernglas kommen können. Hingegen** die Eröffnung **iſt ein Circul, welcher mitten in dem Objectivglaſe offen bleibet, damit die Strahlen dadurch in die Röhre fallen können.**

Aufgabe.

36. **Die rechte Bedeckung zu einem Fernglaſe zu finden.**

Auflöſung.

1. Schneidet in der Gröſſe eines Objektivglaſes verſchiedene Scheiben aus ſchwarzen und etwas dicken Papiere.
2. Aus dieſen Scheiben ſchneidet verſchiedene kleinere aus, von denen die kleineſte im Diameter einer großen Erbſe gleichet, oder beynahe $\frac{1}{4}$ eines Rheinländiſchen Zolles iſt.
3. Leget eine Scheibe nach der andern auf das Objectivglas, und merket, durch welche ihr die Sache am deutlichſten ſehen könnet.

So werdet ihr die Bedeckungen für alle Fälle finden können.

36 a) Die Urſache, warum man insbeſondere den gemeinen Fernröhren eine Bedeckung giebt, liegt in (§. 13 b und §. 13 c).

Aufgabe.

37. **Wie viel ein Vergrößerungsglas die Sachen vergrößert, zu erfahren.**

Aufloſung.

1. **Beſchreibet auf einem weiſſen Papiere eine ſehr zarte und ganz kurze Linie, welche ihr durch das Vergrößerungsglas ganz überſehen könnet.**
2. Mit dem einen Auge ſehet durch das Vergröſſerungsglas, und das andere behaltet offen: ſo werdet ihr das Bild in der Luft unweit dem Auge ſchweben ſehen.
3. Nehmet einen Circul und faſſet die Länge der erſcheinenden Linie, und traget ſelbige auf das Papier.
4. Nehmet mit dem Circul die Gröſſe der Linie (1), und ſehet zu, wie vielmal ihr ſie auf die gefundene Linie (3) tragen könnet.

So findet ihr, wie vielmal der Diameter der Sache durch euer Glas vergrößert wird, folgends auch wie viel es die Fläche von dem Körper vergrößert (§. 34).

Anmerkung.

38. Es wird eine ſonderbare Geſchicklichkeit erfordert, wenn ihr das verrichten wollet, was in gegenwärtiger Aufgabe vorgeſchrieben worden.

Aufgabe.

39. **Ein Vergrößerungsglas aus zwey Gläſern zuſammenzuſetzen.**

Auf-

Auflöſung.

Sie werden faſt wie die aſtronomiſchen Ferngläſer gemachet, nur daß das Objektivglas von einer kleinen: und das Augenglas von einer größeren Brennweite iſt. Ihre rechte Weite von einander kann die Erfahrung am bequemſten lehren. Und eben deswegen iſt ein umgekehrtes aſtronomiſches Fernglas ein zuſammengeſetztes Vergröſſerungsglas. (Microſcop.)

Anmerkung.

40. Hier ſind einige brauchbare Verhältniſſe der Objectiv: und Oculargläſer zu Mikroſcopen.

I. Für ein Mikroſcop mit 2 Gläſern.

Brennweite der Objectivlinſe $= \frac{7}{10}$ Zoll, der Ocularlinſe $= 2$ Zoll. Abſtand der Gläſer von einander $= 9$ Zoll. Iſt nun das Objekt $\frac{7}{9}$ Zoll von der Objektivlinſe entfernt, ſo iſt die Vergrößerung etwa 36 mahl im Durchmeſſer, wenn das Auge etwa $2\frac{2}{3}$ vom Augenglaſe weg iſt. Die Vergrößerung wächſt, wenn man den Gegenſtand näher zum Brennpunkte der Objectivlinſe rückt, in welchem Falle man aber auch die Ocularröhre herausziehen muß.

II. Für eines mit 3 Gläſern.

Brennweite der Objectivlinſe $\frac{1}{2}$ Zoll, des zunächſt darauf folgenden Ocularglaſes 1 Zoll, Oeffnung deſſelben $\frac{1}{4}$ Zoll, Brennweite des zweyten Oculars $\frac{1}{2}$ Zoll, Oeffnung $\frac{1}{6}$ Zoll; Entfernung beyder Oculare $= \frac{1}{3}$ Zoll. Soll nun die Vergröſſerung z. E. m mahl ſeyn, ſo muß die Ocularröhre ſo weit herausgeſchoben werden, daß die Objectivlinſe von dem nächſten Oculare entfernt iſt $\frac{m}{32}$ Zoll, und das Object über den Brennpunkt der Objectivlinſe um $\frac{8}{m}$ Zolle hinaus ſteht. (Euler Dioptr. Tom. III. p. 178.) Z. E. für $m = 160$ müßte das erwähnte Ocular von der Objektivlinſe 5 Zoll weit abſtehen. Uebrigens kann die ſtärkere Vergröſſerung auch durch Objectivlinſen von kürzern Brennweiten, als die angegebene iſt, bewürkt werden. Die Augengläſer und ihre Stellung bleiben ohngeändert.

Von **Cuff**, einem berühmten engliſchen Künſtler, hat man ſehr viele Mikroſcope von guter Wirkung. Die Abmeſſungen der Gläſer ſind gewöhnlich folgende. Das nächſte Ocularglas beym Auge, hat 15 Linien Brennweite, das darauf folgende 30 L. Der Abſtand beyder Oculare iſt auch 30 Lin. Der Abſtand der Objektivlinſe von dem nächſten Oculare 60 L. In der Faſſung der Objectivlinſe können Linſen von ½ bis 6 Linien Brennweite angebracht werden.

Die Theorie der Mikroſcope ſ. m. in **Eulers** und **Klügels** bereits angeführten Schriften. Die Objekte bey den Mikroſcopen werden gewöhnlich vermittelſt eines unter ihnen angebrachten kleinen Hohlſpiegels vermittelſt des reflectirten **Tageslichtes** erleuchtet.

Anmerkung.

41. Den bisher beſchriebenen optiſchen Werkzeugen können nun auch noch die **Spiegelteleskope** beygefügt werden, das **Gregorianiſche** beſteht 1) aus einem gröſſern Hohlſpiegel, welcher den Objekten zugekehrt wird, und 2) einem kleinern, der ſeine Höhlung dem Gröſſern zukehrt, und von ihm um die Summe der Brennweiten abſteht, ſo daß das Bild von einem entlegenen Gegenſtande, welches der gröſſere Hohlſpiegel vor ſich macht, ſich zugleich in dem Brennpunkte des kleinern befinde. Die Parallelſtrahlen, die nun ſolchergeſtalt der kleinere Spiegel von jenem Bilde reflectiret, gehen 3) durch eine Oeffnung, welche mitten in dem gröſſern angebracht iſt, nach einem paare Augengläſern zu, welche auch um die Summe ihrer Brennweiten von einander abſtehen müſſen, und ſich in einer Röhre befinden, welche vor jener Oeffnung eingeſchraubt wird. Dieſe Spiegeltelescope thun ſehr gute Würkung, und vergröſſern einen weit entfernten Gegenſtand ohngefähr ſo vielmahl, als ſo oft die Brennweite des kleinern Spiegels in der des gröſſern enthalten iſt, vorausgeſetzt, daß die Oculargläſer einerley Brennweite haben. Die Hohlſpiegel dürfen aber nicht von Glas ſeyn, weil ſolche doppelte Bilder machen. Man verfertigt ſie von Metall (m. ſ. oben §. 21 a) Katoptr.) muß aber bey dem Gebrauche derſelben ſehr vorſichtig ſeyn, daß man ſie nicht ſchnell aus der Kälte in die Wärme bringt, weil ſie ſonſt anlaufen, und wenn dies öfters geſchieht, leicht Flecken bekommen. Ueber die Anordnung und Berechnung derſelben findet man in **Smiths** und **Klügels** bereits öfters angeführten Werken, ſo wie auch über verſchiedene andere Einrichtungen der Spiegeltelescope, hinlänglichen Unterricht. Die **Herſche**-

liſchen und Schraderiſchen, ſind jezt in Abſicht auf ihre Gröſſe, und der wichtigen Entdeckungen, die bereits an dem Himmel damit gemacht worden ſind, die berühmteſten.

Aufgabe.

42. Eine Zauberlaterne zu machen, dadurch man allerhand Bilder mehr als in Lebensgröſſe an eine weiſe Wand im Finſtern werfen kann. 9.

Auflöſung.

1. Machet eine Laterne von Blech, und befeſtiget an ihrer hintern Wand einen Hohlſpiegel H, deſſen Diameter in groſſen Laternen höchſtens 1 Schuh, in mittelmäßigen $\frac{1}{2}$ Schuh, in kleinen nur 4 bis 5 Zolle hält.
2. In dem Brennpunkt des Spiegels ſetzet eine Lampe QL mit einem ſtarken baumwollenen Dochte.
3. An die Thüre der Laterne wird eine blecherne Röhre FKG geſezet mit zwey bis drey Zügen, daß man ſie nach Gefallen aus einander ziehen kann.
4. Hinten an der Thüre bekommet die Röhre zwey Schlitze, dadurch ihr ein viereckichtes Bretlein ſchieben könnet, in welches runde Spiegelglasſcheiben PM, im Diameter ohngefehr $\frac{1}{4}$ Schuh, oder auch darunter, eingeſetzet werden, darauf Bilder mit dünnen Waſſerfarben mit gröſtem Fleiße gemahlet.
5. In eben dieſe Röhre kommen zwey erhabene Gläſer, welche auch wohl auf einer Seite platt seyn können. Die Breite dieſer Gläſer iſt der Höhe des Bildes PN gleich. Das Glas in I kann im Diameter $\frac{90}{100}$, das andere in K aber 1 Schuh $\frac{20}{100}$ halten; oder der Diameter von dem erſten 1 Schuh und $\frac{75}{100}$, von dem andern aber 2 Schuhe und $\frac{25}{100}$ haben. Dechales machet das erſte 5 Zoll, das andere 10 Zoll.

Wenn ihr nun das Bild verkehrt durch die Schlitze in die Röhre ſchiebet, und die Röhre ſo aus einander ziehet, daß das Bild von dem Glaſe in I weiter als der Brennpunkt iſt; ſo werdet ihr es aufgerichtet und vergröſſert an der Wand ſehen. Denn gleichwie das Bild kleiner iſt, als die Sache, wenn dieſe von dem Glaſe weit entfernet; ſo wird das Bild gröſſer, wenn die Sache dem Glaſe ſo nahe, wie ſonſt das Bild: und ſtehet dieſes ſo weit von dem Glaſe, als ſonſt die Sache, ſo ein kleines Bild hat. (§. 12.)

42 a) Mit der Zauberlaterne iſt das **Sonnenmikroſcop**, um z. E. kleine Inſekten u. d. g. vergröſſert in einem finſtern Zimmer an einer weiſen Wand abzubilden, im weſentlichen einerley, nur daß die kleinen Objekte durch reflectirte Sonnenſtrahlen erleuchtet werden, und man daher die ganze Vorrichtung in einem Fenſterladen anbringt. Berühmt ſind die **Lieberkühniſchen, Cuffiſchen, Branderiſchen** u. a. Einige Verbeſſerungen dieſer Werkzeuge haben die Hrn. **Euler** und **Aepin** angegeben in den Comment. nov. Petropol. Tom. III. p. 363. Tom. IX. p. 316. Tom. X. p. 299.

Lehrſatz.

43. **Durch ein vieleckichtes Glas erſcheinet eine jede Sache ſo vielmal, als das Glas Ecken hat.**

Beweis.

8. Denn von C fallen auf jede Seite DA, AB und BE Strahlen. Weil ſie nun gegen das Auge O gebrochen werden, ſo ſiehet es nicht allein durch den Strahl CO die Sache in C, ſondern auch durch die Strahlen FO und GO in c und c, folgends ſo vielmal, als das Glas Ecken hat. W. Z. E.

Anmerkung.

44. Wenn ihr die wahre Sache greifen wollet: ſo haltet den Finger dergeſtalt, daß ihr gegen jedes Bild einen Finger gerichtet ſehet. Denn wenn ihr alsdenn gegen die Sache zufahret, ſo werdet ihr ſie unſtreitig treffen: imgleichen wird die

wahre

wahre Sache ſtille liegen bleiben, wenn das vieleckichte Glas herumgewendet wird.

Aufgabe.

45. **Tüchtiges Glas zum Schleifen auszuleſen.**

Aufloͤſung.

1. Leget das Glas auf ein weiſſes Papier, ſo werdet ihr ſehen, ob das Papier weiß bleibe, oder ob es braun wird, und daraus ſchließen koͤnnen, ob es helle ſey, oder nicht.

2. Gebet Acht, ob Winden, Sandkoͤrnlein, Blaͤſelein und Adern in dem Glaſe ſind, welches ihr nicht allein mit Augen ſehen koͤnnet, wenn ihr es gegen das Licht haltet, ſondern auch gar deutlich aus dem Schatten auf dem Papiere wahrnehmet, wenn ihr die Sonnenſtrahlen durchfallen laſſet. Denn weil ſie die Refraction der Strahlen ſehr irregulaͤr machen, ſo habet ihr euch in Acht zu nehmen, daß nichts dergleichen mitten in dem Glaſe auſſerhalb der Verdeckung anzutreffen ſey.

Aufgabe.

46. **Glaͤſer zu ſchleifen und zu poliren.**

Aufloͤſung.

1. Thut in die Schuͤſſel etwas kleinkoͤrnigen Sand, feuchtet ihn an mit Waſſer, und reibet darinnen das Glas, welches ihr auf ein Holz gekuͤttet, daß ihr es bequem halten koͤnnet; die Schuͤſſel aber ſetzet auf ein Tuch, welches etlichemal uͤber einander geleget.

2. Wenn das Glas die Figur der Schuͤſſel angenommen, ſo waſchet ſie rein aus, damit nichts von dem Sande

Sande zurücke bleibet, und brauchet ferner anſtatt des Sandes geſchlemmeten Schmergel.

3. Nachdem die Grüblein von dem Sande ausgeſchliffen, nehmet rothen Uhrſand, und reibet damit in der Schaale das Glas ſo lange, bis es einigen Glanz bekommet.

4. Da es nun zum Poliren geſchickt iſt, überkleibet die Schüſſel mit zartem Poſtpapiere, ſo durchaus von einerley Dicke iſt, und keine Ungleichheiten hat. Ihr könnet aber das Papier entweder mit dünnem Gummiwaſſer, oder einem zarten Kleiſter von Kraftmehle oder anderem weitzenen Mehle, ingleichen mit Oblaten ankleiben, und nachdem es trocken worden, mit Trippel- oder Zinnaſche überſtreichen, mit einem Probierglaſe es vorher recht gleich machen, und endlich auf dieſem Papiere das Glas ſo lange reiben, bis es einen recht hellen Glanz bekommet.

46 a) **Hertels** Unterricht zum Glasſchleifen. **Smiths** Optik 3 B. 1 K. Leutmann vom Glasſchleifen.

Anmerkung.

47. **Erfahrung.** Wenn man in einem finſtern Zimmer einen Sonnenſtrahl an der Oberfläche eines Körpers zumahl, wenn dieſe ſcharf und eckicht iſt, vorbeyfahren läßt, ſo wird man finden, daß auch hiedurch derſelbe aus ſeinem geradlinichten Wege gelenkt wird. Man heiſt dieſes die **Beugung** des Lichtes, (inflexio luminis). **Grimaldi** hat zuerſt davon geredet. Phyſico Matheſis de lumine. Bonon. 1665. Nachher **Neuton** Opt. L. 3. **Maraldi** Mem. d Paris 1723. Die Geſetze dieſer Beugung hat Hr. **Joh. Nep. Fiſcher** in einer Abhandlung über eine dieſen Gegenſtand betreffende Preisfrage der Götting. Soc. d. W. gegeben, im J. 1779.

Anmer-

Anmerkung.

48. Die vorzüglichſten optiſchen Bücher ſind bey Gelegenheit ſchon angeführt worden. Ein vollſtändiges Verzeichniß derſelben in Hrn. Prof. **Scheibels** mathem. Bücherkenntniß 9 St. Bresl. 1777.

Abel **Burjas** Optik iſt auch ſehr gut zu gebrauchen. **Prieſtleys** Geſchichte d. Opt. mit Hrn. Prof. **Klügels** Anmerkungen.

Eſſays on the Microſcope, by George Adams. London 1788. Hrn. v. **Gleichen** Abhandl. von Sonnenmicroſc. Nürnb. 1781. ſind noch einige neuere hicher gehörige Schriften.

Ende der Dioptrik.

Anfangs-

Anfangs-Gründe
der Perſpectiv.

Erklärung.

1.

Die Perſpectiv iſt eine Wiſſenſchaft, eine Sache ſo abzubilden, wie ſie in einer gewiſſen Weite und Höhe in die Augen fället.

1 a) Abr. G. Kaeſtneri Perſpectiuae et Projectionum theoria generalis analytica.

Karſtens Lehrbegriff d. geſammten Mathem. 7 Thl.

Lamberts freye Perſpectiv. Zweyte Ausg. 1774.

Perſpective Pratique par un Religieux de la Comp. de Ieſus. Paris 1663. 2 Quartbande Seconde Partie Traité V.

Rembolds vollſtändige Anweiſung zur Perſpectiv-Reiß-kunſt. Augsp. 1710.

Jacobsz Perſpectiv u. a.

Zuſatz.

2. Es iſt demnach nöthig, daß die von dem Bilde zurückgeworfene Strahlen auf eben eine ſolche Art in das Auge fallen, als geſchehen würde, wenn ſie von der Sache ſelbſt in eiuer gegebenen Höhe und Weite hineinfielen.

Anmerkung.

I. 3. Es ſey O das Auge, ſo wird der Triangel ABC geſe-
1. hen durch Hülfe der Strahlen OA, OC, OB, und ſo lange
dieſe Strahlen einerley Winkel in dem Auge mit einander machen, ſo lange erſcheinet der Triangel auf einerley Art. Daher erſchiene er noch wie vorhin, wenn die Strahlen Oa, Oc, Ob,

Ob, von einer Tafel HI zurücke geworfen würden. Wenn ihr euch einbildet, HI ſey eine durchſichtige Tafel, dadurch die Strahlen von dem Triangel ABC, doch unverändert, durchgehen, indem ſie in das Auge O kommen, und ſie in den Punkten a, b, c, u. ſ. w. wo ſie durchgehen, durchlöchern; ſo werdet ihr ein Bild haben, welches dem Auge in O eben ſo erſcheinen wird, als der Triangel ABC ſelbſt. Die Perſpectiv nun zeiget, wie ihr die Punkte a, b, c, geometriſch finden könnet.

3 a) Die Figur abc auf der Tafel nennt man die **Projection** der vorgegebenen ABC, oder auch das **perſpectiviſche Bild** von ABC.

Erklärung.

4. Der Augenpunkt F iſt derjenige, in wel- I.
chen aus dem Auge O auf die Tafel HI das Per- 2.
pendicul OF gezogen wird.

Erklärung.

5. Die Linie MI, auf welchen die Tafel auf- I.
ſtehet, wird Fundamentallinie oder Grundlinie ge- 2.
nennet.

Erklärung.

6. Die Horizontallinie iſt eine gerade Linie I.
PQ, die durch den Augenpunkt F mit der Fun- 2.
damentallinie NI parallel gezogen wird.

Erklärung.

7. Der Diſtanzpunkt iſt ein Punkt der Hori- I.
zontallinie P oder Q, welcher von dem Augen- 2.
punkte F ſo weit entfernet, als das Auge O von eben demſelben.

Aufgabe.

8. Eine jede Horizontalfläche perſpectiviſch zu zeichnen.

Auflöſung.

1. Beſchreibet die Fläche z. E. den Triangel ABC, I.
wie in der Geometrie gelehret worden. 3.

2. Zie-

2. Ziehet über derſelben die Fundamentallinie DE in der Weite des Triangels von der Tafel.

3. Mit derſelben ziehet die Horizontallinie HK parallel, in der Weite der Höhe des Auges.

4. Laſſet aus allen Winkeln der geometriſchen Fläche auf die Fundamentallinie DE Perpendicularlinien A 1, C 2, B 3, fallen.

5. Nehmet in der Horizontallinie HK den Augenpunkt V an, und traget aus ihm, gegen welche Seite ihr wollet, den Diſtanzpunkt K in der gegebenen Weite des Auges.

6. Traget aus 1 in A aus 2 in C, und aus 3 in B die Perpendicularlinien A 1, C 2, B 3.

7. Ziehet aus dem Augenpunkte V gegen 1. 2. 3. Linien, und aus dem Diſtanzpunkte K gegen B, A und C andere Linien.

8. Wo dieſe Linien einander durchſchneiden, nemlich in b, a und c; da präſentiren ſich die Punkte B, A und C. Wenn ihr demnach die Linien ba, ac und cb ziehet, ſo iſt der perſpectiviſche Riß fertig.

Anmerkung.

9. Dieſe Regel iſt allgemein, und könnet ihr nach eurem Gefallen Figuren erwählen, und in das Perſpectiv bringen, wenn ihr euch in dieſen Zeichnungen oder ſogenannten ichnographiſchen Riſſen üben wollet. Den Beweis findet man in meinen Element. Perſpect. §. 33. In beſonderen Fällen kann man ſich einiger Vortheile bedienen, aus welcher Abſicht ich noch folgende beyde Aufgaben hieher ſetze.

Aufgabe.

I. 10. **Ein Quadrat ABCD ins Perſpectiv zu**
4. **bringen, darein ein anderes IMGH beſchrieben iſt.**

Auflöſung.

1. Nachdem ihr die Horizontallinie LK, und die Fundamentallinie DE gezogen, ſo traget aus dem Augen-

genpunkte V auf die erſtere Weite des Auges von der Tafel VL und VK.

2. Ziehet die Linien VA und VB, imgleichen die Linien KA und LB, ſo iſt AcdB der Riß von dem Quadrate ABDC.

3. Verlängert die Seite des eingeſchriebenen Quadrats HI bis an die Fundamentallinie in I, und ziehet die Linien KI und KM; ſo iſt ihgM das eingeſchriebene Quadrat.

Aufgabe.

11. Einen Circul ins Perſpectiv zu bringen.

Auflöſung.

1. Beſchreibet auf der Fundamentallinie DE einen halben Circul AGB, und laſſet nach Gefallen aus willkührlich angenommenen Punkten der Peripherie C, F, G, H, I, u. ſ. w. Perpendicularlinien C 1, F 2, C 3, H 4, I 5, u. ſ. w. darauf fallen. II. 5.

3. Aus den Punkten A, 1, 2, 3, 4, 5, B ziehet gerade Linien in den Augenpunkt V, imgleichen aus B die Linie LB in den Weitenpunkt L, und aus A die Linie AK in den Weitenpunkt K.

3. Ziehet durch die Punkte, wo ſie die Linien V 1, V 2, V 3, u. ſ. w. durchſchneiden, gerade Linien; ſo geben ſich die Punkte i, h, g, f, u. ſ. w. durch welche die krumme Linie gezogen wird, welche den Circul im Perſpectiv vorſtellet.

Anmerkung.

13. Auf eben dieſe Art kann man eine jede andere krumme Linie in das Perſpectiv bringen.

Aufgabe.

13. Einen Körper nach der Perſpectiv zu zeichnen.

Auflöſung.

I. 1. Bringet die Grundfläche des Körpers bacd in das
6. Perſpectiv (§. 8.).

2. Richtet auf der Fundamentallinie ED in einem beliebigen Punkte H die Höhe des Körpers HI perpendicular auf, und ziehet in ein beliebiges Punkt V in der Horizontallinie HR aus H und I die geraden Linien VI und VH.

3. In den Winkeln b, a und c richtet die Perpendicularlinien bg, ah und ce auf.

4. Ziehet aus den Winkeln der Grundfläche die Linien b 1, d 2, mit der Fundamentallinie DE parallel.

5. Richtet in 1, 2 die Perpendicularlinien 1 L, 2 M darauf auf.

6. Machet endlich af = HI, bg = ce = 1 L und dh = 2M; ſo könnet ihr die obere Fläche ghef ziehen.

Anmerkung.

14. Den Beweis findet man in meinen Element. Perſpectiv. §. 35. Es wird aber dienlich ſeyn, wenn ich dieſe allgemeine Regel durch einige beſondere Fälle erläutere.

Aufgabe.

15. **Eine abgekürzete Pyramide ins Perſpektiv zu bringen.**

Auflöſung.

II. 1. Wenn man von allen Winkeln der oberen Grund-
7. fläche auf die untere Perpendicularlinien zöge, ſo würde man in unſerem Falle ein Fünfeck innerhalb der unteren Grundfläche erhalten, deſſen Seiten ihren Seiten parallel ſind. Derowegen bringet dieſes doppelte Fünfeck lmnop und abcde ins Perſpectiv (§. 8.).

2. Richtet in H die Höhe der abgekürzten Pyramide HI auf, und ziehet aus dem Punkte V die Linien

HV

HV und VI, und determiniret (§. 13.), wie die Figur ausweiſet, die Höhen, welche man auf die inneren Winkel a b c d e aufrichten muß.

3. Die oberen Punkte f g h i k ziehet mit geraden Linien zuſammen, und

4. endlich ziehet die Linien l k, f m, g n; ſo iſt geſchehen, was man verlangete.

Zuſatz.

16. Wenn man zwey Circul, die aus einem Mittelpunkte beſchrieben worden, ins Perſpectiv bringet (§. 11.); ſo wird durch gegenwärtige Aufgabe ein abgekürzeter Kegel ins Perſpektiv gebracht.

Aufgabe.

17. **Wände und Pfeiler ins Perſpektiv zu bringen.**

Aufloſung.

1. Bringet den Boden AFH3 ins Perſpektiv, zugleich mit den Grundflächen der Säulen und Pfeiler, wenn einige vorhanden (§. 8. 11.). III. 8.

2. Auf die Fundamentallinie A 3 traget die Dicke der Mauer AB und 3. 1.

3. In A und B, imgleichen in 3 und 1, richtet Perpendicularlinien AD und BC, imgleichen 3. 6. und 1. 7. auf (§. 70. 89. Geom.).

4. Aus D und 6 ziehet Linien VD und V 6 gegen den Augenpunkt V.

5. Auf FH richtet EF und GH perpendicular auf; ſo habet ihr die Wände ADEF, FEGH und HG 6. 3. nebſt der Decke DEG 6.

6. Wenn Pfeiler oder Säulen auf dem Boden AFH 3 zu ſtehen kommen, ſo müſſet ihr aus ihren perſpectiviſchen Grundflächen Perpendicularlinien aufrich-

ten, auf AD die wahre Höhe tragen, und aus ihrem oberſten Punkte D die Linie DV ziehen, ſo geben ſich, wie in der vorhergehenden Aufgabe, die wahren Höhen.

Anmerkung.

18. Der geometriſche Grund mit dem Grunde der Pfeiler und Säulen wird nach den Regeln der Baukunſt gezeichnet.

Aufgabe.

19. Eine Thür ins Perſpectiv zu bringen.

Auflöſung.

III. 8. I. Wenn eine Thüre in die Wand ADEF zu zeichnen iſt; ſo

1. traget aus A in N ihre Weite von der Ecke, aus N in I und L in M die Breite der Pfoſten, aus I in L die Breite der Thüre.
2. In den Punkt der Entfernung des Auges K ziehet die Linien NK, IK, LK, MK, ſo bekommet ihr im Perſpective die Breite der Thüre i l und der Pfoſten in und l m.
3. Aus A in O traget die Höhe der Thüre AO, und aus A in P die Höhe der Pfoſten, oder aus O in P die Breite der Oberſchwelle.
4. Ziehet in den Augenpunkt V die Linien PV und OV.
5. Richtet in n, i, l und m Perpendicularlinien auf, die an PV und OV anſtoſſen; ſo giebet ſich die Thüre.
6. Die Dicke der Mauer bey l wird durch die Dicke der Mauer AB gefunden, wenn ihr aus B in den Augenpunkt V eine gerade Linie ziehet.

II. Wenn man die Thüre an der Wand FEGH zeichnen ſoll, ſo

1. traget aus A in R ihre Weite von der Wand zur Seiten, und aus R in T ihre Breite,

2. aus

2. aus R und T ziehet in dem Augenpunkte V die Linien RV und TV; ſo habet ihr ihre Breite im Perſpective rt.

3. In r und t richtet Perpendicularlinien auf FH auf.

4. Aus A in P traget wie vorhin die wahre Höhe der Thüre AP.

5. Ziehet aus P in V die Linie PV, ſo iſt Fz die perſpectiviſche Höhe.

5. Machet rr und tt = Fz; ſo giebet ſich die Thüre tt rr.

Aufgabe.

20. Fenſter ins Perſpectiv zu bringen.

Aufloͤſung.

1. Traget aus 1 in 2 die Dicke der Mauer vor dem Fenſter, aus 3 in 4 ſeine Weite von der Ecke, und aus 4 in 5 ſeine Breite. III. 8.

2. Aus 4 und 5 ziehet in den Punkt der Weite des Auges L die Linie L 5 und L 4; ſo bekommet ihr die Breite im Perſpektive 9. 10.

3. Aus 9 und 10 richtet auf dem Boden die Perpendicularlinien auf, das iſt, ziehet Linien mit 3. 6. parallel.

4. Aus 3 in 11 traget die Weite des Fenſters von dem Boden 3. 11, und aus 11 in 12 ſeine Höhe 11. 12.

5. Endlich ziehet in dem Augenpunkte V aus 11 und 12 gerade Linien, ſo giebet ſich das Fenſter 15. 13. 14. 16.

6. Die Dicke der Mauer vor dem Fenſter koͤnnet ihr wie in der vorigen Aufgabe finden.

Aufgabe.

21. Eine aufgemachte Thür ins Perſpectiv zu bringen.

Auflöſung.

II. Weil die Thüren, wenn ſie aufgemacht werden,
9. einen halben Circul beſchreiben, ſo

1. beſchreibet zuerſt die Thüre im Lichten (§. 19).
2. Darnach bringet einen halben Circul ecd ins Perſpectiv, deſſen Mittelpunkt in a iſt, der halbe Diameter aber die Breite der Thüre ad (§. 11.).
3. Merket darinnen den Punkt c, wo die Thüre ſtehet, und ziehet die Linie cf gegen die Fundamentallinie perpendicular.
4. Durch c und a ziehet die Linie ca, welche die Horizontallinie VO in O durchſchneidet.
5. Endlich aus O durch b ziehet die Linie bf; ſo iſt die offenſtehende Thüre bfca gezeichnet.

Anmerkung.

22. Auf eben ſolche Art werden die offenen Fenſter gezeichnet. Auch iſt nicht nöthig, daß der ganze halbe Circul ins Perſpectiv gebracht wird; ſondern man darf nur den Punkt c durch die allgemeine Regel, wie es die Aufgabe (§. 8.) an die Hand giebet, determiniren.

Aufgabe.

23. **Den Schatten eines Körpers im Perſpectiv zu zeichnen, wenn das Licht mit Strahlen, die aus einander fahren, ſich ausbreitet, wie bey einer Lampe, einer Fackel, einem Wachslichte u. ſ. w. geſchiehet.**

Auflöſung.

II. 1. Suchet den Punkt M im perſpectiviſchen Riſſe,
11. wo die Linie hinfället, die aus dem Mittelpunkte des Lichtes L auf den Boden, da der Körper ſtehet, perpendicular gezogen wird (§. 8.).

2. Von allen obern Ecken des Körpers laſſet gleichfalls Perpendicularlinien auf den Boden fallen: wel-

welches in unſerem Falle nicht nöthig iſt, weil die Linien AD, BE, CF, die verlangten Linien ſind.

3. Durch das unterſte Ende dieſer Perpendicularlinien F, E, D ziehet aus M gerade Linien MG, MH, durch die oberen aber A, C, B, aus L andere LG, LH, welche die vorigen in G und H durchſchneiden, und den Schatten DEGH enden.

Aufgabe.

24. **Den Schatten eines Körpers zu zeichnen, der an eine Wand RQ oder einen anderen Körper fället.** I. 12.

Auflöſung.

1. Suchet erſtlich den Schatten BCM wie in der vorhergehenden Aufgabe (§. 23.).

2. Im Punkte T, wo die Linie NM, die durch N und den Punkt E, darauf die Perpendicularlinie aus der Spitze des Körpers fället, die Wand RQ durchſchneidet, richtet die Linie TO auf den Boden, darauf der Körper ACB ſtehet, perpendicular auf, ſo habet ihr die Höhe des an die Wand geworfenen Schattens. Die Breite giebet ſich unten von ſelbſten.

Aufgabe.

25. **Aus der gegebenen Höhe der Sonne den Schatten eines Körpers im Perſpektiv zu finden, wenn die Strahlen auf dem Boden, darauf der Körper ſtehet, parallel ſind.**

Auflöſung.

1. Durch alle untere Ecken des Körpers E, H, G, F, ziehet Linien HL, FGK, FI mit der Fundamentallinie parallel. II. 13.

2. Durch die obern Ecken A, B, D ziehet gerade Linien BL, AK, DI, welche mit den Perpendicularlinien

nien BH, AG, DF, einen Winkel machen, ſo der Weite der Sonne von dem Scheitel gleich iſt, und die vorigen in L, K und I durchſchneiden; ſo giebet ſich der Schatten FIKL.

Aufgabe.

26. Aus der gegebenen Weite der Sonne hinter der Tafel von der Verticalfläche, und ihrer Höhe über dem Boden, darauf der Körper ſtehet, den Schatten deſſelben zu finden.

Auflöſung.

III. 14. 1. In dem Augenpunkte V richtet die Linien VA auf die Horizontallinie HR perpendicular auf, und machet ſie der Weite des Auges VL gleich.

2. Machet in A einen Winkel VAB, welcher der Weite der Sonne von der Verticalfläche gleich iſt.

3. In B richtet die Linie BD perpendicular auf, machet BC = BA und den Winkel DCB der gegebenen Sonnenhöhe gleich.

4. Wenn ihr nun den Schatten von IH finden wollet, ſo ziehet durch I aus B die Linie BK, und durch H aus D die Linie DK, ſo iſt IK der verlangte Schatten.

Anmerkung.

27. Die Verticalfläche nennet man diejenige, welche auf dem Boden oder dem Grunde im Perſpective perpendicular ſtehet.

Aufgabe.

28. Aus der gegebenen Weite der Sonne vor der Tafel von der Verticalfläche und ihrer Höhe über dem Boden, darauf der Körper ſtehet, den Schatten deſſelben zu finden.

Auflöſung.

III. 15. 1. Richtet in dem Augenpunkte V auf die Horizontallinie HR die Linie VA perpendicular auf, und machet ſie der Weite des Auges gleich.

2. Ma-

2. Machet in A einen Winkel VAB, welcher der Weite der Sonne von der Verticalfläche gleich iſt.

3. In B richtet die Perpendicularlinie BD auf, machet BC = BA, und den Winkel BCD der gegebenen Sonnenhöhe gleich; ſo könnet ihr, wie in der vorigen Aufgabe, durch Hülfe der Punkte B und D den Schatten des Körpers finden.

Aufgabe.

29. **Den Schatten eines Körpers zu zeichnen, den er wegen des durch ein Fenſter einfallenden Lichtes wirfet.**

Auflöſung.

1. Aus dem Mittel des Fenſters E laſſet die Linie EF perpendicular herunter auf den Boden fallen, imgleichen aus den Ecken A und B die Linien AB und BG. III. 10.

2. Verlängert EF bis in D, damit ihr die Höhe des Fenſters ED bekommet; ſo ſind C, F und G die Punkte, daraus die Linien des Schattens durch die untern Punkte der Perpendicularlinien gezogen werden; hingegen E und D die Punkte, daraus die Linien durch die obern Ecken beſchrieben werden.

Nemlich die drey Punkte C, F und G ſind hier ſo viel, wie oben (§. 23.) der Punkt M, und die beyden E und D, wie daſelbſt der Mittelpunkt des Lichtes L. II. 11.

Anmerkung.

30. Von allem, was bisher gelehret worden, findet man gründlichen Beweis in meinen Elementis Perſpectivae.

Aufgabe.

31. **Eine jede Sache genau abzuzeichnen.**

Auflöſung.

1. Machet aus vier Leiſten einen viereckichten Rahmen DE, und theilet den Raum darzwiſchen durch Faden in lauter gleiche kleine Quadrate ein. II. 16.

2. Befeſtiget den Rahmen mit dem Netze rechtwinklicht an einer Tafel G und innerhalb einem Loche F die Scheibe H, darinnen mitten ein kleines Löchlein iſt.

3. Theilet das Papier, darauf die Sache abgezeichnet werden ſoll, in eben ſo viele und ſo groſſe Quadrate, als das Netz eingetheilet worden.

4. Stellet das Netz vor die Sache, die ihr abzeichnen ſollet, und ſehet darnach durch das Löchlein in H.

5. Zeichnet jedes in ſein Quadrat auf dem Papiere, wo ihr es in dem Netze DE erblicket.

Wer nun im Zeichnen geübet iſt, wird ſolchergeſtalt die Sache ſehr wohl treffen.

Ende der Perſpectiv.

Anfangs-Gründe der Aſtronomie.

Der erſte Theil, von der Betrachtung des Weltgebäudes, wie es in unſere Sinnen fällt.

Erklärung.

1.

Die Aſtronomie iſt eine Wiſſenſchaft von dem groſſen Weltgebäude, und den darinnen ſich ereignenden Veränderungen.

1 a) Sie lehrt, was bey den Geſtirnen in Abſicht auf ihre Bewegungen, Gröſſen und Entfernungen ausgemeſſen werden kann. Durch Geometrie, Mechanik und Analyſis hat man es hierin zu einer ſehr hohen Vollkommenheit gebracht, wenn wir gleich von der innern Natur der himmliſchen Körper nur mangelhafte Kenntniſſe haben. Ich führe hier nur einige von der groſſen Menge aſtronomiſcher Schriften an, aus welchen man ſich von dem Zuſtande der ganzen Wiſſenſchaft unterrichten kann. Schriften über einzelne Gegenſtände werden bey Gelegenheit in der Folge vorkommen. Claudii Ptolomaei *μεγαλη σύνταξις* cum commentationibus. Theonis alexandrini Baſil. 1538. iſt als die Quelle der älteſten Kenntniſſe auch wegen aſtronomiſcher Beobachtungen wichtig. Eiusdem omnia quae exſtant opera praeter Geographiam caſtigata ab Erasmo Schrekenfuchſio. Baſ. 1551. Nic. Copernici de revolutionibus orbium coeleſtium libri VI. Baſil. 1566. Dav. Gregorii Aſtronomiae Phyſicae et geometricae elementa. Gene-

Genevae 1727. Caſſini Elemens d'Aſtronomie. Paris 1740. De la Caille leçons d'Aſtronomie à Paris 1746. Die vierte Ausgabe dieſes vortreflichen Lehrbuchs iſt 1780. erſchienen mit Anmerkungen vom Hrn. Lalande. Weidleri inſtitutiones Aſtron. Wittenbergae 1754. De la Lande Aſtronomie 4 Quartbände die neueſte Ausgabe 1792. Das vorzüglichſte Werk über die ganze Aſtronomie. Der Verf. hat einen Auszug daraus gemacht, wovon eine deutſche Ueberſetzung: Aſtronomiſches Handbuch des Hrn. de la Lande Leipzig 1775. erſchienen iſt. **Röhls** Einleitung in die aſtronomiſchen Wiſſenſchaften. Greifsw. 1768. 79. Zwey Theile. V. **Segners** aſtronomiſche Vorleſungen. Halle 1775. 76. 1 und 2. Theil. **J. E. Bode** Erläuterung der Sternkunde und der dazu gehörigen Wiſſenſchaften. Berlin 1778. **Röslers** Handbuch der Aſtronomie 2 Theile. Tübingen 1788. **Schmid** von den Weltkörpern zur gemeinnützigen Kenntniß der großen Werke Gottes, 3. Auflage Leipz. 1789. Sehr dienlich die erſten Begriffe der Aſtronomie zu geben. Dahin gehöret auch **Hellmuths** erſte Gründe der Sternwiſſenſchaft Braunſch. 1776. **Tutenbergs** unterhaltende Betrachtung der Himmelskörper. Gött. 1782. **V. Fontenelle** über die Mehrheit der Welten nach Hrn. Bodens Ausgabe. **Fergusons** Aſtronomie und mehrere andere — Hrn. **Hofrath Käſtners Aſtronomiſche Abhandlungen** ſind ſehr wichtig für die praktiſche Sternkunde, und dienen zur weitern Ausführung der Aſtronomie, welche deſſen Anfangsgründen der angewandten Mathematik (neueſte Ausg. Göttingen 1792.) vorgetragen iſt.

Anmerkung.

2. Man theilet die Aſtronomie in zwey Theile. In dem erſten wird gezeiget, wie das Weltgebäude ſich unſeren Sinnen vorſtellet, wenn wir auf dem Erdboden ſtehen. In dem anderen Theile unterſuchet man die Natur und Eigenſchaften der Weltkörper, die wahre Beſchaffenheit des Weltbaues, und die wahren Geſetze der Bewegung. Der erſte Theil iſt bisher Sphaerica, der andere aber Theorica genennet worden.

Erfahrung.

3. **Wenn ihr des Nachts den geſtirnten Himmel anſehet, ſo ſcheinen alle Sterne von euch in gleicher Weite weg zu ſeyn.**

Anmer=

Anmerkung.

4. Hütet euch aber, daß ihr nicht ſchlieſſet, alle Sterne ſind gleich weit weg. Denn ihr wiſſet, daß Sachen neben einander zu ſtehen ſcheinen, da die eine euch viel näher iſt, als die andere (§. 55. Optik.)

Zuſatz.

5. Derowegen ſiehet die Welt wie eine hohle Kugel aus, in deren Mittelpunkt ihr ſtehet, und in deren Fläche die Sterne als helle Punkte angeheftet ſind (§. 178. Geom.).

Zuſatz.

6. Weil ihr in dem erſten Theile der Aſtronomie nur zu wiſſen verlanget, was für Erſcheinungen ſich in dem Weltgebäude in Anſehung der Einwohner des Erdbodens ereignen (§. 2.), die Haupterſcheinung aber dieſe iſt, daß es euch wie eine Kugel vorkommt (§. 5.); ſo nehmet an, die Welt ſey eine hohle Kugel, in deren Mittelpunkte ihr ſtehet, und forſchet nach, was aus dieſem Satze folge; ſo werdet ihr die Urſache der übrigen Erſcheinungen wahrnehmen.

Zuſatz.

7. Weil ihr in dem Mittelpunkte der Weltkugel ſtehet, ſo könnet ihr auch nur auf einmal einen Theil derſelben ſehen, der andere aber iſt vor euren Augen verborgen.

Erfahrung.

8. Wenn ihr des Nachts auf die Sterne Acht gebet; ſo werdet ihr wahrnehmen, daß keiner ſeine Weite von dem andern, hingegen alle zuſammen ihren Stand gegen die Erde ändern. Denn die bey eurem Scheitel ſtanden, ſind von ihm in einer Stunde weg, und andere; an ihrer Stelle, die vorhin nicht bey ihm waren. Einige ſind gar verſchwunden, und hinge-

hingegen an einem andern Ort ſehet ihr die Sterne, die vorher nicht da waren.

Zuſatz.

9. Weil ihr immer auf einer Stelle des Erdbodens bleibet, ſo ſcheinet es, als wenn die ganze Weltkugel mit allen Sternen ſich um die Erde herum bewegete.

Zuſatz.

10. Da ihr euch nun in dem erſten Theile der Aſtronomie nur um Erſcheinungen bekümmert (§. 2.); ſo könnet ihr abermals in demſelben ohne Verletzung der Wahrheit annehmen, als wenn die Weltkugel ſich mit allen Sternen um die Erde herum bewegete.

10 a) Dies will nemlich ſo viel ſagen, daß wir uns den Himmel als eine hohle Kugel gedenken, die ſich um eine gewiſſe Axe drehet, iſt nur Wahrheit der Erſcheinung, und man iſt nie in Gefahr zu irren, wenn man aus ihr nichts weiter ſchließt, als wie uns die Sachen ausſehen, und von ihr abgeht, wo die Sachen nicht mehr ſo ausſehen. (Käſtners Anfangsgr. d. Aſtron. 27.) daß übrigens jeder Stern vom Aufgange bis zum Untergange wirklich einen Kreisbogen am Himmel zu beſchreiben ſcheint, davon kann man ſich durch leichte Erfahrungen, ſo genau als hier nöthig iſt, verſichern.

I. Es ſey (Tab. V. Fig. 23.) O ein Punkt auf einer Horizontalfläche (unten §. 22 a) z. E. O an dem Rande eines horizontal geſtellten Tiſches. In dieſem Punkte O befinde ſich eine Diopter mit einem Loche, wodurch man nach einem Sterne viſire. Man ziehe auf dem Tiſche ein paar gerade Linien nach dem Sterne, in dem Augenblicke da er auf- und untergeht, Oa, Ob, und halbire den Winkel aOb, durch Oi. In einem Punkte i dieſer Halbirungslinie errichte man lothrecht einen Stift iK von hinlänglicher Höhe, und bemerke an einem der folgenden Abende, wenn der Stern bey c hinter dieſem lothrechten Stifte ik erſcheinet, auf iK den Punkt c, und ſpanne in der Richtung Oc einen Drath oder Faden aus. Man nehme auf den Richtungen Oa, Oc, Ob, die Weiten OA, OC, OB, einander gleich, und biege einen Drath in einen Kreisbogen, ſo daß dieſer durch die drey gegebenen Punkte A, C, B, gehen, ſo wird man finden, daß

wenn

wenn man das Auge hinter die Diopter O hält, und nach dem Sterne viſiret, derſelbe während ſeiner Bewegung von Oſten nach Weſten, immer hinter dem kreisförmig ausgeſpannten Drate ACB erſcheinen wird.

II. Man könnte auch aus Pappendeckeln ein Kreisſegment ACB dergeſtalt ausſchneiden, und es über AB auf dem Tiſche befeſtigen, daß der Bogen ACB dieſes Segments durch die drey Punkte A, C, B, gehe, ſo wird der Stern, wenn man hinter O viſiret, immer dem Bogen ACB folgen.

III. Damit man dieſen Bogen gehörig auf dem Pappendeckel beſchreiben könne, ſo faſſe man die Weiten AC, BC, AB, (I) mit einem Zirkel, und verzeichne auf dem Pappendeckel das Dreyeck ABC; ſo hat man die drey Punkte A, B, C, durch welche man nach (§. 97. Geom.) den gehörigen Bogen beſchreiben kann.

IV. Man muß zu dieſer Verſinnlichung der täglichen Bewegung einen Stern der erſten Größe wählen, den die Dünſte vom Horizonte nicht unkenntlich machen, auch ſchon vorläufig wiſſen, wenn der Stern aufgeht, damit man ſich zur Beobachtung rüſten kann. Man kann indeſſen auch, ohne daß man ſich der Linien Oa, Ob, nach dem Auf- und Untergange des Sterns bedient, die tägliche Bewegung nach dem gewieſenen Verfahren zeigen, wenn nur Oa, Ob, Oc, überhaupt drey hinlänglich von einander entfernte Richtungen nach dem Sterne ſind, deren jede wie OC (I) durch Hülfe eines verticalen Stiftes gezogen worden ſeyn muß. Ja es iſt auch nicht einmal nöthig, daß die Stiften genau vertical ſtehen. So bekömmt man immer drey Punkte wie A, B, C, durch welche ſich der Kreisbogen beſchreiben läßt.

V. Wegen der Brechung der Lichtſtrahlen in unſerem Luftkreiſe wird nun freylich der Stern nicht immer genau hinter dem Bogen ABC erſcheinen, wenn man ihn auch mit der größten Genauigkeit gezogen hätte. Indeſſen iſt doch das bisherige Verfahren zur Verſinnlichung der täglichen Kreisbewegung immer zureichend. Ueberhaupt muß man ſich im Anfange der Aſtronomie nur mit einer beyläufigen Beſtimmung dieſer oder jener Dinge begnügen, damit die Aufmerkſamkeit nicht von dem Hauptgegenſtande, nemlich erſt eine Ueberſicht des Ganzen zu erhalten, angezogen werde.

Erklä-

Erklärung.

11. Man machet Kugeln aus Kupfer, Meſſing oder Papier, darauf die Sterne in ſo proportionirter Weite von einander gezeichnet ſind, wie ſie an dem Himmel erſcheinen, nebſt einigen Circuln, die man ſich auf der Fläche der Weltkugel einbildet, damit man alles dasjenige, was aus der Bewegung der geſammten Sterne erfolget, auf eine leichte Art denen zeigen kann, die entweder nicht nachdenken können, oder nicht wollen. Dergleichen Kugeln nennet man Himmelskugeln (Globos coeleſtes.).

11 a) Es würde etwas beſchwerlich ſeyn, wenn man diejenigen Sterne und Kreiſe, welche auf die Kugel kommen ſollen, auf ihr ſelbſt verzeichnen wollte. Bequemer werden ſie auf ſchmale Papierſtreifen oder ſogenannte Segmente gezeichnet, oder in Kupfer geſtochen, ſo daß man mit den Abdrücken davon die Kugeln überziehen kann, und alle Sterne und Kreiſe die gehörigen Lagen erhalten. Vorſchriften zur Entwerfung ſolcher Kugelnetze gehören aber nicht für Anfangsgründe. Wer Unterricht hierüber verlangt, der findet ſolchen in Bions mathematiſcher Werkſchule, in Herrn Hofrath Käſtners Abhandlung de ſchedis globis obducendis in den Comment. Soc. R. Goetting 1778. und in dem IVten Theile von Mayers practiſcher Geom.

In Nürnberg werden gegenwärtig dergleichen Kugeln in vorzüglicher Güte von den Herrn Klinger und Beringer verfertigt, und um die billigſten Preiſe geliefert.

Erklärung.

I. 12. Die beyden Punkte P und Q, an welchen ſich die Weltkugel um die Erde herum zu
1. bewegen ſcheinet, nennet man die Weltpole: und zwar insbeſondere denjenigen, welcher in dem uns ſichtbaren Theile des Himmels iſt, P den Nordpol (Polum Arcticum); den ihm entgegengeſetzten Q aber, den Südpol (Polum Antarcticum.)

Erklä-

Erklärung.

13. **Die Linie PQ, welche von einem Po- le P bis zu dem andern Q gezogen wird, iſt die Welttaxe** (Axis mundi.) I. 1.

Erklärung.

14. **Der Aequator AD iſt ein Circul, wel- cher auf der beweglichen Fläche der Weltkugel in Gedanken beſchrieben wird, und von jedem Pole P und Q überall 90 Grade entfernet iſt.** I. 1.

14a) Der Aequator iſt ein gröſter Kreis auf der Ku- gel. Je näher ein Punkt einem der beyden Pole iſt, um die ſich die Kugel drehet, deſto kleiner iſt der Kreis, den er bey der Umdrehung der Kugel beſchreibt, und die Pole ſelbſt beſchreiben gar keine Kreiſe.

Erklärung.

15. **Das Zenith iſt ein Punkt Z über eurem Scheitel in der unbeweglichen Fläche der Welt- kugel; das Nadir aber der entgegengeſetzte Punkt N unter den Füſſen in eben dieſer Fläche.** I. 1.

15a) Man gedenke ſich an dem Orte des Beobachters eine Verticallinie, d. h. die Richtung die ein Faden hat, an dem ein ſchwerer Körper ruhig hängt, und um dieſe Ver- ticallinie auf- und niederwärts bis an die Himmelskugel ver- längert, ſo beſtimmt ſie über den Beobachter an der Him- melskugel das Zenith Z und gegen über das Nadir N.

Zuſatz.

16. Alſo hat ein jeder auf dem Erdboden ſein be- ſonderes Zenith und Nadir. Und wenn er ſeine Stelle ändert, ſo bekommet er ein anderes Zenith und Nadir.

Anmerkung.

17. Weil die Weltkugel in Anſehung der Erde ſehr groß iſt, ſo wird das Zenith nicht merklich verändert, wenn man gleich ein wenig ſeine Stelle ändert. Dannenhero giebt man einer ganzen, obgleich großen Stadt nur Ein Zenith.

Erklärung.

I. **18. Der Meridianus iſt der Circul PZQNP,**
1. **welcher durch die Weltpole P und Q, und durch das Zenith und Nadir Z und N in der unbeweglichen Fläche der Weltkugel beſchrieben wird.**

Anmerkung.

19. Gleichwie man einer ganzen Stadt nur Ein Zenith zueignet; ſo eignet man ihr auch nur einen Meridianum zu. Bey den Himmelskugeln machet man den Meridianum entweder aus Meſſing oder aus Holz, theilet jeden Quadranten in 90 Grade ein, und hänget innerhalb demſelben die Kugel beweglich auf in ihren Polen. Wenn man nun an das Mittel des Meridiani zwiſchen den Polen einen Stift hält, und die Kugel herumwendet: ſo beſchreibet er darauf den Aequator (§. 14.). Daher unterſcheidet man auch dieſen Circul, wenn er beſchrieben worden, von den übrigen, die auch darauf ſtehen, daß er, wenn die Kugel gewendet wird, beſtändig durch den neunzigſten Grad von dem Pole gehet.

Erklärung.

I. **20. Der wahre Horizont HR iſt ein Circul in**
1. **der unbeweglichen Fläche der Weltkugel, welcher von dem Zenith in allen Punkten 90 Grad weg ſtehet.**

Anmerkung.

21. Zu den Himmelskugeln wird der Horizont von Holze etwas breit gemacht und von dem Geſtelle getragen. Man kann die Kugeln innerhalb demſelben mit dem Meridiano nach Gefallen verſchieben, und dadurch den Pol erhöhen und erniedrigen.

Erklärung.

I. **22. Der ſcheinbare Horizont hr iſt ein Circul,**
1. **welcher den Theil der Himmelskugel hZr abſchneidet, ſo auf der Erdfläche in M geſehen werden kann.**

22 a)

22 a) Die **Horizontalfläche** eines Beobachters iſt an der Stelle, wo er ſich befindet, eine ebene Fläche, worauf die Richtung der Schwere (§. 15 a) ſenkrecht ſtehen würde. Dergleichen iſt z. E. die Oberfläche des Waſſers in einem Gefäße, wenn das Waſſer ruhig ſteht, oder auch die Oberfläche der Erde, ſo weit man ſie an einem Orte ringsumher überſehen kann, und als ein kleines Stückchen einer vollkommen glatten Kugelfläche betrachten darf. Gedenkt man ſich dieſe Horizontalfläche als eine ebene Fläche, ohne Ende hinaus bis an die Himmelskugel erweitert, ſo ſchneidet ſie auf derſelben eben den Kreis ab, welchen man den **ſcheinbaren Horizont**, oder den **Geſichtskreis** nennt, weil alles an der Himmelskugel, was über dieſem Kreiſe liegt, von dem Beobachter geſehen werden kann; was aber unter demſelben liegt, wegen der Undurchſichtigkeit der Erde dem Auge des Beobachters entzogen wird. Weil aber jeder Ort auf der Erde einen andern Horizont, folglich auch einen andern Geſichtskreis an der Himmelskugels hat, ſo können Gegenſtände an dem Himmel unter dem Geſichtskreiſe eines gewiſſen Beobachters liegen, die in eben dem Augenblicke über dem Geſichtskreiſe eines andern Beobachters ſich befinden.

22 b) Es iſt zu mehrerern Aufgaben in der Aſtronomie ſehr wichtig, eine ebene Fläche horizontal ſtellen zu können. Man bedient ſich dazu entweder der **Setzwaagen**, d. h. Vorrichtungen, wodurch man vermitteiſt der Richtung eines Fadens, woran ein Bleygewicht hängt, den horizontalen Stand unterſucht, oder der **Waſſerwaagen** d. h. cylindriſcher mit Weingeiſt oder Waſſer angefüllter Gefäſſe, welche mit einem ihrer Grundfläche parallelen Glasdeckel verſehen ſind, unter dem die Oberfläche jener Flüßigkeiten in Geſtalt einer kleinen Luftblaſe hin und herſpielen, und dadurch den horizontalen Stand einer Fläche, worauf man das Gefäß ſetzt, anzeigen kann. (**Mayers** pract. Geom. §. 113.)

Erklärung.

23. Die Ebene des Meridians oder Mittagskreiſes PZQNP, (§. 18.) heißt die Mittagsfläche, und ihre Durchſchnittslinie hr mit der ſcheinbarea Horizontalfläche des Orts M, die Mittagslinie. I. 1.

Erklärung.

24. Wenn ein Stern in dem Horizont erſcheinet, da er vorher unter ihm verborgen war, ſo gehet er auf. Hingegen wenn er in dem Horizont verſchwindet, da er vorher über ihm geſtanden, gehet er unter.

Erklärung.

25. Der Ort, wo die Sterne aufgehen, heiſſet Morgen, und insbeſondere führet dieſen Namen der Punkt des Horizonts, welcher von dem Meridiano 90 Grad weg iſt. Der ihm entgegengeſetzte Punkt in dem Theile des Horizonts, wo die Sterne untergehen, wird der Abend genennet. Wenn ihr den Morgen zur Rechten, und den Abend zur Linken habet, ſo zeiget die Mittagslinie vor euch den Punkt im Meridiano, den man Mitternacht heiſſet: hinter dem Rücken aber den Punkt im Meridiano, den man Mittag nennet. Alle zuſammen bekommen den Namen der vier Hauptgegenden der Welt.

Erklärung.

26. Die Tage-Circul (Circuli diurni) ſind Circul, welche die Sterne in ihrer Bewegung um die Erde in der unbeweglichen Fläche der Weltkugel beſchreiben.

26 a) Dieſe Tagekreiſe ſind ſämmtlich mit einander parallel, und heiſen deswegen auch Parallelkreiſe. Sie werden von dem Mittagskreiſe halbirt, und wenn der Tagkreis eines Sterns den Horizont durchſchneidet, ſo liegt die Mittagslinie zwiſchen den beyden geraden Linien, die man ſich nach dem Auf- und Untergangspunkte des Sterns hingezogen vorſtellet.

26 b) Gedenkt man ſich den Tagekreis eines Sterns in ſeine 360 Grade eingetheilt, ſo ſind diejenigen Punkte des Tagekreiſes, welche um gleich viel Grade nach Oſten oder Weſten

Weſten zu von dem Mittagskreiſe wegliegen, auch gleich hoch über dem Horizonte erhaben; und umgekehrt, hat ein Stern nach ſeinem Durchgange durch den Meridian eben die Höhe über dem Horizonte, die er vor ſeinem Durchgange hatte, ſo wird er auch in beyden Fällen um gleich viel Grade ſeines Tagekreiſes vom Meridian abſtehen.

26 c) Auch lehrt die Erfahrung, daß die ſcheinbare Bewegung eines Sterns in ſeinem Tagekreiſe **gleichförmig** iſt, d. h., daß gleiche Bogen in gleichen Zeiten beſchrieben werden.

Erklärung.

26 d) Die Zeit, in der ſich die ganze Himmelskugel einmahl herumzudrehen ſcheint, und in der folglich jeder Stern ſeinen Tagekreis beſchreibt, heiſt man einen **Sterntag**. Man theilt ihn in der Aſtronomie in 24 gleiche Theile, welche **Sternſtunden** heiſen. Jede Stunde wird wieder in 60 **Minuten** u. ſ. w. abgetheilt.

26 e) In jeder Sternſtunde beſchreibt alſo ein Stern 15 Grade ſeines Parallels, und braucht alſo zu einem jeden einzeln Grade 4 Zeitminuten, zu einer jeden Minute ſeines Parallels, 4 Zeitſecunden u. ſ. w.

26 f) Wenn ein Stern alſo z. E. 20 Grade oſtwärts vom Meridian abſtände, ſo würden 1 Stunde 20 Minuten verfließen, bis er in den Meridian käme, und nach Verfluß von noch 1 Stunde und 20 Min. würde er 20 Grade weſtwärts vom Meridiane abſtehen.

26 g) Die Zeit, wenn ein Stern in den Meridian kömmt, liegt demnach allemahl in der Mitte zwiſchen den beyden Zeiten, in welchen der Stern auf- und untergeht, oder auch gleiche Abſtände von dem Meridian, folglich auch gleiche Höhen über dem Horizonte hat (§. 26 b), vorausgeſetzt, daß der Stern auſſer ſeiner Bewegung, die er mit der ſcheinbaren Umdrehung der Himmelskugel gemein hat, nicht noch eine eigene Bewegung habe, wie z. E. Sonne, Mond, und die Planeten, in welchem Falle denn auch auf dieſe eigene Bewegung Rückſicht genommen werden muß. Hierauf gründet ſich in der practiſchen Aſtronomie das Verfahren, die Durchgangszeit eines Sterns oder auch der Sonne durch den Meridian, aus den Zeiten zu finden, in denen vor und nach dem Durchgange, der Stern oder die Sonne gleiche Höhe über dem Horizonte hatten, die **Zeit des Mittags**

tags aus correſpondirenden Sonnenhöhen zu finden, oder anzugeben, was der Zeiger einer Uhr weiſet, wenn die Sonne im Meridiane iſt.

Erklärung.

26 h) Die Zeiten in der Aſtronomie anzugeben und abzutheilen, dienen diejenigen Maſchinen, welche man **Uhren** heiſt. Sie müſſen aus Rädern und Getrieben dergeſtalt zuſammengeſetzt ſeyn, daß ſie auſſer **Stunden** und **Minuten** auch **Secunden** angeben. Sie werden gewöhnlich durch Gewichte getrieben. Da aber Gewichte mit einer beſchleunigten Bewegung fallen, wodurch der Gang des Räderwerks nicht gleichförmig erhalten werden kann, ſo müſſen Vorrichtungen angebracht werden, welche den Gang der Räder und Getriebe dergeſtalt mäßigen, daß die Bewegung derſelben beſtändig gleichförmig bleibt. Hierzu dient das ſogenannte **Perpendikel**, welches hin und her ſchwingt, und der mit ihm verbundene **engliſche Haaken**, der bey jedem Schwunge des Perpendikels in das ſogenannte **Steigrad** einfällt, und dadurch das Räderwerk verhindert, der beſchleunigenden Bewegung der Gewichte zu folgen. Man nennt ſolche Uhren **Perpendikeluhren**, und hat ſie in neuern Zeiten auf einen ſehr hohen Grad der Vollkommenheit gebracht, nachdem man auch Mittel gefunden hat, die Perpendikel ſo einzurichten, daß ihr Schwung keinen Veränderungen der Wärme und Kälte unterworfen iſt. Aber ſowohl dieſes als die innere Einrichtung der Uhr ſelbſt, muß aus beſondern Schriften, z. E. aus Paute Traité de l'horlogerie 1755, aus Berthoud eſſai ſur l'horlogerie Paris 1763, aus **Alexanders** Abhandlung von den Uhren. Lemgo 1763. und **Geislers** Uhrmacherkunſt 3 Theile 1794. erlernt werden. Gegenwärtig werden auch Uhren in ſehr großer Vollkommenheit verfertigt, welche blos durch Federn getrieben werden, wie die gewöhnlichen Taſchenuhren, aber Einrichtungen haben, daß ihr Gang mehrere Monate hindurch ungeändert bleibt. Hieher gehören **Harriſons** Seeuhren, und die **Taſchenchronometer**, welche **Mudge**, **Emery**, u. a. vorzüglich zum Gebrauche auf der See, wo Perpendikeluhren, wegen der Schwankung des Schiffs nicht gebraucht werden können, gegenwärtig verfertigen. Auch dienen ſie vortheilhaft bey geographiſchen Reiſen zu Lande, die Längen der Oerter zu beſtimmen u. ſ. w.

Eine

Eine Uhr, welche Theile des Sterntages (§. 26 d) angiebt, wird eine **Sternuhr** genannt. Man muß dem Perpendikel derſelben diejenige Länge geben, daß es in einem Sterntage genau 24. 60. 60. oder 86400 Schwingungen macht, da denn auf jeden Schwung eine Secunde Sternzeit kommen wird. Da es aber etwas ſchwer hält, dem Perpendikel genau dieſe Länge zu geben, ſo begnügt man ſich, wenn die Uhr nur beynahe Sternzeittheile angiebt, ihr Gang aber ſonſt gleichförmig iſt. Wenn man dann nur weiß, um wie viel 24 Stunden der Uhr von 24 wahren Sternſtunden unterſchieden ſind, ſo finden ſich leicht Vorſchriften, Zeittheile der Uhr, oder **Uhrzeit**, auf Sternzeittheile, oder **Sternzeit** zu reduciren. Hieher gehörige Formeln in Hrn. Hofr. **Käſtners** Anfangsgründen der Aſtronomie, u. a. aſtronomiſchen Schriften.

Aufgabe.

27. Die Mittagslinie zu finden.

Auflöſung.

1. Beſchreibet auf einer Horizontalfläche aus einem Punkte C etliche Circul. I. 2.
2. Richtet in C einen Stift winkelrecht auf, in der Gröſſe eines halben, oder auch ganzen Schuhes.
3. Vormittags von 9 bis 11 Uhr, und Nachmittags von 1 bis 3 Uhr gebet Acht, in welchen Punkten vor und nach Mittage eines jeden Circuls der Schatten des Stiftes aufhöret, und merket die Punkte H und I, E und G, D und E.
4. Theilet die Bogen DE, EG, HI in zwey gleiche Theile in L, K und B (§. 94. Geom.) und
5. ziehet durch den Mittelpunkt C und die Punkte L, K und B eine gerade Linie.

Wenn dieſes angehet, ſo habt ihr die verlangte Mittagslinie.

Beweis.

Weil der Stift im Mittelpunkte C ſtehet; ſo ſind die Schatten von Einer Länge, welche ſich in der Peri-

pherie eines Circuls endigen (§. 27. Geom.) und dannenhero ſtehet die Sonne in beyden Fällen gleich hoch, folgends ſtehet die Sonne gleich weit von dem Meridiano weg. Nun fället der Schatten jederzeit dem Ort der Sonne gegenüber (§. 34. Optik); darum ſind die Punkte D und E, imgleichen E und G, H und I von der Mittagslinie A B gleich weit entfernet. W. Z. E.

27 a) Wegen der eigenen Bewegung der Sonne (§. 26 g) erfordert dieſes Verfahren eine kleine Verbeſſerung, welche aber beynahe verſchwindet, wenn man den längſten oder kürzeſten Tag, oder die benachbarten, dazu wählt.

Anmerkung.

28. Es wäre zwar an einem Circul genug. Allein wenn ihr viel Circul beſchreibet, ſo könnet ihr deſto mehr gewiß ſeyn, daß ihr recht obſerviret, wenn die Linie durch alle Theilungs-Punkte und den Mittelpunkt der Circul gehet. Weil man aber das Ende des Schattens nicht wohl wahrnehmen kann, und doch die Mittagslinie der Grund zu den meiſten aſtronomiſchen Obſervationen iſt; ſo pfleget man ſie noch auf andere Weiſe zu finden.

28 a) Von ſolchen Methoden, die Mittagslinie zu ziehen, findet man umſtändliche Belehrung in Röslers Handbuch der praktiſchen Aſtronomie I. Theil VII. Kapitel.

Zuſatz.

29. Wenn ihr mit einer Perpendicularlinie die Mittagslinie durchſchneidet (§. 70. Geom.), ſo zeiget dieſelbe Morgen und Abend (§. 25.)

Anmerkung.

30. Wenn der Schatten die Mittagslinie decket, und ihr habet an andern Orten Stifte eingeſchlagen, ſo dürfet ihr nur in ihrem Schatten zwey Punkte merken, und ihr könnet durch dieſelben auch die Mittagslinie ziehen.

Zuſatz.

31. So oft der Schatten des Stifts auf die Mittagslinie fället, iſt Mittag (§. 34. Optik).

Anmer-

Anmerkung.

32. Daher brauchet man die Mittagslinie, die Uhren zu ſtellen, damit ſie mit dem Laufe der Sonne übereinkommen.

32 a) Man pflegt auf Sternwarten über der Mittagslinie eine Mauer lothrecht aufzurichten, und an dieſer einen großen Quadranten, d. h. einen in ſeine 90 Grade eingetheilten Viertheilskreis, oder auch wohl einen ganzen Kreis zu befeſtigen, um deſſen Mittelpunkt ſich ein Fernrohr dergeſtalt auf- und nieder drehen läßt, daß die Axe deſſelben beſtändig mit der Mauer, und alſo mit der Mittagsfläche gleichlaufend bleibe. Man nennt ſolche Vorrichtungen **Mauerquadranten**, und ſie dienen ſowohl zur Meſſung der Sonnenhöhe, wenn ſie im Meridiane iſt, als auch zur Beobachtung der Mittagszeit ſelbſt.

Läßt man den Quadranten weg, und gedenkt ſich nur ein in der Mittagsfläche auf- und nieder bewegliches Fernrohr, ſo hat man das ſogenannte **Mittagsfernrohr** oder **Paſſageinſtrument**, von ebenfalls häufigem Gebrauche. Von vorzüglicher Güte ſind diejenigen Mauerquadranten, welche der berühmte engliſche Künſtler **Bird** verfertigt hat. Die Beſchreibung davon ſ. m. in de la Lande Aſtron. §. 2328.

32 b) Ein hoher lothrechter Stift über der Mittagslinie, durch deſſen Schatten man den Augenblick des Mittags angeben kann, heißt auch ein **Gnomon**. Hat man in einem Saale oder Zimmer eine Mittagslinie gezogen, ſo kann man den Augenblick des Mittags auch angeben, wenn ein Sonnenſtrahl durch eine kleine Oeffnung, lothrecht über der Mittagslinie, in das Zimmer auf die gezogene Mittagslinie fallen kann. Da aber die durch die Oeffnung einfallenden Sonnenſtrahlen auf dem Boden des Zimmers, wo die Mittagslinie gezogen iſt, eigentlich ein kleines ovales Sonnenbild formiren, ſo beobachtet man, um den wahren Augenblick des Mittags zu erhalten, an der Uhr die Zeiten, wenn der vordere und hintere Rand dieſes Bildes die Mittagslinie berühren, und nimmt zwiſchen beyden Zeiten das arithmetiſche Mittel.

Zuſatz.

33. Wenn der Schatten der Sonne auf die Linie fället, die Abend und Morgen zeiget, ſo gehet ſie recht im Morgen auf.

Zuſatz.

34. Der Schatten des Stiftes auf der Mittagslinie bleibet nicht beſtändig von einer Länge, ſondern eine Weile nimmt er zu, darnach wieder ab. Derowegen ſtehet die Sonne nicht alle Mittage gleich hoch über dem Horizont (§. 39. Opt.), welches ihr auch an der Sonne ſelbſt mit bloßen Augen wahrnehmen könnet.

Zuſatz.

35. Wenn alſo die Sonne ſich würklich alle Tage um die Erde bewegen ſollte, ſo beſchriebe ſie nicht wie die andern Sterne ihre Tagecircul mit dem Aequator parallel, ſondern müßte ſich in Schraubengängen um die Erde bewegen.

Anmerkung.

36. Eben dergleichen nehmet ihr von dem Monde wahr, als von der Sonne (§. 34.) angemerket worden. Derowegen müßte auch dieſer ſich in Schraubengängen um die Erde bewegen, wenn er würklich alle Tage um ſie herumgienge.

Erklärungen.

36 a) I. Wenn man vermittelſt einer ſehr gleichförmig gehenden Uhr den Augenblick des **Mittags**, d. h. wenn der Mittelpunkt der Sonne in dem Meridiane iſt (§. 32. u. f.) beobachtet, und nun eben diese Beobachtung die folgenden Tage wieder anſtellt, ſo wird man finden, daß jedes Zeitintervall von einem Mittage zum andern, oder der **wahre Sonnentag** nicht das ganze Jahr hindurch von gleicher Gröſſe iſt.

II. Dieſer wahre Sonnentag iſt allemahl länger als der Sterntag, weil die Sonne eine eigene ſcheinbare Bewegung von Weſten nach Oſten hat; die ungleiche Gröſſe der wahren Sonnentage rührt daher, weil jene eigene ſcheinbare Bewegung nicht gleichförmig und gleichlaufend mit der täglichen Umdrehung der Himmelskugel iſt.

III. Der **mittlere Unterſchied** zwiſchen einem wahren Sonnentage und Sterntage beträgt 3 Minuten 56 Secunden, und 32 Terzien Sternzeit.

IV. Zu manchen Zeiten des Jahres iſt dieſer Unterſchied etwas gröſſer, zu andern etwas kleiner.

V. Ge-

V. Gedenkt man ſich nun eine Uhr, deren 24 Stunden ſo viel betragen, als 24 Stunden 3 Min. 56 Sec. 32 T. an der Sternuhr, ſo ſagt man von jener Uhr, daß ſie **mittlere Sonnenzeit** weiſe, und ihre 24 Stunden heiſſen dann ein **mittlerer Sonnentag**, ſo wie die Stunden, Minuten ꝛc. derſelben **mittlere Sonnenſtunden, mittlere Sonnenminuten** ꝛc.

VI. Hieraus laſſen ſich ſehr leicht Vorſchriften herleiten, Zeittheile des mittlern Sonnentages auf Zeittheile des Sterntages, und umgekehrt, zu reduciren. Formeln dazu in **Käſtners** aſtron. Abhandl. I. Samml. III. Abh. 58. u. f.

VII. Wegen der ungleichen Gröſſe der wahren Sonnentage kann keine Uhr ſo eingerichtet werden, daß ſie das ganze Jahr hindurch von einem wahren Mittage zum andern allemahl 24 Stunden wieſe. Aber wenn ſie mittlere Sonnenzeit weiſet, ſo werden 24 Stunden derſelben, nie viel von einem wahren Sonnentage abweichen.

VIII. Indeſſen gedenkt man ſich doch jeden wahren Sonnentag, d. h. die Zeit zwiſchen zween nächſten Durchgängen der Sonne durch den Meridian in 24 gleiche Theile, oder **wahre Sonnenſtunden** getheilt. Weiß man nun um wie viel zu einer gewiſſen Jahreszeit der wahre Sonnentag von dem mittlern unterſchieden iſt, ſo kann man Theile des wahren Sonnentages in Theile des mittlern, oder **wahre Sonnenzeit in mittlere** und umgekehrt verwandeln.

IX. Den Unterſchied zwiſchen dem wahren und mittlern Sonnentage, heiſt man die **Zeitgleichung**. Man findet ſie für jeden Tag in den aſtronomiſchen Kalendern angegeben, und man muß ſie wiſſen, wenn man die **wahre Zeit** einer Beobachtung berechnen will, wozu ebenfalls in den aſtronomiſchen Kalendern die Anweiſung zu finden iſt. Den 11ten Febr. 14. May, 26. Jul. und 1. November iſt die Zeitgleichung ohngefähr = 0, alſo der wahre Sonnentag dem mittlern gleich. Am größten iſt ſie ohngefähr den 21. Dec. wo ſie jedoch nicht viel über 30 Sec. betragen wird.

Erfahrung.

37. Wenn ihr des Nachts Acht gebet, bey welchen Sternen der Mond ſtehet, und ſehet die folgende Nacht wieder nach, ſo werdet ihr ihn nicht mehr bey den geſtrigen Sternen, ſon-

dern bey andern ſtehen ſehen, die in der vorhergehenden Nacht weiter von ihm gegen Morgen ſtanden, und nach ohngefähr 27 Tagen werdet ihr ihn abermals bey den erſten Sternen antreffen.

Zuſatz.

38. Demnach ſcheinet der Mond innerhalb 27 Tagen um den ganzen Himmel herumzulaufen.

Zuſatz.

39. Daher geſchiehet es auch, daß er bald mit der Sonne auf- und untergehet, bald wieder aufgehet, wenn ſie untergehet, und untergehet, wenn ſie aufgehet.

Erfahrung.

40. Gebet Acht auf die Sterne, welche in dem Horizont gegen Abend ſtehen, wenn die Sonne erſt untergegangen, und gegen Morgen, kurz vor ihrem Aufgange. Wenn ihr dieſe Betrachtung des Himmels eine Zeitlang fortſetzet, ſo werdet ihr wahrnehmen, daß nach einiger Zeit die Sterne nach dem Untergange der Sonne an dem Abendhorizont ſtehen, die vorher weiter gegen Morgen ſtanden; hingegen vor der Sonnen Aufgang um den Morgenhorizont Sterne ſind, die man vorher nicht ſehen konnte. Nach Verlauf eines Jahres werdet ihr an dem Abend- und Morgenhorizont wieder die vorigen Sterne antreffen.

Zuſatz.

41. Alſo ſcheinet ſich auch die Sonne von Abend gegen Morgen innerhalb einem Jahre um die Erde zu bewegen.

Erfahrung.

42. Auſſer der Sonne und dem Monde werdet ihr auch noch fünf Sterne antreffen,

wel-

welche nicht immer bey einerley Sternen ſtehen bleiben, ſondern nach einiger Zeit bey Sternen geſehen werden, die vorhin weit von ihnen gegen Morgen ſtanden. Sie heiſſen Saturnus, Jupiter, Mars, Venus und Mercurius; und werden mit folgenden Zeichen geſchrieben: ♄ ♃ ♂ ♀ ☿; der Mond und die Sonne aber ☾ ☉. Saturnus kommt beynahe in 30; Jupiter in 12; Mars in 2 Jahren; Venus und Mercurius mit der Sonne in einem Jahre um den Himmel herum.

42 a) Auſſer dieſen 5 ſogenannten **Planeten** findet ſich an dem Himmel noch ein ſechſter, nemlich **Uranus**, welcher ohngefähr in 83 Jahren ſeinen Umlauf vollendet. Die wichtige Entdeckung dieſes Planeten machte Hr. **Friedr. Wilhelm Herſchel** (geb. zu Hannover 1738. und im Jahre 1781. Muſikdirektor zu Bath in Engeland) den 13. März 1781. des Abends vermittelſt eines von ihm ſelbſt verfertigten ſehr großen und vortreflichen Spiegelteleſcopes, welches er bey einer gewiſſen Beobachtung gerade nach der Gegend des Himmels gerichtet hatte, wo ſich damals dieſer Planet befand. Es war dies zwiſchen den Hörnern des Stieres und den Füſſen der Zwillinge. Hr. H. war wenigſtens der erſte, welcher dieſen Stern für einen Planeten erkannte, indem Hr. **Bode** in Berlin gezeigt hat, daß ihn nicht allein ſchon **Tobias Mayer** in Göttingen um das Jahr 1756, ſondern ſogar ſchon **Flamſteed** in Engeland im J. 1690. beobachtet, daß aber beyde Aſtronomen dieſen Stern blos als einen Fixſtern in ihre Sternverzeichniſſe eingetragen hatten. Hr. Herſchel nannte ihn anfänglich georgium Sidus, nachher **Georgsplaneten**. Der von Hrn. **Bode** vorgeſchlagene Nahme **Uranus** iſt jetzt der gebräuchlichſte. Die Franzoſen nennen dieſen Planeten nach dem Nahmen ſeines Entdeckers, **Herſchel**. Er erſcheint ohngefähr als ein Stern der ſechſten Gröſſe, kaum dem bloßen Auge ſichtbar. Selbſt durch ziemlich ſtarke Fernröhre, hält man ihn für einen Fixſtern, welches auſſerdem, daß man ihn nicht öfter beobachtet, und daher ſein Fortrücken bemerkt hat, mit die Urſache iſt, daß man ihn nicht ſchon eher für einen Planeten erkannte. In Deutſchland hat ihn Hr. Bode zuerſt wahrgenommen

men den 1. Aug. 1781, und das Zeichen der Platina ♅ für ihn eingeführt. Eine vollſtändige Geſchichte dieſer Entdeckung, nebſt dem, was weitere Beobachtungen ergeben haben, findet man in Hrn. **Bodens** Schrift von dem neuentdeckten Planeten. Berlin 1784. und Hrn. **Wurms** Geſchichte des neuen Planeten Uranus ſammt Tafeln für deſſen heliocentriſchen und geocentriſchen Ort herausgegeben und berechnet. Gotha 1791. Was ſonſt noch in Abſicht auf dieſen Planeten merkwürdig iſt, wird in der Folge vorkommen.

Erklärung.

43. **Die Bewegung, welche von Morgen gegen Abend innerhalb 24 Stunden um die Erde zu geſchehen ſcheinet, nennet man die gemeine Bewegung; die andere aber, welche von Abend gegen Morgen in verſchiedener Zeit um den Himmel herum zu geſchehen ſcheinet, heiſſet die eigene Bewegung.**

Zuſatz.

44. Weil die gemeine Bewegung von Morgen gegen Abend, und die eigene von Abend gegen Morgen geſchiehet; ſo können unmöglich beyde zugleich wirklich geſchehen.

Erklärung.

45. **Der Weg, welchen die Sonne in ihrer eigenen Bewegung durchzulaufen ſcheinet, wird die Ecliptik genennet. Da nun die Sonne des Jahres zweymal in den Aequator kommt, die übrige Zeit aber entweder über den Aequator in die Höhe, oder wieder unter den Aequator niederſteiget, und beynahe eben ſo lange über ihm, als unter ihm ſich aufhält; ſo bildet man ſich die Ecliptik als einen Circul in der unbeweglichen Fläche der Weltkugel ein, welcher den Aequator in zwey Punkten durchſchneidet, und zwar in zwey halbe Circul theilet.**

Anmer-

Anmerkung.

46. Es wird zwar die Ecliptik wie alle andere Circul in 360 Grade getheilet: doch mit dieſem Unterſchiede, daß man die Grade nicht in einem fortzählet, wie ſonſt gewöhnlich. Denn man theilet die Ecliptik in zwölf Theile ein, welche man die zwölf himmliſchen Zeichen zu nennen pfleget. Und zwar führet jedes Zeichen einen beſonderen Nahmen von dem Geſtirne, welches vor Zeiten ihm nahe war. Sie heiſſen nemlich: **Widder, Stier, Zwillinge, Krebs, Löwe, Jungfrau, Wage, Scorpion, Schütze, Steinbock, Waſſermann, Fiſche,** welche Namen man in folgende Verſe gebracht, um ſie leichter zu behalten.

Sunt Aries, Taurus, Gemini, Cancer, Leo, Virgo,
Libraque, Scorpius, Arcitenens, Caper, Amphora, Piſces.

Man ſchreibet ſie auch auf beſondere Art, nemlich:

♈ ♉ ♊ ♋ ♌ ♍ ♎ ♏ ♐ ♑ ♒ ♓.

Jedes Zeichen hat dreyßig Grade.

Erklärung.

47. **Die Sterne, welche immer Eine Weite von einander behalten, heiſſen die Fixſterne: die übrigen aber, welche bald bey dieſem, bald bey jenem geſehen werden,** die Planeten (§. 42.)

Erklärung.

48. **Weil man wahrgenommen, daß die Planeten ſich nicht in der Ecliptik bewegen, ſondern nur zuweilen einmal hineinkommen, gleichwie die Sonne in den Aequator, ſonſt aber bald über die Ecliptik weiter herauf gegen den Nordpol, bald unter die Ecliptik weiter hernieder gegen den Südpol ſteigen; ſo hat man beyderſeits in der Weite von 10 Graden zwey Circul mit der Ecliptik parallel gezogen, welche den Raum einſchließen, in welchem die**

Pla-

Planeten ſich beſtändig befinden. Dieſen Streifen um die Weltkugel nennet man den Thierkreis (Zodiacum) und theilet ihn, wie die Ecliptik, in 12 himmliſche Zeichen.

Erklärung.

I. 49. Durch den Anfang des Krebſes L und
1. den Anfang des Steinbockes O werden auf der unbeweglichen Fläche der Weltkugel mit dem Aequator AD zwey Circul LI und KO parallel gezogen, welche man die Wendekreiſe (Tropicos) nennet, und zwar LI den Tropicum cancri, KO den Tropicum capricorni.

Zuſatz.

50. Es ſind alſo die Tropici Tagecircul, welche die Sonne um die Erde zu beſchreiben ſcheinet, wenn ſie in den Krebs und Steinbock tritt (§. 26.).

Anmerkung.

51. Dieſe Circul ſollten von rechtswegen nicht auf die bewegliche Fläche der Himmelskugel gezeichnet werden. Weil ſie aber auf den Erdkugeln nothwendig ſeyn müſſen; ſo hat man ſie auch bloß zu dem Ende auf die Himmelskugel gebracht, damit man ſie deſto beſſer gegen die Erdkugel halten kann, welches auch von der Ecliptik zu merken.

Erklärung.

52. Die Tagecircul, welche die Pole der Ecliptik um die Weltpole in der unbeweglichen Fläche der Weltkugel beſchreiben, heiſſen die Polarcircul, und zwar der um den Nordpol beſchrieben wird, der arctiſche Polarcircul; der aber um den Süderpol beſchrieben wird, der antarctiſche Polarcircul.

Anmerkung.

53. Was von den Tropicis erinnert worden (§. 51.) das gilt auch von den Polarcirculn.

Erklä-

Erklärung.

54. Ein Verticalcircul iſt, welcher durch das I.
Zenith Z und Nadir N um die Weltkugel be- 3.
ſchrieben wird.

Erklärung.

55. Die Höhe eines Sterns iſt der Bogen I.
des Verticalcirculs TS, welcher zwiſchen dem 5.
Sterne T und dem Horizonte HR enthalten iſt.

Zuſatz.

56. Derowegen iſt die Mittagshöhe eines I.
Sterns der Bogen des Meridians, welcher zwiſchen 1.
dem Mittelpunkte des Sternes M und dem Horizonte HR enthalten iſt, in dem Augenblicke da der Stern in in dem Meridiane ſelbſt iſt.

Erfahrung.

57. Wenn ihr die Sonne recht im Morgen aufgehen ſehet (§. 33.), und nach einer guten Uhr die Zeit merket, welche von ihrem Aufgange bis zu ihrem Untergange vorbey ſtreichet: ſo werdet ihr inne werden, daß ſie völlig 12 Stunden über dem Horizonte geweſen. Ihr werdet gleichergeſtalt befinden, daß die Sterne, welche im Aequator ſind, 12 Stunden über dem Horizont bleiben.

Zuſatz.

58. Derowegen kommen in Anſehung der Fixſter- I.
ne und der Sonne der ſcheinbare Horizont hr und der 1.
wahre HR mit einander überein; folgends iſt der halbe Diameter der Erde TM, ja der ganze Diameter, und alſo die ganze Erde in Anſehung der Weite der Sonne und der Fixſterne für einen Punkt zu halten.

Zuſatz.

I. 1. 59. Wenn ihr demnach die Sonne und die Fixſterne, folgends auch die Planeten, ſo nicht näher als die Sonne ſtehen, von der Fläche der Erdkugel anſehet, ſo iſt es eben ſo viel, als wenn ihr ſie aus dem Mittelpunkte T ſehen ſolltet.

59a) Dies erhellet auch daraus, weil wenigſtens Sonne und Fixſterne ſich in demſelben Augenblicke allen Bewohnern der Erde in einerley Lagen gegen einander zeigen. Drey Fixſterne z. E. die in einer geraden Linie, oder in den Winkelpunkten eines gleichſeitigen Dreyecks zu ſtehen ſcheinen, ſtellen ſich in eben dieſer Lage dar, von welchem Standpunkte auf der Oberfläche der Erde man ſie auch betrachtet. Daher muß in Vergleichung mit ihrer Weite von uns, die Gröſſe der Erde für nichts zu achten ſeyn, und wo wir uns auch auf der Erde befinden, ſind wir gleichſam in dem Mittelpunkte der Fixſternkugel.

Aufgabe.

60. Die Höhe eines Sternes zu meſſen.

Auflöſung.

I. 4. 1. Richtet den Quadranten QCN dergeſtalt, daß die Linie CN horizontal ſtehet.

2. Verſchiebet ihn hin und her, und erhöhet die an ſeinem Mittelpunkte C befeſtigte Regel CM ſo lange, bis ihr durch die an ihr befeſtigten Dioptern den Stern A erblicket.

Ich ſage, der Bogen NM zeiget die Höhe des Sternes.

Beweis.

Wenn der Mittelpunkt des Quadrantens C im Mittelpunkte der Erde T ſtünde, ſo hätte der Bogen AR ſo viel Grade als der Bogen NM (§. 28. Geom.). Nun iſt es aber in Anſehung der Sonne und Fixſterne gleichviel, ob ihr auf der Fläche der Erde in C, oder in ihrem

Mit-

Mittelpunkte T ſtehet (§. 59.). Derowegen muß auch in dieſem Falle der Bogen AR ſo viel Grade haben, als der Bogen NM. Der Bogen AR aber iſt die Höhe des Sternes (§. 55.). Alſo wiſſet ihr, wie viel Grade der Stern über den Horizont erhaben iſt. W. Z. E.

Zuſatz.

61. Wenn ihr die Mittagshöhe eines Sternes verlanget, müſſet ihr den Quadranten QCN auf der Mittagslinie perpendicular aufrichten: ſo ſtehet er im Meridiano.

61 a) Man vergleiche hiemit §. 32 a).

Lehrſatz.

62. Die Höhe des Aequators AR machet I.
mit der Polhöhe PH 90 Grad. 1.

Beweis.

Denn HZR hält 180 Gr. (§. 20.) und PA = 90 Gr. (§. 14.) Derowegen iſt HZR − PA = HP + AR = 90 Gr. W. Z. E.

Aufgabe.

63. Die Polhöhe an einem Orte zu finden.

Auflöſung.

1. Wenn des Winters die Nacht länger als 12 Stun- I.
den iſt, und alſo der Polarſtern zweymal in dem 4.
Meridiano geſehen werden kann, nemlich einmal über dem Pole in H, das anderemal unter demſelben in K (§. 9. 12.), meſſet (§. 60.) ſo wohl die groſſe Höhe IH als die kleine IK.
2. Ziehet dieſe von jener ab, und
3. was übrig bleibet, HK, dividiret durch 2; ſo kommet die Weite des Polarſternes von dem Pole PK heraus.
4. Dieſe addiret zu der kleinen Höhe des Polarſternes KI.

Die Summe PI iſt die verlangte Polhöhe. Z. E. es hat Couplet der jüngere zu Liſſabon 1697 gegen das Ende des Decembers obſerviret

HI =	41°	5′	40″
KI =	36	28	0
HK =	4	37	40
PK =	2	18	50
KI =	36	28	0
Polhöhe zu Liſſabon. PI =	38	46	50

63 a) Man braucht zu dieſer Aufgabe nicht gerade den Polarſtern, (m. ſ. unten §. 91.) ſondern überhaupt nur einen Stern zu nehmen, der nicht untergeht. Uebrigens müſſen die beobachteten Höhen des Sterns allemahl erſt durch die Refraction verbeſſert werden, ehe man ſie braucht, um daraus die Polhöhe zu finden. (Von der Refraction ſ. unten §. 129. u. f.) Andere Verbeſſerungen, auf die man auch noch Rückſicht nehmen muß, wenn die Polhöhe in der größten Schärfe erhalten werden ſoll, gehören nicht für die erſten Anfangsgründe.

Zuſatz.

64. Wenn ihr die Polhöhe von 90 Gr. abziehet, bleibet die Höhe des Aequators übrig (§. 62.)

	89°	59′	60″
Polhöhe PI =	38	46	50 (§. 63.).
Höhe d. Aeq. =	51	13	10

Aufgabe.

65. **Einen Stern im Meridiano zu obſerviren.**

Auflöſung.

I. 5. 1. Richtet auf der Mittagslinie BC aus einem Punkte A einen Faden perpendicular auf, und aus D ziehet einen andern Faden DE bis an die Mittagslinie, ſo iſt der Triangel ADE im Meridiano.

2. Hal-

2. Haltet hinter ihm das Auge, daß der Faden DE den andern AD decket, ſo iſt es gleichfalls im Meridiano.

Derowegen, ſobald die Fäden den Stern eurem Auge verdecken, nehmet ihr wahr, daß der Stern in den Meridianum kommet, welches man verlangete.

65 a) Man vergleiche hiermit §. 32 a).

Erklärung.

66. Der Bogen A⊙ des durch die Pole und den Stern beſchriebenen Circuls ANHZ, welcher zwiſchen dem Punkte des Aequators A und dem Sterne ⊙ enthalten iſt, heiſſet die Declination des Sternes. I. 3

Aufgabe.

67. Die Declination eines Sternes zu finden.

Auflöſung.

1. Meſſet die Mittagshöhe eines Sternes ⊙R oder MR (§. 61.). I. 3.
2. Suchet zwiſchen ihr und der Höhe des Aequators AR (§. 64.) durch die Subtraction der kleineren von der gröſſeren den Unterſcheid A⊙, oder AM; dieſer iſt die verlangte Declination.

3. E. Tycho hat zu Uranienburg die Höhe des Schwanzes im Löwen obſerviret.

	50°	59′	0″
die Höhe des Aequat.	34	5	20
Declinat. d. Sternes	16	53	40

Auf der Himmelskugel führet man den Stern unter den Meridianum, und zählet daran die Grade von dem Aequator bis zu dem Sterne.

67 a) I. Wenn der Stern nordwärts des Aequators ſtehet, ſo heiſt die Declination nördlich, im entgegengeſetz-

ten Falle **ſüdlich**. Uebrigens nennt man den Declinations-kreis auch den **Stundencircul**, weil er ſich mit dem Sterne zugleich, innerhalb einer ganzen Umdrehung der Himmelskugel, d. h. in einem Sterntage, oder 24 Sternſtunden, herumbewegt, und man aus dem Bogen des Aequators welcher zwiſchen dem Stundencircul und dem Mittagskreiſe enthalten iſt, finden kann, wie viel Stunden und Minuten Sternzeit von einem gegebenen Augenblicke an, verfließen werden, bis der Stern in den Meridian kömmt, oder wenn er in dem Meridiane geweſen iſt, wie viel Stunden ꝛc. verfließen, bis er einen gegebenen Abſtand von dem Meridiane erhält.

II. Da nemlich innerhalb 24 Sternſtunden ſich 360 Grade des Aequators durch den Meridian bewegen, ſo bewegen ſich in 1 Stunde 15 Grade des Aequators (oder auch des Tagekreiſes eines Sterns) durch den Meridian, folglich gehen in 1 Zeitminute 15 Bogenminuten, und in einer Zeitſecunde 15 Bogenſecunden des Aequators durch den Meridian.

Geſetzt alſo in einem gewiſſen Augenblicke vor dem Durchgange eines Stern durch den Meridian, ſtehe der Stundenkreis des Sterns um 15 Grade des Aequators vom Meridiane ab, ſo wird 1 Stunde Zeit verfließen, bis (von jenem Augenblicke an) der Stern in den Meridian kommen wird, und nach Verfluß von abermahls einer Stunde Zeit, wieder 15 Grade weſtwärts vom Meridiane abſtehen, und ſo kann man für jeden andern Abſtand des Stundenkreiſes vom Meridian, oder für jeden **Stundenwinkel**, die zugehörige **Zeit** berechnen.

Hiezu ſind **Tafeln für die Verwandlung von Bogen des Aequators in Zeit**, und umgekehrt, **von Zeit in Bogen des Aequators**, ſehr nützlich. Man findet dergleichen in den aſtronomiſchen Kalendern. Z. E. in dem Berliner aſtron. Jahrbuche für das J. 1776. S. 102. I. und II. Tafel.

Man kann durch Hülfe dieſer Tafeln auch berechnen, um wie viel Zeit ein Stern eher in den Meridian kömmt, als ein anderer. Man darf nur den Bogen des Aequators, der zwiſchen den beyden Stundekreiſen der Sterne enthalten iſt, in Zeit verwandeln.

Hieraus folgt denn auch, daß wenn man die Zeit an einer Uhr beobachtet, wenn ein Stern ſich in dem Meridiane befin-

befindet, man auch den Augenblick berechnen kann, wenn jeder anderer Stern, deſſen Abweichungskreis gegeben iſt, in den Meridian kommen wird.

Zuſatz.

68. Wenn ihr die Obſervationen der alten Aſtronomen mit den neuern vergleichet, ſo werdet ihr finden, daß die Declinationen der Fixſterne veränderlich ſind.

Zuſatz.

69. Wenn euch die Declination eines Sternes bekannt iſt, und ihr ſeine Mittagshöhe obſerviret (§. 61.), ſo könnet ihr daraus die Höhe des Aequators (§. 67.), und folgends die Polhöhe (§. 62.) finden.

Aufgabe.

70. **Die größte Declination der Ecliptik zu finden.**

Auflöſung.

1. Wenn die Sonne in den Krebs treten ſoll, ſo obſerviret etliche Tage nach einander ihre Mittagshöhen.
2. Von der größten ziehet die Höhe des Aequators ab, ſo bleibet (§. 66.) die größte Declination der Ecliptik, oder der Winkel, den ſie mit dem Aequator machet, und der **die Schiefe der Ecliptik** genennet wird, übrig.

3. E. Ricciolus hat 1646. die Mittagshöhen der Sonne obſerviret

d. 20. Jun.	68°	59′	45″
21. —	69	0	0
22. —	68	59	45

Alſo war die größte Mittagshöhe	69°		
	69°	0′	0″
die Höhe des Aequat.	45	31	30
größte Declin. d. Sonne	23	29	30

Anmerkung.

71. Die heutigen Aſtronomen machen ſie nur 23° 29′. Insgemein nimmt man 23° 30′ an. Derowegen, wenn man von dem Weltpole im Meridiano, darein die Himmelskugel hänget 23° 30′ gegen den Aequator zu zählet: ſo kann man die Pole der Ecliptik darauf verzeichnen. Wenn man nun die Kugel in den gefundenen Polen der Ecliptik einhänget, ſo läſſet ſich darauf die Ecliptik eben ſo wie der Aequator (§. 19.) beſchreiben.

71 a) Aeltere Beobachtungen geben nach der Ordnung ihres Alters faſt durchgehends die Schiefe der Ecliptik größer an, als neuere. Man kann nach Hrn. de la Lande die Abnahme der Schiefe der Ecliptik in 100 Jahren auf 1′. 28″ ſetzen. In gegenwärtigem Jahre iſt die Schiefe der E. = 23°. 28′. 0″. Sie erleidet aber in jedem einzeln Jahre, wegen der anziehenden Kraft des Mondes auf unſere Erde, eine periodiſche Aenderung von einigen Secunden, indem jene Abnahme überhaupt eine Wirkung der anziehenden Kraft der Planeten iſt. **De la Lande** Aſtronom. §. 2728. II. Ausg.

Aufgabe.

72. **Eines jeden Punkts der Ecliptik Declination zu finden.**

Auflöſung.

Führet den Grad der Ecliptik auf der Himmelskugel unter den Meridian, ſo zeiget ſich ſeine Declination wie bey den Sternen (§. 67.).

Zuſatz.

73. Wenn ihr die nördliche Declination der Sonne von ihrer obſervirten Mittagshöhe abziehet, ſo bleibet die Höhe des Aequators übrig (§. 67.), und folgends könnet ihr auch die Höhe des Poles (§. 62.) finden. Ihr müſſet aber den Ort der Sonne in der Ecliptik wiſſen. Die ſüdliche Declination wird addiret.

Zuſatz.

F. 74. Hingegen wenn euch die Declination der Sonne
3. gegeben iſt, und die Höhe des Aequators AR, ſo könnet

net ihr die Mittagshöhe der Sonne MR oder ⊙R finden, wenn ihr die nördliche Declination zu der Höhe des Aequators addiret, oder die ſüdliche von ihr ſubtrahiret. Z. E. Höhe des Aequators zu Bononien

	45°	30′	30″
Declination der ⊙ im 29° ♐	20	24	57
Mittagshöhe der Sonne	25	5	33

Aufgabe.

75. Aus der gegebenen Höhe des Aequators und der Mittagshöhe der Sonne ihren Ort in der Ecliptik zu finden.

Auflöſung.

1. Zählet in dem Meridiane von dem Aequator an gegen den Pol zu, gegen welchen die Sonne von ihm abſtehet, ſo viel Grade ab, als ihre Declination gefunden wird.

2. Wendet die Himmelskugel, bis ein Grad der Ecliptik in dem letzten abgezählten Grade zu ſtehen kommet. Dieſer iſt der Ort der Sonne.

75a) Man kann dieſe, ſo wie mehrere der folgenden Aufgaben, wozu ſich Wolf eines Globi bedient, viel genauer durch die ſphäriſche Trigonometrie auflöſen. Da aber hier nur von den erſten Anfangsgründen der Aſtronomie die Rede iſt, ſo reicht es hin ſich blos vermittelſt eines Globi zu verſinnlichen, wie dieſe oder jene Dinge einander beſtimmen, und das Unbekannte aus dem Bekannten gleichſam durch eine Conſtruction ſphäriſcher Dreyecke auf der Kugel gefunden werden kann, wie in der praktiſchen Geometrie das Geſuchte, durch Zeichnung ebener Dreyecke, wenn nicht die größte Schärfe erforderlich. Solche Conſtructionen auf der Kugel bereiten den Lehrling vor, ſelbſt die trigonometriſchen Auflöſungen nachher mit mehr Einſicht anzuwenden. Hiezu können nun vorzüglich Hrn. Hofr. **Käſtners** aſtronomiſche Abhandlungen gebraucht werden, wo denn zugleich den trigonometriſchen Formeln die bequemſte Geſtalt zur Ausübung und würklichen Berechnung gegeben wird. Ich begnüge mich daher, bey den folgenden Aufgaben nur auf jene Abhandlun-

gen zu verweiſen. Die trigonometriſche Aufloͤſung der gegenwaͤrtigen Aufgabe findet ſich in der III. Abhandlung der erwaͤhnten Schrift §. 530. IV. ſo wie die der vorhergehenden eben daſelbſt (I.) zu finden iſt.

Erklaͤrung.

76. **Der Punkt des Aequators, welcher mit der Sonne oder einem Sterne durch den Meridian gehet,** heiſſet die gerade Aſcenſion.

76 a) Es werden in der Aſtronomie die geraden Aſcenſionen oder Aufſteigungen laͤngs des Aequators, allemahl von Weſten gegen Oſten, und zwar von demjenigen Durchſchnittspunkte der Ecliptik mit dem Aequator angerechnet, in welchem ſich die Sonne im Fruͤhjahre befindet, wenn Tag und Nacht einander gleich ſind, welchen Punkt man den Aequinoctialpunkt, oder den **Anfangspunkt des Widders** (o ♈) nennet. Befindet ſich nun ein Stern in dem Meridiane, und mit ihm zugleich der 50ſte Grad des Aequators, von jenem Aequinoctialpunkte an gezaͤhlt, ſo ſagt man des Sterns gerade Aufſteigung ſey 50 Gr.

Aufgabe.

77. **Die gerade Aſcenſion der Sonne zu finden.**

Aufloͤſung.

Fuͤhret den Grad der Ecliptik auf der Himmelskugel, darinnen die Sonne iſt, unter den Meridian, ſo ſtehet der Grad des Aequators, den ihr zu wiſſen begehret, mit darunter.

77 a) Kaͤſtners aſtr. Abh. III. Abh. (§. 533. I. II.)

Erklaͤrung.

78. Die ſchiefe Aſcenſion eines Sternes iſt der **Punkt des Aequators, welcher mit einem Sterne durch den Horizont gehet.** Hingegen die ſchiefe Deſcenſion **iſt der Punkt des Aequators, mit welchem der Stern untergehet.**

Erklaͤ-

Erklärung.

79. Die Aſcenſionaldifferenz iſt der Unterſcheid zwiſchen den beyden Aſcenſionen. Die Deſcenſionaldifferenz iſt der Unterſcheid zwiſchen der geraden Aſcenſion und ſchiefen Deſcenſion.

Aufgabe.

80. **Aus der gegebenen Polhöhe und dem Orte der Sonne ihre ſchiefe Aſcenſion zu finden.**

Auflöſung.

Führet den Grad der Ecliptik auf der Himmelskugel, in welchem ſich die Sonne befindet, in dem Morgenhorizont, und darauf in dem Abendhorizont; ſo zeiget ſich im erſten Falle die ſchiefe Aſcenſion, im andern die ſchiefe Deſcenſion, wenn ihr vorher den Pol über den hölzernen Horizont ſo viel erhöhet, als er über eurem Horizonte erhaben iſt.

Aufgabe.

81. **Aus dem gegebenen Orte der Sonne in der Ecliptik die Länge des Tages und der Nacht, wie auch den Auf- und Untergang der Sonne zu finden.**

Auflöſung.

1. Erhöhet den Pol der Himmelskugel ſo viel Grade über dem hölzernen Horizont, als er über eurem Horizont erhaben iſt.
2. Führet den Grad der Ecliptik, darinnen die Sonne iſt, unter den Meridian, und ſtellet den Zeiger auf 12. Nachdem alſo die Kugel auf 12 Uhr zu Mittage geſtellet,
3. führet eben dieſen Grad in den Morgenhorizont; ſo zeiget der Stundenzeiger die Zeit, wenn die Sonne aufgehet, und zugleich die halbe Nachtlänge.

4. Füh-

4. Führet ihn gleichfalls in den Abendhorizont, ſo weiſet der Stundenzeiger die Zeit, wenn die Sonne untergehet, und zugleich die halbe Tageslänge.

81 a) Der Bogen des Tagekreiſes, den die Sonne (oder ſonſt ein Stern) an einem gewiſſen Tage von dem Punkte des Aufgangs bis zum Untergange beſchreibt, heiſt man den Tagebogen des Geſtirns. So viel Grade dieſer Bogen faßt, ſo viel wird auch ein Bogen des Aequators enthalten, den man ſich zwiſchen zweyen Stundenkreiſen gedenkt, die durch die erwähnten Punkte des Auf- und Untergangs gezogen werden, und die Sonne (oder der Stern) wird ſo lange über dem Horizonte ſeyn, ſo viel Zeit jenem Bogen des Aequators nach (§. 67 a II.) entſprechen würde, z. E. 10 Stunden, wenn dieſer Bogen 150 Grade enthielte. Von der Beſtimmung dieſes Tagebogens hängt die trigonometriſche Auflöſung der gegenwärtigen Aufgabe ab, worüber Käſtners aſtron. Abh. III. Abh. §. 17.

Erklärung.

82. Das Azimuth iſt der Bogen des Horizonts HS oder SR, welcher zwiſchen dem Verticalcircul ZS, darinnen die Sonne oder ein anderer Stern ſich befindet, und dem Meridiane eines Ortes HZR enthalten. Die Weite aber des Punktes, da die Sonne aufgehet oder untergehet, SO, von dem wahren Morgen oder Abend O, wird amplitudo ortiva oder occidua genennet.

Zuſatz.

83. Daher findet ihr zugleich die Amplitudinem ortivam und occiduam, nebſt dem Azimuth mit der ſchiefen Aſcenſion und Deſcenſion (§. 80.).

Aufgabe.

84. Aus der gegebenen Polhöhe und dem Orte der Sonne ihre Höhe auf jede gegebene Stunde des Tages zu finden.

Auf-

Auflöſung.

1. Stellet die Kugel auf 12 Uhr zu Mittage, wie oben (§. 81.).
2. Wendet ſie, bis der Zeiger die gegebene Stunde zeiget.
3. Schraubet an das Zenith, das iſt, den neunzigſten Grad des Meridiani, von dem Horizonte an gerechnet (§. 20.), den Höhen Quadranten, und wendet ihn, bis er durch den Grad der Ekliptik gehet, darinnen ſich die Sonne befindet.
4. Zählet die Grade in dem Quadranten, zwiſchen dem Orte der Sonne und dem Horizont.

Wenn man keinen Höhen-Quadranten hat, darf man nur einen Faden dafür nehmen, und den Theil des Fadens zwiſchen dem Orte der Sonne und dem Horizont auf dem Aequator meſſen.

84 a) Käſtner a. a. O. §. 9. und 41.

Aufgabe.

85. **Aus der gegebenen Polhöhe, dem Orte der Sonne und ihrer Höhe, die Stunde des Tages zu finden.**

Auflöſung.

1. Stellet die Kugel auf 12 Uhr zu Mittage (§. 81.).
2. Befeſtiget an das Zenith den Höhen-Quadranten.
3. Wendet ſowohl die Kugel als den Quadranten, bis er durch den Ort der Sonne gehet, ſo weiſet der Zeiger die verlangte Zeit.

85 a) Käſtner a. a. O.

Erklärung.

86. Die Weite zweyer Sterne **iſt ein Bogen eines größten Circuls der Weltkugel, welcher** zwi-

zwiſchen ihren beyden Mittelpunkten enthalten.

Aufgabe.

I. 87. **Die Weite zweyer Sterne S und N zu**
6. **meſſen.**

Aufloͤſung.

1. Haͤnget einen Octanten oder Sextanten, deſſen Bogen AB der achte oder ſechſte Theil von einem Circul, dergeſtalt vertical auf, daß er ſich um ſeinen Mittelpunkt C bewegen laͤſſet, und der Bogen ADB gegen den Horizont gekehret iſt.
2. Schiebet den Octanten oder Sextanten fort, bis ihr durch die Dioptern an dem Radio BC den Stern S erblicket.
3. Schiebet gleichfalls die bewegliche Regel CD mit ihren Dioptern fort, bis ihr dadurch den Stern N erblicket.

Der Bogen BD iſt die verlangte Weite der Sterne S und N.

87 a) Zu dieſer Aufgabe dienen vorzuͤglich die **Hadleyiſchen Spiegeloctanten** und Sextanten, welche jetzt in ſehr großer Vollkommenheit von dem beruͤhmten engliſchen Kuͤnſtler **Ramsden** verfertigt werden. Man findet eine Beſchreibung derſelben in **Bohnenbergers** Anleitung zur geographiſchen Ortsbeſtimmung, vorzuͤglich vermittelſt der Spiegelſextanten, Goͤtting. 1795. Auch uͤber die Theorie ſolcher Werkzeuge, welche man **katoptriſch-dioptriſche** nennt in meiner pract. Geom. §. 122. M.

Aufgabe.

88. **Die gerade Aſcenſion der Fixſterne zu finden.**

Aufloͤſung.

Fuͤhret den Stern unter dem Meridian, ſo ſehet ihr den Grad des Aequators, mit dem er darunter kommet, das iſt, ſeine gerade Aſcenſion.

88 a) Die gerade Aufſteigung eines Sterns durch unmittelbare Beobachtung am Himmel zu finden, ſo meſſe man an einem gewiſſen Tage die Mittagshöhe der Sonne, ſo hat man ihre Declination (§. 67.) und daraus und aus der Schiefe der Ecliptik ferner die gerade Aufſteigung der Sonne (§. 77 a). Man beobachte zugleich an einer Sternuhr, wenn die Sonne im Meridiane war, und ſchreibe die Zeit auf, wenn am Abende eben deſſelben Tages der Stern in den Meridian kömmt, ſo hat man den Unterſchied der Stundenkreiſe der Sonne und des Sterns in Zeit (§. 67 a) und folglich (ebendaſ.) auch den zugehörigen Bogen des Aequators, welchen man nur zu der geraden Aufſteigung der Sonne addiren darf, um diejenige des Sternes zu erhalten.

Erklärung.

89. **Wenn durch die Pole der Ecliptik H und I und den Mittelpunkt eines Sternes S ein Circul um die Weltkugel beſchrieben wird, ſo heiſſet der Bogen von dieſem Circul TS, welcher zwiſchen dem Sterne S und der Ecliptik EL enthalten iſt, die Breite des Sternes; hingegen der Bogen der Ecliptik, welcher von dem Anfange des Widders bis zu dem Punkte T gehet, wo der gedachte Circul die Ecliptik durchſchneidet, wird die Länge des Sternes genennet.** I. 7.

Aufgabe.

90. **Die Länge und Breite eines Sternes zu finden.**

Aufloͤſung.

Leget den Höhenquadranten an den Pol der Ecliptik dergeſtalt, daß er durch den Mittelpunkt des Sternes gehet, ſo wird er den Grad der Länge in der Ecliptik abſchneiden, und die Breite könnet ihr an dem Quadranten ſehen. Hieraus erhellet zugleich, wie man aus der gegebenen Länge und Breite die Sterne auf die Himmelskugel hat zeichnen können.

90 a) Aus der Declination und geraden Auſſteigung des Sterns, die Länge und Breite trigonometriſch zu finden ſ. m. Käſtnees aſtron. Abh. II. Abh. 3 Kap.

Anmerkung.

91. Damit die Sterne in einem Catalogum gebracht, und von den Liebhabern der Sternkunſt auch am Himmel unterſchieden werden könnten, ſo hat man das ganze himmliſche Heer in verſchiedene Geſtirne vertheilet, und ihnen theils Namen der Thiere, theils gewiſſer Perſonen beygeleget. Durch den Thierkreis ſind 12 Geſtirne getheilet: **der Widder, der Stier, die Zwillinge, der Krebs, der Löwe, die Jungfrau, die Wage, der Scorpion, der Schütze, der Steinbock, der Waſſermann, die Fiſche.** Auſſer dieſen Geſtirnen ſind in den nordiſchen Theilen der Weltkugel anzutreffen: **der kleine und große Bär, der Drache,** Cepheus, Bootes, **die nördliche Krone,** Hercules, **die Leyer, der Schwan,** Caſſiopea, Perſeus, Andromeda, **der Triangel, der Fuhrmann,** Pegaſus, **das kleine Pferd** (Equuleus), **der Delphin, der Pfeil, der Adler, der Schlangenmann** (Ophiuchus), **die Schlange;** wozu hernach noch kommen ſind Antinous **und das Haar der Berenices.** In dem ſüdlichen Theile der Weltkugel ſind: **der Wallfiſch, der Fluß** Eridanus, **der Haaſe, Orion, der groſſe Hund, der kleine Hund, das Schiff Jaſons** (Argonavis), **die Waſſerſchlange** (Hydra), **das Gefäß** (Crater), **der Rabe,** Centaurus, **der Wolf, der Altar, die ſüdliche Krone, der ſüdliche Fiſch,** Phoenix, **der Kranich, der Indianer, der Pfau, die Indianiſche Biene, der ſüdliche Triangel, die Fliege,** Chamaeleon, **der fliegende Fiſch,** Taucan, **oder die amerikaniſche Gans, die Waſſerſchlange** (Hydrus) **und** Dorede. Von dieſen Geſtirnen ſind die letztern 15 mit mit dem größten Theile des Schiffes des Centauri und des Wolfes über unſerm Horizonte, wo die Polhöhe nicht viel über 51 Gr. iſt, niemals zu ſehen.

Anmerkung.

92. Es ſind einige Sterne die beſondere Namen führen, als Arcturus zwiſchen den Beinen des Bootis; Gemma der mittlere helle Stern in der Krone; Capella cum hoedis auf der Schulter des Fuhrmanns; Aldebaran oder Palilitium, das Auge des Ochſens; Plejades, oder **das Siebengeſtirne** auf

dem

dem Rücken, und Hyades auf dem Geſichte des Ochſens; Caſtor und Pollux auf den Köpfen der Zwillinge; Praeſepe und Aſini auf dem Krebſe; Regulus, oder das Herz des Löwens; Spica Virginis, in der Hand der Jungfrauen, und Vindemiatrix auf ihrer Schulter; Antares, oder das Herz des Scorpions, Pomahant in dem Maule des ſüdlichen Fiſches; Regel in dem Fuſe des Orions, und Alcor, das kleine Sternlein über dem mittleren im Schwanze des groſſen Bäres.

Anmerkung.

93. Die Poeten der Griechen und Römer haben von dem Urſprunge der Geſtirne viele abgeſchmackte Mährchen erdichtet, die ihr in des Hygini Poetico Aſtronomico und Natalis Comitis Mythologia finden könnet.

93 a) *Memoires ſur l'origine des Conſtellations et ſur l'explication de la fable par Mr. Dupuis* im 4ten Theile der de la Landiſchen Aſtronomie.

Anmerkung.

94. Auſſer den Geſtirnen der Alten hat man auch einige unförmige Sterne, aus welchen die neuen Aſtronomen neue Geſtirne zuſammengeſetzet. Z. E. Hevel ſetzt zwiſchen den Löwen und großen Bär, den kleinen Löwen, zwiſchen den groſſen Bär und Fuhrmann über die Zwillinge den Luchs, unter den Schwanz des großen Bäres die Jagdhunde, Aſterion und Chara, in die Hand des Herculis bey Meduſens Haupt Cerberum, oder die dreyköpfige Schlange, bey den Pfeile über dem Adler den Fuchs mit der Gans, zwiſchen dem Fuß des Pegaſi und der Hand der Andromedä, die Eydexe (Lacertam), zwiſchen den Schlangenmann und Antinoum, das Sobieskiſche Schild, Scutum Sobieſcianum, unter die Füſſe des Löwens Sextantem, den Sextanten. Andere haben vor ihm dazu geſetzt Camelopardalum, Monocerotem, oder das Einhorn, den kleinen Triangel, (Triangulum minus) neben den groſſen, die Carlseiche (Robur Caroli).

94 a) Neuerdings ſind hinzugekommen: *le taureau royal de Poniatowsky*, der *Cuſtos Meſſium* (Hrn. Meſſier, einem fleißigen Cometenbeobachter zu Ehren) und die Friedrichsehre (zum Denkmahl Friedrichs des Großen vom Hrn. Bode, Berlin 1787.). Der Georgenpſalter, und die zwey Herſcheliſchen Teleskope.

Anmerkung.

95. Unter die Geſtirne rechnet man die **Milchſtraſſe**, welche man um den ganzen Himmel herum durch die Caſſiopeam, den Perſeum, Fuhrmann, die Füſſe der Zwillinge, die Keule des Orions, den Schwanz des großen Hundes, das Schiff Argus, die Füſſe des Centauri, den Altar, den Schwanz des Scorpions, den Fuß des Schlangenmanns, den Bogen des Schützens, und den Schwan gehet, in der Geſtalt eines hellen Streifens. Nachdem man den Himmel durch Ferngläſer zu betrachten angefangen, hat man gefunden, daß ſie von dem Glanze unzähliger kleinen Sterne entſtehe, wie vor dieſem **Democritus** (bey dem **Plutarcho** lib. 3. de placitis Philoſ. c. 1.) und **Ptolomäus** (Almag. lib. 8. c. 2.) wohl gemuthmaſſet.

Anmerkung.

96. Nach der ſcheinbaren Gröſſe werden die Sterne eingetheilet in Sterne von der erſten, von der andern, von der dritten, von der vierten, von der fünften und von der ſechſten Gröſſe. Doch kommen nicht alle Sternkundige mit einander darin überein, zu welcher Claſſe jeder Stern zu rechnen ſey. Nach dieſen ſind die **nebelichten Sterne** (ſtellae nebuloſae) welche einem hellen Flecken gleichen, durch die Ferngläſer aber einen Haufen kleiner Sterne bey einander zeigen. So hat z. E. **Galiläus** in dem nebelichten Sterne des Krebſes 36 Sterne durch das Fernglas deutlich unterſcheiden können.

96 a) Durch die telescopiſchen Beobachtungen der Hrn. **Bode**, **Pigot**, und vorzüglich **Herſchels**, ſind bereits über 2000 ſolcher Nebelſterne oder Nebelflecken entdeckt. (Berliner aſtr. Jahrbuch 1794. S. 151.) Umſtändliche Betrachtungen über dieſe merkwürdigen Sterne in **Röslers** Handb. d. pract. Aſtron. II. Thl. S. 382. Ueber die Beſchaffenheit dieſer Nebelflecke ſind die Meynungen ſehr getheilt geweſen. Einige haben ſie für unförmliche Lichtmaſſen gehalten. Erhabener iſt der Gedanke, welchen **Kant** und **Lambert** bereits geäuſſert haben, nemlich daß es auſſer dem **Fixſternenſyſtem**, wozu unſere Sonne mit allen den einzeln Fixſternen gehöret, noch mehr dergleichen groſſen Syſteme in dem Weltraume gebe, in denen wir aber die zahlloſen einzeln Sterne nicht mehr unterſcheiden, ſondern nur ihren vereinigten Lichtſchimmer unter der Geſtalt eines runden oder länglichten Nebelflecks wahrnehmen. **Lamberts**

kosmo-

kosmologiſche Betrachtungen. Kants allgemeine Naturgeſchichte des Himmels. Herſchel über den Bau des Himmels (aus dem Engl.) Königsb. 1791.

Anmerkung.

97. Wenn ihr den Himmel durch Ferngläſer betrachten wollet, ſo werdet ihr vielmehr Sterne als mit bloßen Augen ſehen. So hat Hugenius durch ein Fernglas von 23 Schuhen anſtatt des mittleren Sternes im Schwerdt des Orions 12. (Syſtem. Saturn. p. 8.) und Galiläus im Siebengeſtirne mehr als 40, in einem kleinen Theile des Orions mehr als 400 Sterne wahrgenommen; wovon ihr ein mehreres in ſeinem Nuncio ſidereo findet. Ja Antonius Maria Schirläus von Rheita (in Oculo Enochi atque Eliae lib. 4. cap. 1. memb. 7 t. 197.) hat durch ein holländiſches Fernglas in dem Orion allein bis 2000 Sterne gezählet.

Anmerkung.

98. Hipparchus (wie Ptolomaeus Almag. lib. 7. cap. 1. erzählet) muthmaſſete, daß die Fixſterne ihre Länge ändern, als er mit den Obſervationen des Aryſtilli und Tymocharidis die ſeinen verglich. Ptolomäus, der beynahe 300 Jahre nach dem Hipparcho lebete, und daher ältere Obſervationen vor ſich hatte, erwies ſie (l. c. cap. 2 u. 3.) unwiderſprechlich. Er befand aber, daß ſie in 100 Jahren einen Grad fortrücketen. Nach dieſem hat man die Gröſſe der Bewegung noch genauer ausgemachet, und kann man füglich für ein Jahr 50″ zählen, und alſo für 70 Jahre einen Grad. Die Breite bleibet unveränderlich.

98 a) Da dieſes Wachsthum der Länge allen Fixſternen gemein, und bey dem einen ſo groß wie bey dem andern iſt, ſo iſt wohl das natürlichſte, anzunehmen, daß nicht die Sterne ſelbſt vorwärts gehen, ſondern nur der Punkt, von dem man ihre Längen anrechnet, der Aequinoktialpunkt (§. 76 a) rückwärts gehe (Praeceſſio aequinoctiorum). Durch dieſes Rückwärtsgehen der Aequinoctialpunkte ändern ſich nun auch die geraden Aufſteigungen und Abweichungen der Fixſterne, und ihre Angaben in den Fixſternverzeichniſſen, auf den Himmelskugeln und Sternkarten, können alſo nur für eine gewiſſe Zeit gelten. Verlangt man ſie für andere Zeiten, ſo müſſen gewiſſe Correctionen angebracht werden, wozu man die Vorſchriften in größern Werken der Aſtronomie findet.

Setzt man indeſſen die mittlere Größe jener Vorrückung der Aequinoctialpunkte mit Hrn. de la Lande auf 1°. 23′. 10″ in 100 Jahren, ſo würden dieſe Punkte einen ganzen Umlauf in 25972. Jahren vollenden, welchen Zeitraum man das **große Platoniſche Jahr** zu nennen pflegt. In eben dieſer Zeit muß der Weltpol um den Pol der Ecliptik herumkommen. **Käſtners** aſtr. Abh. erſte Samml. III. Abh. §. 473 u. f.

98b) Um die Stellungen der Fixſterne zu dieſem oder jenem Gebrauche genau zu haben, dienen die **Fixſternverzeichniſſe**, worinn die Declinationen und Rectaſcenſionen, ſo wie Längen und Breiten der Sterne mit möglichſter Schärfe angegeben ſind. Hieher gehören **Hevels**, **Flamſteeds**, **la Cailles**, **Bradleys**, und für die Zodiacalſterne **Tob. Mayers** Fixſternverzeichniſſe. Aeltere vom **Ptolomäus** in ſeinem Almageſt, von **Tycho de Brahe**, **Ulugbey** u. a. Eines der vollſtändigſten Verzeichniſſe findet ſich in der **Sammlung aſtronomiſcher Tafeln unter der Aufſicht d. k. Akad. der Wiſſ.** Berlin 1776. 1 B. S. 83. vom Hrn. Prof. **Bode**. Noch jetzt bemüht man ſich dieſen Verzeichniſſen einen immer höhern Grad von Vollkommenheit zu geben.

98c) Um einzelne Sterne deſto beſſer zu unterſcheiden und kennen zu lernen, werden ſie in jedem Sternbilde mit **Buchſtaben** bezeichnet. **Doppelmair** in ſeinem **Himmelsatlas** bediente ſich lateiniſcher Buchſtaben. Gewöhnlicher ſind jetzt die griechiſchen und überhaupt diejenigen, welche **Bayer** in ſeiner **Uranometrie** angegeben hat. Hülfsmittel die Sterne kennen zu lernen, ſind die eben erwähnten **Doppelmairiſchen** und **Bayeriſchen** Sternkarten, dann **künſtliche Himmelskugeln**, worauf die Sterne in ihren gehörigen Lagen verzeichnet ſind, **Sternkugel** u. d. g. **Flamſteeds** Atlas hat Hr. **Bode** in ſeiner Vorſtellung der Geſtirne auf 34 Kupfert. Berlin 1782. zum Grunde gelegt. Vorſchriften überhaupt die Geſtirne kennen zu lernen, geben Hrn. **Bode** Anleitung zur Kenntniß des geſtirnten Himmels, fünfte Aufl. Berlin 1788. **Rüdigers** Anleitung ꝛc. mit 35 Kupf. Leipz. 1786. **Hellmuths** Geſtirnbeſchreibung und mehrere andere.

Aufgabe.

99. Die ſchiefe Aſcenſion und Deſcenſion eines Sternes zu finden.

Auflö-

Aufloͤſung.

1. Erhoͤhet den Pol der Himmelskugel, wie es der gegebene Ort erfordert.

2. Fuͤhret den Stern in den Morgen- und Abendhorizont; ſo ſehet ihr ſeine Aſcenſionem und Deſcenſionem obliquam (§. 78.).

Aufgabe.

100. **Die Zeit zu finden, welche ein Stern uͤber dem Horizont bleibt.**

Aufloͤſung.

1. Erhoͤhet den Pol der Himmelskugel wie vorhin (§. 99.).

2. Fuͤhret den Stern in den Morgenhorizont, und richtet den Stundenzeiger auf 12.

3. Wendet die Kugel, bis der Stern in den Abendhorizont kommet, ſo weiſet der Stundenzeiger, wie viel Stunden er uͤber dem Horizont bleibet.

Aufgabe.

101. **Aus dem gegebenen Orte der Sonne in der Ekliptik die Zeit zu finden, da ein Stern in den Meridian kommet, und da er auf- und untergehet.**

Aufloͤſung.

1. Stellet die Himmelskugel auf 12 Uhr (§. 81.).

2. Fuͤhret den Stern unter den Meridian, ſo zeiget der Zeiger die Zeit, wenn er darein kommet.

3. Fuͤhret ihn gleichergeſtalt in den Morgen- und Abendhorizont, ſo weiſet der Zeiger die Zeit, wenn er auf- und untergehet.

Aufgabe.

102. **Den Punkt der Ecliptik zu finden, mit welchem der Stern in den Meridian kommet.**

Auflöſung.

Führet den Stern auf der Himmelskugel unter den Meridian, ſo ſehet ihr den verlangten Grad der Ecliptik.

Zuſatz.

103. Wenn ihr alſo wiſſet, zu welcher Zeit die Sonne in dieſem Grad der Ecliptik kommet, ſo wiſſet ihr auch, wenn der Stern mit der Sonne durch den Meridian gehet. Z. E. in dem 1710ten Jahre war die Sonne den 29. Jul. im 7° ♋ anzutreffen. Derowegen ging Sirius dieſen Tag um den Mittag durch den Meridian.

Aufgabe.

104. **Zu finden, ob der Stern unter einer gegebenen Polhöhe aufgehe oder nicht.**

Auflöſung.

1. Erhöhet den Pol der Himmelskugel gebührend über den Horizont.

2. Wendet ſie herum, ſo werdet ihr ſehen, ob ein Stern auf- und untergehe, oder ob er immer über oder unter dem Horizont bleibe.

Aufgabe.

105. **Den Punkt der Ecliptik zu finden, mit welchem der Stern aufgehet.**

Auflöſung.

Erhöhet den Pol der Himmelskugel gebührend über dem Horizont, und führet den Stern in den Horizont, ſo ſehet ihr den Grad der Ecliptik, mit welchem er aufgehet.

Zuſatz.

106. Wenn ihr den Tag in den Ephemeriden oder Calendern aufſuchet, an dem die Sonne in denſelben Grad

Grad der Ecliptik tritt, ſo wiſſet ihr, wenn ſie mit dem Sterne aufgehet.

Zuſatz.

107. Suchet ihr aber auf, wenn die Sonne in den entgegengeſetzten Grad kommet, ſo wiſſet ihr den Tag, an welchem die Sonne untergehet, indem derſelbe Stern aufgehet.

Zuſatz.

108. Eben ſo könnet ihr den Punkt der Ecliptik finden, mit welchem der Stern untergehet, und daher auch den Tag wiſſen, an welchem er mit der Sonne untergehet, imgleichen den Tag, an welchem er untergehet, indem die Sonne aufgehet.

Anmerkung.

109. Der Aufgang eines Sternes mit der Sonne und ſein Untergang, indem die Sonne aufgehet, wird ortus und occaſus coſmicus genennet. Hingegen der Aufgang und Untergang mit der untergehenden Sonne heiſſet ortus und occaſus acronyctus.

Anmerkung.

110. Weil es nicht bald finſter wird, wenn die Sonne untergehet, ſo können auch die Sterne nicht bald nach ihrem Untergange geſehen werden. Eben ſo weil es lichte wird, ehe die Sonne aufgehet, werden die Sterne vor ihrem Aufgange unſichtbar. Derowegen wenn gleich ein Stern etwas eher aufgehet, oder etwas ſpäter untergehet als die Sonne, nachdem er vorher mit ihr auf und untergegangen war; kann er deswegen doch nicht bald geſehen werden, ſondern die Sonne muß viel oder wenig nach der ſcheinbaren Gröſſe des Sternes unter dem Horizont ſeyn, ehe der Stern geſehen werden kann. Die Tiefe der Sonne erachtet man aus dem Bogen eines Verticalcirculs, welcher zwiſchen dem Horizont und der Sonne enthalten iſt, und nennet man ihn in dieſem Falle Arcum Viſionis, oder den **Sehungsbogen**. Die kleineſten Fixſterne erfordern 18 Gr., die von der ſechſten Gröſſe 17 Gr., die von der fünften 16 Gr., die von der vierten 15 Gr., die von der dritten 14 Gr., die von der andern 13 Gr., die von der erſten 12 Gr., ♄ 11 Gr., ♂ 11 Gr. 30′, ♃ und ☿ 10 Gr. ♀ 3 Gr. Wenn der

der Stern aus den Sonnenſtrahlen hervorrücket, oder unter dieſelbe ſich verbirget, nennet man es ortum und occaſum heliacum.

Aufgabe.

111. **Aus dem gegebenen Sehungsbogen und dem Punkte der Ecliptik, mit welchem der Stern aufgehet, den Punkt der Ecliptik zu finden, in welchem die Sonne iſt, wenn man ihn zuerſt im Aufgange ſiehet.**

Auflöſung.

1. Erhöhet gebührend den Pol der Himmelskugel, und führet den Stern in den Morgenhorizont.
2. Befeſtiget den Höhenquadranten an das Zenith, und ſuchet dadurch den Grad der Ecliptik, der ſo viel über dem Horizont erhaben, als der Sehungsbogen beträget, als in unſerm Exempel 12 Gr. (§. 210.); der entgegengeſetzte Grad iſt der verlangte.

Zuſatz.

112. Wenn euch der Punkt gegeben wird, mit welchem der Stern untergehet, könnet ihr auf gleiche Art finden, in welchem Orte die Sonne iſt, indem er ſich unter die Sonnenſtrahlen verbirget.

Zuſatz.

113. Derowegen wenn ihr den Tag in den Ephemeriden oder Calendern aufſuchet, an welchem die Sonne in dieſen Ort kommet, wiſſet ihr auch den Tag, an dem der Stern ſich unter die Sonnenſtrahlen verbirget, oder auch aus denſelben zuerſt wieder hervorrücket.

Erklärung.

114. Der Tagesanbruch oder die Morgendämmerung crepusculum matutinum) **heiſt die Helligkeit, die des Morgens vor Aufgange der Sonne**

ſchon

ſchon entſtehet, und die Abenddämmerung crepusculum veſpertinum) diejenige, welche nach dem Untergange der Sonne in der Luft noch einige Zeit übrig bleibt.

Zuſatz.

115. Weil das Licht durch gerade Linien fortgehet (§. 4. Optik); ſo können keine Sonnenſtrahlen auf unſern Erdboden von der Sonne fallen, ſo lange ſie unter dem Horizont iſt. Doch können ſie unſere Luft erreichen, die über der Erde erhaben iſt. Derowegen muß die Luft die Sonnenſtrahlen auf unſern Erdboden bringen, die ſonſt vorbey ſtreichen würden, theils indem ſie von ihr gebrochen (§. 14. Opt.), theils indem ſie von den Luft- und den Dunſttheilchen zurücke geworfen werden (§. 10. Optik).

Zuſatz.

116. Da man erfahren, daß die Sonne höchſtens 18 bis 19, nach dem Caſſini nur 10 Gr. unter dem Horizont ſeyn muß, wenn die Abenddämmerung aufhören ſoll, ſo folget, daß wenn der Unterſcheid zwiſchen der Höhe des Aequators und der nördlichen Declination der Sonne nicht über 17 bis 18 Gr. iſt, der Tag die ganze Nacht durchſchimmern muß. Es iſt noch eine andere Urſache des Tages und der Abenddämmerung, nemlich der Glanz, der um die Sonne in ihrer Luft erreget wird, gleichwie wir in unſerer Luft um jedes Licht einen hellen Glanz antreffen (§. 57. Optik): dieſes aber wird ſich erſt unten erweiſen laſſen. Daher ſcheinet uns der anbrechende Tag wie ein heller Circul vor der Sonne über den Horizont zu fahren.

116 a) Wolf meynt hier das ſogenannte **Zodiaklicht**, ein vorzüglich im Frühjahre und Herbſte vor dem Aufgange oder nach dem Untergange der Sonne ſichtbares weiſes Licht, das von der Sonne ab am Horizonte ſchief aufwärts nach der Richtung der Ecliptik fortgeht, und an ſeinem obern Ende ſpitzig zuläuft. Hr. v. **Mairan** erklärt dieſen Lichtſchim-

mer ſehr glücklich, daß er annimmt, die Sonne ſey mit einer leuchtenden, oder von ihr erleuchteten Atmoſphäre umgeben, welche die Form eines ſehr abgeplatteten linſenförmigen Sphäroids habe, deſſen gröſſerer Durchmeſſer ohngefähr mit der Richtung des Sonnenäquators übereinkomme. Man ſ. Hrn. von Mairans traité phyſique et hiſtorique de l'aurore boreale in den Mem. de Paris 1731. und 1733.

Aufgabe.

117. **Aus der gegebenen Höhe des Aequators zu finden, wie lange an einem Orte der Tag die ganze Nacht durchſchimmert.**

Auflöſung.

Ziehet von der Höhe des Aequators, oder ſeiner Tiefe an dem nördlichen Theil des Meridians 18 Gr. ab, ſo bleibet die geringſte Declination der Sonne übrig, welche ſie haben kann, wenn der Tag die ganze Nacht durchzuſchimmern anfänget und aufhöret.

Z. E. in Halle iſt die Höhe des Aequators 38 Gr. 22', und alſo die verlangte Declination der Sonne 20 Gr. 22'. Nach dem de la Hire (Tab. Aſtronom. S. 7.) iſt die Declination der Sonne 20° 22' 49" wenn die Sonne im 1° ♊ und im 29° ♋ iſt. Derowegen muß die Zeit über, das iſt, von dem 21. Mai bis den 22. Julii, der Tag daſelbſt die ganze Nacht durchſchimmern.

Aufgabe.

118. **Aus der gegebenen Polhöhe den Anbruch des Tages und das Ende der Abenddämmerung zu finden.**

Auflöſung.

1. Richtet die Himmelskugel auf 12 Uhr (§. 81.).
2. Wendet ſie ſo lange, bis der dem Orte der Sonne entgegengeſetzte Grad der Ecliptik 18 Grad über den Abendhorizonte erhaben iſt, ſo weiſet der Zeiger die Zeit, wenn der Tag anbricht.

3. Wen-

3. Wendet die Kugel bis gedachter Grad über den Morgenhorizont erhöhet iſt, ſo weiſet der Zeiger die Zeit, wenn die Abenddämmerung aufhöret.

Zuſatz.

119. Wenn ihr den Aufgang der Sonne ſuchet (§. 81.), ſo giebet der Unterſchied zwiſchen ihm und dem Tagesanbruche die Länge der Morgenröthe. Und auf gleiche Art könnet ihr die Länge der Abenddämmerung finden.

Aufgabe.

120. Aus der gegebenen Polhöhe, der Höhe eines Sternes, und dem Orte der Sonne, die nächtliche Stunde zu finden.

Auflöſung.

Die Auflöſung iſt wie oben (§. 85.)

Erklärung.

121. Wenn ihr einen Stern S auf der Erdfläche in V anſehet, ſo ſehet ihr ihn in L. Sollet ihr ihn aus dem Mittelpunkte der Erde T ſehen, würde er euch in M erſcheinen. Der Unterſchied der beyden Oerter, nemlich der Bogen LM, wird Parallaxis genennet. I. 8.

Lehrſatz.

122. Der Winkel, den die Linien TS und VS (deren eine aus dem Mittelpunkte der Erde T, die andere von der Erdfläche V in den Mittelpunkt des Sternes gezogen wird,) mit einander machen, iſt der Parallaxi gleich. I. 8.

Beweis.

Die Parallaxis LM iſt der Unterſchied zwiſchen den Bogen ZM und ZL. Der Bogen ZM iſt das Maaß des Winkels MTZ, und weil die Erde in Anſehung der oberſten Fläche der Weltkugel, wo ihr euch den

Bogen

Bogen ZH einbilden müſſet, ein Punkt iſt (§. 58.), ſo iſt der Bogen ZL das Maaß des Winkels LVZ (§. 16. Geom.). Demnach iſt der Unterſchied dieſer Winkel der Parallaxi gleich. Es iſt aber TSV der Unterſchied der Winkel MTZ und LVZ (§. 74. Geom.). Derowegen iſt der Winkel TSV der Parallaxi gleich. W. Z. E.

Zuſatz.

123. Wenn ihr demnach die wahre Höhe der Sterne auf eine gegebene Zeit ſuchet, und ſie mit der obſervirten vergleichet, ſo könnet ihr ihre Parallaxin finden.

Anmerkung.

124. Z. E. Philipp Lansberg (Obſervat. Aſtronom. Theſaur. fol. 90.) hat 1600, d. 1. März nach Mittag um 6 Uhr die Höhe des oberen Randes des Mondes in dem Meridian obſerviret 64° 7′ 30″. Den halben Diameter des Mondes befand er 16′ 30″. Daher war die Höhe des Mittelpunkts im Monde 63 Gr. 51′. Die wahre Höhe deſſelben fand er durch Rechnung 64 Gr. 17′ 30″. Derowegen war die Parallaxis 26′ 30″. Die Erfahrung hat gelehret, daß die Fixſterne keine merkliche Parallaxin haben, auch der übrigen Planeten Parallaxis ſo klein ſey, daß man ſie auf dieſe Art nicht ausmachen kann.

Lehrſatz.

125. Wenn ein Stern von der Erde weiter weg iſt, als ein anderer, ſo muß ſeine Parallaxis kleiner ſeyn, als des anderen.

Beweis.

I. Es ſey der eine Stern in S, der andere in L; ſo
8. iſt des näheren Parallaxis dem Winkel TSV, des weiteren aber dem Winkel TLV (§. 122.) gleich. Nun iſt TSV gröſſer als TLV (§. 74. Geom.). Derowegen iſt die Parallaxis des näheren gröſſer, als die Parallaxis des weiteren. W. Z. E.

Zuſatz.

126. Da nun die Parallaxis immer abnimmet, je weiter der Körper von der Erde weggehet, ſo muß ſie

auch

auch endlich unmerklich werden, und ehe dieſes geſchiehet, ſo klein, daß man ſie auf die (§. 123. vorgeſchriebene Art nicht mehr finden kann, nemlich von wenigen Secunden.

Lehrſatz.

127. **Wenn ein Stern im Horizont geſehen wird, ſo hat er die gröſte Parallaxis, die er haben kann.**

Beweis.

Verlängert LV in R, und laſſet aus dem Mittelpunkte der Erde T die Perpendicularlinie TR herunterfallen. So verhält ſich wie der Sinus totus zu TK, ſo der Sinus des Winkels K zu TV, und wie der Sinus totus zu TL, ſo der Sinus des Winkels L zu TR (§. 19. Trig.) Da nun TK = TL, ſo iſt auch der Sinus des Winkels K zu dem Sinu des Winkels L wie TV zu TR. Und weil TV gröſſer als TR (§. 144. Geom.), ſo muß der Winkel K gröſſer als der Winkel L, folgends die Horizontal-Parallaxis die gröſte ſeyn (§. 122.) W. Z. E. I. 8.

127a) I. Es ſey an dem Orte V der Erdfläche der Halbmeſſer TV = r. Des Weltkörpers L Weite vom Mittelpunkte der Erde T oder TL = a, und ſein Abſtand vom Zenith Z des Beobachters, oder der Winkel LVZ = η, die zugehörige Parallaxe, oder der Winkel VLT = π, ſo hat man in dem Dreyecke LVT, Sin η : Sin π = a : r; demnach für die Höhen-Parallaxe π;

$$\text{Sin}\,\pi = \frac{r\ \text{Sin}\,\eta}{a}.$$

II. Für η = 90 Gr. d. h. wenn die Höhe des Körpers L über dem Horizonte = 0; L alſo ſelbſt im Horizonte iſt, wird für die Horizontalparallaxe, die ich jetzt = p nennen will,

$$\text{Sin}\ p = \frac{r\ \text{Sin tot}}{a}$$

III.

III. Man ſieht hieraus, wie die Horizontalparallaxe von des Weltkörpers L Weite vom Mittelpunkte der Erde, und dem Halbmeſſer der Erde abhängt.

IV. Wüßte man umgekehrt durch irgend eine Beobachtung die Horizontalparallaxe eines Geſtirns, ſo ergäbe ſich aus ihr und dem Halbmeſſer der Erde, die Weite des Geſtirns vom Mittelpunkte der Erde, nemlich:

$$a = \frac{r \text{ Sin tot}}{\text{Sin } p}.$$

V. Es iſt daher die Kenntniß der Horizontalparallaxen der Weltkörper eine der wichtigſten in der Aſtronomie, weil man daraus die Entfernungen derſelben von der Erde beſtimmen kann.

VI. Es giebt mehrere Arten dieſe Horizontalparallaxen zu finden. Ein Verfahren, welches ſich am leichteſten überſehen läßt, iſt ohngefähr folgendes:

VII. Es ſey (Fig. Aſtron. Tab. V. Fig. 24.) die Bedeutung der Punkte L, V, T, Z wie in Fig. 8; und v ein anderer Ort auf der Erde, unter eben dem Meridiane, in welchem V liegt. Je weiter v von V entfernt iſt, deſto beſſer iſt z in der Verlängerung von T v, ſey des Orts v Zenith. Beyde Beobachter bey V und v, ſollen nun in einem und demſelben Augenblicke die Weiten des Weltkörpers L vom Zenith, in dem Augenblicke, da er im Meridiane iſt, alſo die Winkel LVZ $= \eta$; Lvz $=$ i meſſen.

VIII. Mit dem Weltkörper L gehe zugleich ein Fixſtern in der Richtung VN durch den Meridian. Sein ſcheinbarer Abſtand von L, oder der Winkel LVN ſey $= \varepsilon$. Da nun der Fixſtern als unendlich weit von der Erde anzuſehen iſt, ſo wird in eben dem Augenblicke der Beobachter bey v den Fixſtern nach einer mit VN parallelen Richtung vn, und den Weltkörper L von dem Fixſterne um den Winkel Lvn$=$e abſtehen ſehen. Sind nun dieſe beyden Winkel ε, e nebſt den obigen η, i an den Standpunkten v, V gemeſſen worden, ſo findet ſich daraus des Weltkörpers L Horizontalparallaxe, auf folgende Art.

IX. Weil

IX. Weil aus (II.)

$$\frac{r}{a} = \frac{\text{Sin } p}{\text{Sin tot}},$$

ſo wird (I.)

$$\text{Sin VLT oder Sin } \pi = \frac{\text{Sin } p \cdot \text{Sin } \eta}{\text{Sin tot}}.$$

Weil aber die Parallaxen p, π, immer ſehr klein ſind, ſo kann man ſtatt ihrer Sinuſſe, die kleinen Bögen, die ihnen zugehören, ſetzen, d. h. ſchlechtweg

$$\text{VLT oder } \pi = \frac{p \cdot \text{Sin } \eta}{\text{Sin tot}}.$$

ſetzen.

X. So iſt denn auf eine ähnliche Art für den Beobachter v der Winkel

$$\text{vLT} = \pi' = \frac{p \text{ Sin } i}{\text{Sin tot}}$$

XI. Gedenkt man ſich nun durch L eine Parallele mit VN oder vn gezogen, ſo findet ſich ſehr leicht, daß der Winkel vLV ſo groß iſt, als nvL + NVL d. h.

$$\text{vLT} + \text{TLV} = \text{nvL} + \text{NVL}; \text{ oder}$$

$$\pi' + \pi = e + \varepsilon; \text{ oder aus (VIII. und X.)}$$

$$\frac{p \cdot (\text{Sin } i + \text{Sin } \eta)}{\text{Sin tot}} = e + \varepsilon$$

demnach die Horizontalparallaxe:

$$p = \frac{(e + \varepsilon) \text{ Sin tot}}{\text{Sin } i + \text{Sin } \eta}.$$

XII. Wenn man demnach die Gröſſen e; ε; i; η; aus Beobachtungen weis, ſo iſt daraus die Parallaxe gefunden.

XIII. Die gegenwärtige Figur nimmt an, die gerade Linie vom Mittelpunkte der Erde nach dem Weltkörper L, falle innerhalb des Winkels vLV, und der Beobachter V ſehe den Körper L ſüdwärts der Richtung VN, indem dem andern

dem v der Körper L nordwärts der Richtung vn erſcheinet. Je nachdem aber die Standpunkte V und v angenommen worden ſind, kann auch TL auſſerhalb des Winkels vLV fallen, ſo wie dann auch beyden Beobachtern der Weltkörper L zugleich ſüdwärts oder zugleich nordwärts des Fixſternes erſcheinen kann. Für alle dieſe einzeln Fälle kann man ſich leicht Figuren entwerfen, und daraus herleiten, wie in der allgemeinen Formel (XI.) die Gröſſen e, ε, i, η, bald bejaht bald verneint genommen werden müſſen, wenn ſich der richtige Werth der Parallaxe in jedem einzeln Falle ergeben ſoll, welches der mündliche Vortrag alles am beſten erläutern wird.

Exempel.

Zu (XI.) de la Caille beobachtete bey v auf dem Vorgebirge der guten Hoffnung (welches mit Stockholm beynahe unter einerley Meridian liegt) den 6ten Octobr. 1751. die ſcheinbare Weite des Mars L, vom Scheitel im Mittagskreiſe $= 25^\circ . 2' = i$, und den nördlichen Rand dieſes Weltkörpers 26,7 Secunden nördlicher als den Fixſtern λ im Waſſermann. Alſo $e = 26,''7$. Um eben dieſe Zeit fand Wargentin in Stockholm bey V den Winkel $\eta = 68^\circ . 14'$, und jenen Rand des ♂ um $6'',6 = \varepsilon$ ſüdlicher als jenen Fixſtern. Daraus folgt alſo die Horizontalparallaxe des

$$♂ = \frac{33'',3 \ . \ \text{Sin tot}}{\text{Sin } i + \text{Sin } \eta}$$

oder nach gehöriger Rechnung $= 24'',633$.

XIV. Wie beyde Beobachter wiſſen können, ob ſie auf der Erdkugel in einerley Mittagskreiſe liegen, das lehrt die Geographie. Sind ſie nicht ganz genau in einerley Meridiane, ſo hat man doch Mittel ihre Beobachtungen auf einen und denſelben Mittagskreis zu reduciren. Uebrigens verſteht ſich, daß zwiſchen beyden Beobachtern eine Verabredung getroffen ſeyn muß, in welchen Nächten ſie beyde auf den Weltkörper L Acht geben, und mit welchen Fixſternen ſie ihn vergleichen wollen.

XV. Man wählt am beſten ſolche Fixſterne dazu, an welchen der Weltkörper L zu einer gewiſſen Zeit nahe vorbey geht, oder ſie gar bedeckt. Man kann indeſſen aus ſolchen Bedeckungen die Parallaxen noch nach andern Methoden herleiten, welche aber ſchwerer zu verſtehen ſind. (De la Lande Aſtr. Liv. IX.)

XVI. Wenn man aus der ſcheinbaren Weite eines Sterns L vom Scheitel, oder aus dem auf der Erde beobachteten Winkel LVZ die wahre Scheitelweite, ſo wie ſie aus dem Mittelpunkte T der Erde werde beobachtet werden, finden will, ſo muß man von der ſcheinbaren Scheitelweite die Parallaxe abziehen, weil LTZ = LVZ — TLV. So muß man nun auch zur ſcheinbaren Höhe eines Sterns über dem Horizonte die Parallaxe addiren, um die wahre Höhe deſſelben im Mittelpunkte der Erde, über einer mit dem ſcheinbaren Horizont parallel gehenden Ebene zu erhalten.

Erfahrung.

128. Der Schwanz des Löwen und die Aehre der Jungfrauen ſind ſtets von einander 35° 2′, wenn man ſie nahe bey dem Meridian zu meſſen pfleget. Allein wenn der erſte nur 34½ Gr. über dem Horizont erhaben iſt, ſtehet die andere beynahe in eben dem Verticalcircul ſchon in dem Horizont, da ſie doch beynahe ½ Grad unter demſelben iſt. So haben die Holländer, als ſie den Winter über hinter der Tartarey verblieben, nach einer Nacht von drey Monaten zu Mittage die Sonne geſehen, da ſie doch etliche Grade unter dem Horizont war. Keplerus Epit. Aſtron. lib. I. part. 3. p. 60. 61.

Zuſatz.

129. Weil die Strahlen der Sterne und der Sonne in unſere Augen fallen, wenn ſie noch unter dem Horizont ſind, und doch nach geraden Linien fortgehen (§. 6. Optik); ſo müſſen ſie in der Luft gebrochen werden (§. 14. Opt.), und zwar merklich, da ſie nicht allein das Bild des Sternes, ſondern der ganzen Sonne über dem Horizont erheben können.

Zuſatz.

130. Da nun wegen der Refraction die Sonne höher geſehen wird, als ſie würklich ſtehet; müſſet ihr

von den durch den Quadranten gemeſſenen Höhen der Sonne und Sterne die gehörige Refraction erſt abziehen, wenn ihr die wahre Höhe haben wollet.

130 a) Wenn ein Stern im Horizonte iſt, ſo wird ein Lichtſtrahl, der von ihm nach dem Auge des Beobachters gezogen wird, ſehr ſchief auf den Luftkreis fallen, und daher ſtärker gebrochen werden müſſen, als wenn der Stern höher über dem Horizonte ſteht, und jener Strahl von dem Sterne alſo weniger ſchief auffällt. So iſt alſo die Refraction im Horizonte am größten, und nimmt ab, ſo wie ſich der Stern dem Zenith des Beobachters nähert. Iſt der Stern in dem Zenithe ſelbſt, ſo wird der Lichtſtrahl, der von ihm nach des Beobachters Auge gezogen wird, völlig ſenkrecht auf den Luftkreis ſtehen, und daher ungebrochen durchgehen, d. h. im Zenith iſt die Refraction = 0.

Aufgabe.

131. **Wie hoch ein Stern in jeder Höhe über dem Horizonte durch die Refraction erhoben wird, auszufinden.**

Auflöſung.

1. Weil die Fixſterne keine merkliche Parallaxe haben, ſo wähle man einen Stern, welcher im Mittagskreiſe ſehr nahe durch das Zenith des Beobachters gehen würde, und beobachte die Zeit, wenn er im Meridiane iſt, ſo wie ſeine Mittagshöhe.
2. Weil er nahe beym Zenith nur eine unmerkliche Refraction hat, ſo findet man aus ſeiner Mittagshöhe, die Declination, und daraus durch Hülfe der ſphäriſchen Trigonometrie, für jede andere Zeit vor oder nach dem Durchgange des Sterns durch die Mittagsfläche, die wahre Höhe deſſelben über dem Horizonte.
3. Dieſe vergleiche man mit der beobachteten Höhe zu jener Zeit, ſo zeigt der Unterſchied, um wie viel der Stern für dieſe Höhe durch die Refraction erhoben worden iſt. (M.)

Zuſatz.

Zuſatz.

131. Wenn ihr auf alle Grade der Höhe des Sternes die Gröſſe der Refraction ſolchergeſtalt ſuchet, ſo werdet ihr die Tabulam Refractionis bekommen, daraus ihr die obſervirten Sonnen- und Sternenhöhen corrigiren könnet.

132) Man hat auf dieſe Art gefunden, daß die Refraction eines Sternes in dem Horizonte, oder die Horizontalrefraction ohngefähr 30 bis 33 Minuten beträgt. In einer Höhe von 45 Gr. iſt aber die R. kaum noch 1 Minute groß. Indeſſen ſind die Refractionen nach dem Zuſtande der Luft veränderlich, und hängen von der Barometerhöhe und dem Stande des Thermometers ab. Durch Hülfe der höhern Mathematik, und durch gewiſſe Vorausſetzungen in Anſehung der abnehmenden Dichte der Luft von unten nach oben, hat man es aber dahin gebracht, das Geſetz zu finden, wie der Lichtſtrahl in den unterſchiedenen Luftſchichten gebrochen wird, und daraus hergeleitet, wie groß die Refraction in jeder Höhe über dem Horizonte und für jeden Zuſtand der untern Luft, iſt. Nach den Formeln, welche die Theorie hierüber gegeben hat, ſind alsdann Tafeln berechnet worden, aus denen man ſogleich für jeden Zuſtand der Luft die Refractionen finden kann. Hieher gehört vorzüglich die von **Tobias Mayer**, in deſſen tabulis motuum ſolis ac lunae, welche 1770. zu London herausgekommen ſind. Ueber die Theorie der Formel, wonach dieſe Tafel berechnet worden iſt, ſehe man Io. Tob. Mayeri Comment. de refractionibus aſtronomicis Altorf. 1781. Sonſt haben auch **de la Grange** (Mem. de l'Ac. d. Berlin 1772.) **Euler**, Lambert, u. a. über die Refractionen geſchrieben.

Ende des erſten Theils der Aſtronomie.

Anfangs-Gründe

der Aſtronomie.

Der andere Theil,

von der

Betrachtung des Weltgebäudes, wie es von dem Verſtande begriffen wird.

Erfahrung.

133.

So bald die Sonne aufgehet, wird es auf unſerm Erdboden lichte, und die Körper, welche ihr entgegengeſetzet ſind, bekommen einen hellen Glanz. Wenn ihr in die Sonne ſehen wollet, werden eure Augen geblendet. Sobald ſich die Wolken vor die Sonne ziehen, verlieren die Körper ihren Glanz, und die Sonne ſelbſt ſiehet durch die dünnen Wolken unterweilen nur wie ein ſilberner Teller aus. Wenn die Sonne untergehet, verlieret ſich auch der Glanz an den Körpern, und das Licht verſchwindet nach und nach gar.

Zuſatz.

134. Die Sonne iſt alſo die Quelle des Lichtes, welches wir den Tag über auf dem Erdboden genieſſen; und daher unſerer Erde ein **großes Licht**, weil ſie nemlich ſehr helle machet.

Lehrſatz.

135. **Die Sonne iſt ein würkliches Feuer.**

Beweis.

Beweis.

Sie leuchtet ſehr helle (§. 134.), ihre Strahlen machen warm, ja zünden an und ſchmelzen die härteſten Sachen, wenn ſie entweder durch die Reflexion (§. 24. 25. Catoptr.), oder durch die Refraction (§. 11. Dioptr.) in einem engen Raume zuſammengebracht werden. Da nun dieſes eben die Würkungen ſind, daraus man das Feuer erkennet, ſo hat man nicht zu zweifeln, daß auch die Sonne ein würkliches Feuer ſey. W. Z. E.

135 a) Wolfs Schlüſſe gelten nur, wenn man unter Feuer überhaupt alles verſteht, was Licht und Wärme veranlaſſet. Nimmt man aber Feuer nach dem gewöhnlichen Sprachgebrauche für Flammen, oder für einen würklich brennenden Körper, ſo hat dieſe Behauptung bey der Sonne ſehr große Schwierigkeiten. Eher könnte man ſie für einen blos glühenden Körper halten, weil ihre Scheibe ſo ſcharf begränzt ſich darſtellt, wenn man ſie durch ein gefärbtes oder geräuchertes Glas betrachtet. Aber auch dieſe Behauptung hat ſehr ſtarke phyſikaliſche Gründe gegen ſich. Es folgt gar nicht, daß wenn die Sonnenſtrahlen erwärmen, ſie deswegen ſelbſt warm ſeyn müſſen. Hat man nicht in der Phyſik und Chemie unzählige Beyſpiele, daß zwey Körper ſich erhitzen, ja entzünden können, ohne daß einer von beyden ſelbſt ein würkliches Feuer iſt? Könnten nicht die Sonnenſtrahlen blos ein Entbindungsmittel für die Wärmematerie ſeyn, die in den Körpern ſelbſt ſchon vorhanden iſt? In der That erwärmen ſie gar nicht, wo ſie keinen Wärmeſtoff vorfinden, und nur ſehr wenig, wo ſie wenig davon antreffen, wie z. E. in der obern Atmoſphäre, wo es nur darum ſo kalt iſt, weil ſie zu dünne iſt, als daß ſie viel Feuermaterie enthalten könnte. Läge die Urſache der Wärme in den Sonnenſtrahlen ſelbſt, woher rührte der große Unterſchied der Temperatur an unterſchiedenen Orten unter gleicher Breite, und an eben dem Orte, zu eben der Jahreszeit, in verſchiedenen Jahren, und doch werden Gegenden, welche unter einerley geographiſcher Breite liegen, von der Sonne auf einerley Weiſe beſchienen. Ueberhaupt bleiben auch gar viele andere Fälle, wo die Sonnenſtrahlen in Körpern bald gar keine, bald eine ſehr große Hitze hervorbringen, unerklärt, wenn man den Grund der Erhitzung in der urſprünglichen Wärme der Sonnenſtrahlen ſelbſt ſucht. Alles hieher gehörige iſt aber eigentlich

lich ein Gegenſtand der Phyſik und nicht der Aſtronomie, doch habe ich zeigen müſſen, daß Wolfs Beweis, die Sonne müſſe ein glühender Körper ſelbſt ſeyn, nicht ſo gar überzeugend iſt. Indeſſen giebt es doch noch viel neuere Naturlehrer, welche in den Sonnenſtrahlen ſelbſt, die Wärmematerie ſuchen, und die Sonne für einen brennenden Körper halten, (Hube Unterricht in der Naturlehre in Briefen III. B. 10. Brief.)

Erfahrung.

136. Als A. 1611. Johann Fabricius zu Anfange des Jahres, und bald darauf im May Chriſtoph Scheiner, ein Jeſuit zu Ingolſtadt, durch ein Fernglas die Sonne beſchaueten, nahmen ſie zuerſt einige Flecken in der Sonne wahr, welche nach ihnen auch Galiläus und viele andere Aſtronomen wahrgenommen, und noch heut zu Tage alle Jahre obſerviren. Es ſehen aber dieſe Flecken ſchwarz aus; ihre Figur iſt irregulär und veränderlich, wie auch ihre Gröſſe und Dauer. Scheiner ſetzet die gröſte, welche er im Jenner 1612. obſerviret, der Venus gleich. Ricciolus (Almag Nov. lib. 3. c. 8. f. 96.) hat niemals einen gröſſeren als den zehenden Theil des Diameters der Sonne geſehen. Sie haben 1. 2. 3. 10. 15. 20. 30. und einige wenige 40 Tage gedauret. Sie bewegen ſich an der Sonne, und im Rande verſchwinden ſie, nach $13\frac{1}{2}$ Tagen kommen ſie unterweilen auf der andern Seite wieder hervor. Ihre Bewegung iſt im Diameter am ſtärkſten; je weiter ſie von demſelben weg ſind, je ſchwächer. Auch werden ſie an dem Rande ſchmäler, und viele öfters in eins zuſammengezogen, da ſie mitten in der Sonne viel breiter und von einander abgeſondert erſcheinen. Hevelius (Cometogr. lib. 7. f. 424.) erzählet von zwey Flecken,

daß ſie im Anfange ſehr klein und dünne geweſen, innerhalb zwey Tagen aber zehenmal ſo groß, und dabey viel dichter und dunkeler als vorhin geworden. Die meiſten Flecken ſind mitten dichte, um den Kern herum dünner, und endlich gleichſam mit einem Nebel umgeben. Hevel (l. c. f. 408. ſeqq.) merket an, daß der Kern wächſet und abnimmt, auch meiſt beſtändig mitten im Flecken bleibe, und wenn der Flecken bald verſchwinden will, in viel Stücke zergehe: gleichwie auch unterweilen in einem Flecken viele Kerne geſehen werden, die öfters in einem zuſammen gehen. Kircher hat A. 1684. von den 6ten April an bis zu dem 17. Jun. einen Flecken in der Sonne geſehen, den auch zu gleicher Zeit Caſſini zu Paris obſerviret. Ja die Flecken, welche der P. Jartoux zu Peckin in China A. 1701. von dem 1. bis zu dem 12. Nov. an der Sonne angetroffen, hat der jüngere Caſſini zu Montpellier von dem 31. Oct. bis zu dem 12. Nov. darinnen geſehen. Vid. Acta Erudit. A. 1705. pag. 483. & Memoires de l' Acad. Royale des Sciences 1701. p. m. 345. Hevel, welcher in ſeinem Mercurio in Sole viſo f. 106. wahrgenommen, daß Mercurius, als er in der Sonne erſchien, 27″ niedriger ſtand, da die Sonne untergehen wollte, als wie ſie hoch über dem Horizont war, hat dergleichen bey den Sonnenflecken nicht verſpüret.

Zuſatz.

137. Weil Mercurius durch die Parallaxin in dem Horizont niedriger geſehen worden (§. 136.); ſo haben die Sonnenflecken in Anſehung der Weite der Sonne von der Erde keine Parallaxin, müſſen alſo derſelben ſehr nahe, und von unſerer Erde weit weg ſeyn (§. 125.).

137 a) Hiezu kömmt noch, daß weil die Flecken immer ſchmäler erſcheinen, je mehr ſie ſich dem Sonnenrande nähern, ſie auf der Oberfläche der Sonne ſelbſt, oder doch ſehr nahe über ihr, ſich befinden müſſen. Wären ſie viel über der Sonnenfläche erhaben, ſo müßten ſie uns am Rande einen eben ſo großen Theil der Sonne, als in der Mitte bedecken.

Zuſatz.

138. Da ſie nun nicht allein oft mitten in der Sonne ihre Figur und Gröſſe verändern, ſondern auch bald dichter, bald dünner werden, ja mitten in der Sonne entſtehen und verſchwinden, ſo könnten ſie vielleicht aus den Ausdünſtungen der Sonne entſtehen und Sonnenwolken ſeyn.

138 a) Aber würden Sammlungen lockerer Dünſte das Sonnenlicht wohl ſo hindern, daß wo ſich ein Flecken zeigt, alles ganz ſchwarz ausſieht? Eher könnte man den Nebel um einen Flecken mit Wolken vergleichen, doch müßte man dabey bedenken, daß dieſe Wolken immer etwas ganz anders, als was die Wolken auf unſerer Erde ſind, ſeyn könnten.

Zuſatz.

139. Dann müßte aber auch die Sonne wohl mit einer Art von Luft umgeben ſeyn, in der dieſe Ausdünſtungen wie die Wolken in unſerer Luft, ſchwebten. Das **Zodiacallicht**, m. ſ. oben (§. 116. a) wäre dann vielleicht blos eine Fortſetzung dieſer Atmoſphäre oder Sonnenlicht, was von den Dunſttheilchen dieſer Atmoſphäre zurückgeworfen würde. Daß einige Flecken würklich atmoſphäriſchen Urſprungs ſeyn müſſen, hat Hrn. Oberamtmann **Schröder** in Lilienthal, dem wir überhaupt ſehr viele andere intereſſante Entdeckungen und Bemerkungen über die Sonnenflecken zu verdanken haben, (man ſ. **Bode** aſtr. Jahrb. 1792. und **Joh. Hieron. Schröters** Beobachtungen über die Sonnenfackeln und Sonnenflecken, nebſt Bemerkungen über ſcheinbare Fläche, Rotation und Licht der Sonne. Erfurt 1792.) ſehr wahrſcheinlich zu machen geſucht. (M.)

Zuſatz.

Zuſatz.

140. Nach der Meynung anderer ſind die Sonnenflecken vulcaniſche Auswürfe dunkeler Maſſen aus dem innern des Sonnenkörpers, welche durch die Hitze auf der Oberfläche der Sonne nach und nach wieder aufgelößt würden. Andere halten die Flecken für tiefe Gruben, welche von Zeit zu Zeit entſtänden und wieder vergiengen. Hr. Prof. **Bode** hält die Sonne für einen dunkeln Körper, der wie unſere Erde Berge und Thäler habe, aber mit einer Lichtmaterie umgeben ſey, welche um ſelbigen, wie die Luft um unſern Erdball ſtröme. Dieſe **Photoſphäre** ziehe ſich zuweilen auf der Sonne hie und da zurück, und ſo entſtänden Oeffnungen in ihr, durch die man Theile von der dunkelen Sonnenoberfläche ſehen könne, die ſich dann als dunkele Flecken zeigten. Hiedurch erklärt Hr. B. ſehr glücklich die meiſten Erſcheinungen und Veränderungen der Flecken. M. ſ. deſſen Anleitung zur Kenntniß des geſtirnten Himmels, Berlin 1777. S. 626. Ueberhaupt ſieht man aber wohl, daß der Sonnenkörper auf ſeiner Oberfläche mancherley Veränderungen ausgeſetzt ſeyn muß, und da wir übrigens nicht nöthig haben, ihn für einen brennenden Körper zu halten (§. 135 a) ſo kann er auch gar wohl bewohnt ſeyn. (M.)

Zuſatz.

141. So lange man Flecken beobachtet hat, haben ſie ſich immer nach einerley Richtung, nemlich von Oſten nach Weſten durch die Sonnenſcheibe bewegt. Da nun die meiſten wahrſcheinlich auf der Oberfläche der Sonne ſelbſt ſich befinden, ſo kann man annehmen ihre gemeinſchaftliche Bewegung rühre von einer Umdrehung der Sonnenkugel um eine gewiſſe Axe her, und ihre Bewegung ſey alſo nur ſcheinbar. Nach dieſer Vorausſetzung bleibt nichts unerklärt, was die Beobachtungen über die Bahn dieſer Flecken gelehrt haben.

Zuſatz.

142. Die Sonnenkugel hat alſo auch ihren Aequator, und wenn man aus den Beobachtungen der Flecken die Umwälzungszeit der Sonne um ihre Axe berechnet, ſo findet man 25 Tage 10 bis 14 Stunden. Die Axe ſelbſt macht mit der Ecliptik einen Winkel von etwa 82½ Graden. Uebrigens haben die Beobachtungen keinen merklichen Unterſchied zwiſchen dem verticalen und horizontalen Durchmeſſer der Sonne gegeben, und man nimmt ſie daher für eine vollkommene Kugel an. (M.)

Erfahrung.

143. Es reden auch viele von Fackeln in der Sonne, das iſt, einigen Theilchen derſelben, die viel heller als die andern leuchten. Hevel will Selenogr. Prolegom. f. 87.) den 20. Jul. 1634. einige obſerviret haben, die den dritten Theil des Diameters der Sonne eingenommen. Auch will er wahrgenommen haben, daß die Flecken ſich öfters in Fackeln, ſelten aber die Fackeln in Flecken verwandelt. Vid. Appendix ad Selenograph. f. 505, 509. Hugenius erinnert in ſeinem Coſmoth. lib. 2. p. m. 107. daß er niemals dergleichen finden können, ſondern nur in der wölkichten oder nebelichten Materie um die Flecken, dergleichen auch bisweilen ſich allein ſehen läſſet, einige Theile heller als die Flecken erblicket. Auch ſchreibet er die kleine Ungleichheit, welche zuweilen an dem Rande der Sonne ſich zeiget, der Bewegung der Dünſte in unſerer Luft zu.

143 a) Ueber dieſe Sonnenfakeln ſ. Hrn. Schröters oben (§. 139.) angeführte Schrift.

Anmerkung.

144. Ich halte demnach das Bildniß der Sonne für erdichtet, welches Scheiner und Kircher abgemahlet, und Zahn nebſt andern aus ihnen genommen.

Anmer=

Anmerkung.

145. Um die Sonnenflecken zu beobachten, betrachtet man die Sonne durch ein Fernrohr oder Telescop, vor deſſen Oculargläſe, in einer beſondern Faſſung ein gefärbtes, oder von Rauch geſchwärztes ebenes Glas angebracht wird, um durch das Sonnenlicht nicht geblendet zu werden. Sonſt hat man auch das Sonnenbild durch ein aſtronomiſches Fernrohr in ein verfinſtertes Zimmer, auf ein weiſes Blatt Papier fallen laſſen, und die Lagen der Flecken gegen einander, ſo gut ſichs thun ließ, mit Bleyſtift darauf bemerkt. Am beſten beſtimmt man aber Gröſſe, Lage und Bewegung der Flecken durch Micrometer, man ſ. unten (§. 182.) (M.)

145 a) Röslers prakt. Aſtr. §. 236.

145 b) Nöthige Vorſchrift, daß man in einem Fernrohre nicht etwas für einen Flecken hält, was keiner iſt.

Erfahrung.

146. **Unterweilen verlieret die Sonne bey hellem Himmel ihren Schein nach und nach, meiſtens nur in einem Theile. Es läſſet aber nicht anders, als wenn eine ſchwarze Scheibe von Abend gegen Morgen in die Sonne hinein rückete. Und zwar geſchiehet ſolches zu der Zeit, wenn die Sonne und der Mond in Einem Orte des Himmels geſehen werden, oder im Neumonde. Insbeſondere iſt merkwürdig, daß der verfinſterte Theil der Sonne nicht an allen Orten gleich groß iſt, und daß denen, die weiter gegen Abend liegen, die Sonne eher ſcheinet ihr Licht zu verlieren, als denen gegen Morgen: hingegen auch in dem erſten Orte ihr Licht geſchwinder wieder bekommet, als in dem andern.**

Zuſatz.

147. Weil die Sonne nicht an allen Orten des Erdbodens zu gleicher Zeit, auch nicht gleich viel von ihrem Lichte verlieret, ſo kann es keine würkliche Beraubung

bung des Lichtes ſeyn, ſondern es muß nur ein dichter und ſchattichter Körper zwiſchen unſer Auge und die Sonne treten, welcher die Sonnenſtrahlen nicht durchläſſet, und ſo weit als die Sonne von uns zu ſeyn ſcheinet, ob er gleich in der That von ihr weit weg ſeyn kann (§. 55. Optik).

Zuſatz.

148. Dieſer Körper muß rund ſeyn, weil er ſich als eine Scheibe auf der Sonne darſtellet.

Zuſatz.

149. Da nun der Mond ſich von Abend gegen Morgen beweget (§. 37.), und zu der Zeit, da die Sonne ihr Licht verlieret, zwiſchen der Erde und der Sonne kommet (§. 146.), er auch, wenn er voll iſt, wie eine runde Scheibe ausſiehet, ſo iſt kein Zweifel, daß nicht der Mond derjenige Körper ſey, welcher uns auf eine Zeit des Sonnenlichtes beraubet. Und muß daher der Mond das Licht der Sonne nicht durchfallen laſſen, und alſo ein dichter ſchattichter Körper ſeyn.

Erklärung.

150. Die Sonnenfinſterniß **iſt eine Bedeckung der Sonne von dem Monde, welcher zwiſchen der Erde und der Sonne ſtehet.**

Erfahrung.

151. **Als die Sonne A. 1706. verfinſtert ward, ſahe man einen Ring um den Mond, der mit ſeinem Rande parallel war, nahe an dem Monde dichte ausſahe, aber immer dünner wurde, bis er ſich in einer völligen Peripherie unvermerkt verlohr. Der** Herr von Tſchirnhauſen **in Dresden hat durch ein ſechzehenſchuhiges Fernglas wahrgenommen, daß kurz vor dem Anfange der Finſterniß das Sonnenlicht an dem Orte zu zittern angefangen, wo der Mond eingerü-**

gerücket. Eben dergleichen hat er in dem letzten Zolle des Sonnenlichtes angemerket, als er verfinſtert war, und ich habe es zu anderer Zeit in dem Rande der Sonne durch ein achtſchuhiges Fernglas obſerviret, da ſie aus den Wolken an dem Horizont hervorbrach, und nach langem Regen die Luft voller Dünſte war, welches aber verſchwand, als die Sonne höher ſtieg, und die Dünſte in der Luft zertheilte. Dergleichen Ring hat man auch in England A. 1711. in einer großen Sonnenfinſterniß obſerviret.

151 a) Wolf und andere haben aus dieſem Ringe eine **Atmoſphäre des Mondes** folgern wollen. Allein er kann auch blos von der **Beugung** des an dem Mondrande vorbeyfahrenden Sonnenlichtes herrühren (§. 47. Dioptr.) Ein ähnlicher Ring zeigt ſich um jeden Körper, mit dem man ſich die Sonne verdeckt, oder das Sonnenlicht um ihn in ein verfinſtertes Zimmer fallen läßt. Das Zittern des Sonnenlichtes kann ein Erfolg von Dünſten unſerer Atmoſphäre ſeyn, wie das **Blinkern der Fixſterne**, und das Zittern der Gegenſtände, die man durch ein ſtark vergröſſerendes Fernrohr betrachtet. Ob aber überhaupt der Mond einen Luftkreis habe, darüber ſind die Meynungen ſehr getheilt. **Tobias Mayer** läugnete ihn. Nach neuern Beobachtungen des Hrn. Oberamtmann **Schröter**, und nach Gründen, denen man den Beyfall nicht verſagen kann, iſt eine **ſolche Atmoſphäre um den Mond wahrſcheinlich.** Doch muß man die Aehnlichkeit derſelben, mit der unſerer Erde, nicht ſo weit treiben, wie Wolf, der auf dem Monde ſogar regnen, ſchneyen und hageln läßt. Auf dem Monde, ſo wie auf andern Weltkörpern, giebt es ohnſtreitig ganz andere Materien, welche luft- und dunſtförmig werden können, als auf unſerer Erde, und was daher aus der Mondatmoſphäre niederfällt, darf nicht mit **unſern** Lufterſcheinungen verglichen werden.

Tob. Mayers Beweis, daß der Mond **keinen** Luftkreis habe, in den kosmographiſchen Sammlungen. Nürnb. 1748.

J. H.

J. H. Schröters ſelenotopographiſche Fragmente, 2. Abſchn. 5. Abth. Ebendeſſ. Beobachtung einer Mondatmoſphäre in den Gött. Gel. Anz. 1792. 86. Stük, und 1795. 122ſtes Stück.

Erfahrung.

152. Wenn der Mond nach dem Untergange der Sonne nahe bey dem Horizont geſehen wird, ſo iſt nur ein kleiner Theil erleuchtet. Je weiter er von der Sonne wegrücket, je ein gröſſerer Theil wird lichte. Wenn er 180 Grad, oder den halben Himmel, von der Sonne weg iſt, und ihr in Anſehung unſerer Erde gegenüber ſtehet, ſo hat der ganze Mond Licht. Gehet er weiter fort, und kommet die Sonne wieder näher, ſo nimmt das Licht wieder ab, bis er es endlich ganz verlieret, wenn er wieder zu der Sonne kommet. Es iſt aber, ſo lange das Licht zunimmet, der lichte Theil gegen Abend, wenn es abnimmet, gegen Morgen gekehret. Auch iſt merkwürdig, daß man auch den finſtern Theil des Mondes ſehen kann, wenn er noch nicht die Hälfte Licht hat, und ſiehet er wie ein ſehr blaſſes Wölklein aus.

Erklärung.

153. Wenn der Mond zu der Sonne kommet und kein Licht hat, nennen wir ihn den Neumond; wenn die Hälfte gegen Abend Licht hat, das erſte Viertel; wenn er ganz hell iſt, den Vollmond; endlich wenn die Hälfte gegen Morgen ſcheinet, das letzte Viertel.

Erfahrung.

154. Der Mond verlieret zuweilen bey hellem Himmel, wenn er mit vollem Lichte ſcheinen ſoll, ſein Licht entweder ganz, oder zum Theil.

Theil. Es läſſet aber nicht anders, als wenn eine dunkele Scheibe von Morgen gegen Abend in den Mond einrückete. Auch iſt merkwürdig, daß allen Bewohnern der Erde in einerley Augenblicke ein gleich großer Theil des Mondes verfinſtert erſcheinet, auch der Mond zu ſelbiger Zeit entweder in der Ecliptik, oder ſehr nahe bey derſelben iſt.

Zuſatz.

155. Wenn der Mond mit vollem Lichte ſcheinet, ſo ſtehet die Erde zwiſchen ihm und der Sonne (§. 152.). Die Erde wirfet einen Schatten der Sonne gegen über (§. 34. Optik). Da ſie nun in der Ecliptik ſtehet (§. 45.); ſo fället ihr Schatten gegen den Grad der Ecliptik, welcher von dem Orte 180 Grad entfernet iſt. Derowegen da bey dieſem Grade ſich der Mond befindet, wenn er ſein Licht verlieret, ſo iſt keinesweges zu zweifeln, daß die Urſache der Beraubung des Mondenlichtes daher rühre, weil er in den Schatten der Erde kommt.

Zuſatz.

156. Weil der Mond in dem Schatten der Erde des Lichtes beraubet wird, damit er die Erde erleuchtet, ſo kann dieſes Licht nicht ſein eigen ſeyn, ſondern er muß es anders woher haben, und zwar von der Sonne, weil der erleuchtete Theil beſtändig gegen ſie gekehret iſt (§. 152.).

Erklärung.

157. Die Mondfinſterniß iſt eine **Verdunkelung des Mondes durch den Schatten der Erde, darein er kommt.**

Erfahrung.

158. **In einigen Finſterniſſen iſt der Mond bey hellem Himmel, da man die kleineſten Fixſterne**

ſterne gar wohl ſehen konnte, ganz verſchwunden, ſo daß man den Ort auch durch die beſten Ferngläſer nicht finden können, wo er geſtanden. Dergleichen hat Kepler A. 1580. und 1583. (Aſtron. Opt. p. 227.) A. 1601. (l. c. p. 279.) und 1620. (Aſtron. Copernic. lib. 5. p. 825) imgleichen Hevel (Selenogr. cap. 6. f. 117.) obſerviret. Als eben dieſes in einer Mondfinſterniß 1642. d. 14. Apr. Ricciolus mit vielen Jeſuiten zu Bononien, imgleichen viele durch ganz Holland wahrnahmen, wurde der Mond doch zu Venedig und Wien geſehen, und zwar ſahe er in dem erſten Orte ganz roth aus. Vid. Ricciolus Almag. Nov. lib. 4. c. 6. Schol. 4. f. 203.). In der Mondfinſterniß, welche ſich den 23. Decemb. 1703. ereignete, ſahe der Mond in der gänzlichen Verfinſterung zu Arles dunkelroth und braun, zu Avignon hingegen hellroth aus, ja ſo helle, als wenn er durchſichtig wäre, und die Sonne von der andern Seite durchſchiene. Zu Marſeille ſahe er gegen Nordweſt röthlich, und gegen Südoſt ganz dunkel aus, und verſchwand völlig bey ganz hellem Himmel.

Zuſatz.

159. Weil die Farben des Mondes nicht beſtändig einerley ſind in ſeiner Verfinſterung, ja zu einer Zeit an verſchiedenen Orten nicht einerley Farben, und in einigen gar keine geſehen werden, ſo können ſie dem Monde nicht eigenthümlich ſeyn.

Zuſatz.

160. Da nun keine Farben ſeyn können, wo kein Licht iſt (§. 46. u. ſeq. Opt.); ſo muß der Mond auch in den Erdſchatten noch einiges Licht haben. Und da die Strahlen dieſes Lichtes in der Luft gebrochen werden, dadurch ſie in unſere Augen fallen (§. 129.); ſo müſſen ſie

an verſchiedenen Orten auf verſchiedene Art gebrochen werden, denn ſonſt könnten ſie nicht in verſchiedene Farben verwandelt werden. Derowegen entſtehen die verſchiedenen Farben des Mondes in ſeiner Verfinſterung von der verſchiedenen Beſchaffenheit der Luft an verſchiedenen Orten.

Zuſatz.

161. Weil die Strahlen der Sonne in unſerer Luft gebrochen werden, ſo fahren ſie auch hin und wieder durch den Erdſchatten durch, und zwar um ſo viel mehr, je ſtärker die Refraction iſt, folgends hat der Mond in dem Erdſchatten viel oder wenig Licht, nach der Beſchaffenheit der Luft, die von der Sonne erleuchtet wird. Derowegen können die Farben an einem Orte in verſchiedenen Zeiten unterſchieden ſeyn, obgleich die Luft daſelbſt einerley Beſchaffenheit hat.

Erfahrung.

162. Der Mond ſiehet ſowohl den bloſſen Augen, als durch ein Fernglas, an einem Orte heller, als in dem andern aus. Wenn ihr durch ein Fernglas den zu- und abnehmenden Mond betrachtet, ſo ſiehet die Peripherie, darinnen ſich das Licht endet, in den hellen Orten höckericht, in den dunkelen aber gleich und eben aus. In den großen Flecken findet man hin und wieder kleine helleuchtende Theile. Abſonderlich aber ſind zwey Dinge merkwürdig: nemlich 1) daß einige Theile in dem Monde erleuchtet werden, die von dem erleuchteten Theile abgeſondert ſind, und in dem noch finſteren liegen: 2) daß auſſer den groſſen Flecken, die man mit bloßen Augen ſehen kann, durch die Ferngläſer noch andere kleine entdecket werden, welche von Tage zu Tage, ja von Stunde zu

Stunde ihre Gröſſe, Figur und Stelle ändern, ſich in die Runde herum bewegen, und ſtets der Sonne entgegengeſetzt ſind. Dieſes alles wird vom Hevelio in ſeiner Selenographia umſtändlich gewieſen.

Zuſatz.

163. Alle Theile des Mondes werden von der Sonne auf gleiche Art erleuchtet. Da ſie nun aber nicht helle ausſehen, können ſie nicht auf einerley Art die Sonnenſtrahlen zurücke werfen, und ſind dannenhero auch ſelbſt von verſchiedener Art.

Zuſatz.

164. Weil die Peripherie, darinnen ſich das Licht endet, in den Flecken gleich und eben iſt, ſo müſſen die Theile des Mondes, welche weniger Licht als die anderen zurücke werfen, auch ſelbſt gleich und eben ſeyn.

Zuſatz.

165. Die Theile, welche eher erleuchtet werden, als andere, die dem erleuchteten Theile des Mondes näher liegen, müſſen höher als ſie ſeyn.

Zuſatz.

166. Die veränderlichen Flecken haben alle Eigenſchaften des Schattens (§. 35. 39. 43. 44. 45. Optik).

Erfahrung.

167. Hevel (Cometograph. lib. 7. f. 363.) hat zu verſchiedenen malen wahrgenommen, daß der Mond und ſeine Flecken nicht klar und helle, wie zu anderer Zeit, ausgeſehen; unerachtet er einerley Weite von der Erde und einerley Höhe über dem Horizont gehabt, und der Himmel allenthalben ſo helle geweſen, daß er die Sterne von der ſechſten und ſiebenten Gröſ-

ſe ſehen können, über dieſes ſich eben des Fernglaſes bedienet, damit er ſonſt den Mond zu obſerviren gewohnt geweſen.

Zuſatz.

168. Aus den Umſtänden der Obſervation erhellet, daß die Urſache, warum der Mond zu einer Zeit dunkeler ausgeſehen, als zu der andern, in etwas zu ſuchen ſey, welches nahe um den Mond geweſen, und gehindert, daß man deutlich durchſehen können.

168 a) Vielleicht alſo in der Mondatmosſphäre.

Erfahrung.

169. Caſſini (Memoires de l' Acad. Royale de Sciences An. 1706. p. m. 327.) hat öfters obſerviret, daß, wenn Saturnus, Jupiter und einige Fixſterne von dem Monde bedecket worden, die Figur etwas länglicht worden, indem ſie dem Rande des Monds nahe gekommen, ſowohl auf der erleuchteten als finſtern Seite deſſelben. Hingegen hat er auch ſehr oft ihre Figur unverändert geſehen.

Zuſatz.

170. Weil die Figur der runden Körper durch die Refraction der Strahlen, die von ihnen in das Auge fallen, in ein Oval verwandelt wird, ſo muß in dem erſten Falle eine dichte Materie um den Mond geweſen ſeyn, darinnen die Strahlen der Sterne gebrochen worden: in dem andern Falle aber muß ſie nicht mehr daſelbſt anzutreffen geweſen ſeyn.

Anmerkung.

171. Wollet ihr zweifeln, ob dieſe Veränderung der Figur von der Refraction verurſachet werden könne, ſo kleibet einen runden Circul von Papier mit Wachs inwendig an ein Glas, oder an ein anderes Gefäſſe, und gieſſet Waſſer darein. Durch das Waſſer wird euch der Circul wie ein Oval ausſehen.

Daraus verſtehet ihr zugleich, warum die Sonne und der Mond im Horizonte wie ein Oval ausſehen, wenn die Luft daſelbſt ſehr dunſtig iſt.

171 a) Es iſt ausgemacht, daß die Erſcheinung (§. 169.) auch von der Beugung der Lichtſtrahlen herrühren kann.

Lehrſatz.

172. **Der Mond iſt ein dichter und dunkeler Körper, der viele Berge, Thäler und Meere hat.**

Beweis.

In den Sonnenfinſterniſſen tritt der Mond zwiſchen die Sonne und die Erde (§. 146.), und wird alſo von ihr auf der von uns weggekehrten Seite beſchienen. Wenn er nun durchſichtig wäre, würden die Strahlen der Sonne durchdringen und einen hellen Glanz in dem Monde verurſachen. Er ſiehet aber vielmehr in gänzlichen Verfinſterungen der Sonne ganz ſchwarz aus (§. 151.). Derowegen muß er ein dichter und dunkeler Körper ſeyn. **Welches das erſte war.**

An der Mondfläche ſind einige Theile über die andern erhaben (§. 165.), und zwar merklich, denn ſonſt könnten wir ſie in der Weite nicht ſehen (§. 25. Optik.). Die erhabenen Theile nennen wir Berge, die tiefen Thäler. Derowegen ſind in dem Monde Berge und Thäler. **Welches das andere war.**

Wir finden in dem Monde große Plätze, die weniger Licht als die andern zurücke werfen, und dabey gleich und eben ſind (§. 164.). Nun haben die flüßigen Körper eine ganz gleiche und ebene Fläche, und werfen weniger Licht zurücke als die Erde, weil ſie durchſichtig ſind, und einen Theil der Strahlen durchfallen laſſen. Derowegen müſſen die beſtändigen Flecken des Mondes eine flüßige Materie, und zwar, weil ſie keine Farben haben, auch ſich niemals ändern, Waſſer ſeyn. Demnach giebt

giebt es Meere im Monde. Welches das dritte war.

172 a) Daß die dunkeln großen Plätze auf dem Monde Meere ſeyn müſſen, daß möchte denn doch nicht ſo ganz aus Wolfs Schlüſſen folgen. Es giebt ohne Zweifel auch feſte Materien, welche bey einerley Beleuchtung dunkeler als andere ausſehen. Da indeſſen Hevel in ſeiner Selenographia mehreren dunkeln Flecken den Nahmen von Meeren gegeben hat, ſo kann man ihnen unter der gehörigen Einſchränkung dieſe Nahmen laſſen. Wahrſcheinlicher ſind große Thaigegenden, die aber doch öfters auch noch Unebenheiten haben, wie die Lichtſtreifen ausweiſen, die man darinn entdeckt, welche durch ihren Schatten zu erkennen geben, daß ſie niebrige Bergdämme ſind. Auch iſt der Schatten der Gebirge auf dieſen Ebenen viel ſchärfer begränzt, als er auf einer Waſſerfläche ſeyn könnte.

Zuſatz.

173. Solchergeſtalt ſind die hellen Plätze in dem Meere Inſuln.

Zuſatz.

174. Da man aber auch erhabene Oerter in den Meeren des Mondes und an den Ufern obſerviret, ſo ſind darinnen große Steinklippen und Vorgebürge.

Anmerkung.

175. Ihr werdet dieſen Schlüſſen deſto ſicherer trauen, wenn ihr euch mit Heveln (Selenogr. cap. 6. p. 48.) auf einem hohen Thurm oder Berge umſehen wollet. Denn wo das Land eben iſt, wird der Horizont auch gleich und eben, wo jenes aber bergicht und felſicht iſt, wird dieſer ungleich und zackicht ſeyn.

Zuſatz.

176. Ihr könnet nicht zweifeln, daß die veränderlichen Flecken, welche lauter Eigenſchaften des Schattens haben (§. 166.) würklicher Schatten der Berge und Felſen ſind.

Zuſatz.

177. Weil die Berge in dem Monde einen Schatten werfen, ſo ſiehet man auch daraus, daß er ein vor ſich finſterer und undurchſichtiger Körper ſey.

Zuſatz.

178. Derowegen wirfet er auch beſtändig einen Schatten hinter ſich der Sonne gegen über (§. 34. Optik).

Zuſatz.

179. Wenn alſo eine Sonnenfinſterniß iſt, ſo kommet die Erde in den Schatten des Mondes (§. 150.), gleichwie der Mond in ſeiner Verfinſterung in den Schatten der Erde tritt (§. 155.). Demnach iſt die ſogenannte Sonnenfinſterniß in der That eine Erdfinſterniß.

Anmerkung.

180. Wer die Nahmen der verſchiedenen hellen und dunkeln Mondflecken kennen lernen will, bediene ſich der **Charten**, welche **Hevel**, **Riccioli**, und **Tobias Mayer** von der Mondoberfläche gegeben haben. Die von Hevel und Riccioli finden ſich auch im Doppelmairiſchen Himmelsatlas. Hevel hat den Flecken und Bergen Nahmen von Meeren und Bergen unſerer Erde gegeben. Riccioli hat ſie nach Nahmen berühmter Aſtronomen und Phyſiker getauft. Die Sternkündiger bedienen ſich gewöhnlich der letztern. Die Charte von **Tobias Mayer**, in deſſen opp. ineditis, welche durch Hrn. Hofrath **Lichtenberg** in Göttingen beſorgt worden, iſt eigentlich keine Vollmondscharte, ſondern aus den Erſcheinungen der einzeln Mondsbrüche beym Ab- und Zunehmen deſſelben gezeichnet worden. Die Flecken ſind aber darinn mit ſehr großer Genauigkeit beſtimmt, und wie in der Geographie durch Längen und Breiten in Anſehung des Mondäquators angegeben. — (**Mayers** Abh. über die Umwälzung des ☽ um ſeine Axe in den koſmogr. Samml. 1748. IV. Abh.) **Mondkugeln**, welche er verfertigen wollte, ſind aber nicht zu Stande gekommen.

Neuere vortrefliche Zeichnungen und Bemerkungen über Mondsgegenden hat Hr. **Schröter** in oben (§. 151 a) angeführten Meiſterwerke nebſt ſinnreichen Muthmaßungen über die Natur und Beſchaffenheit der Mondoberfläche gegeben. Merkwürdig

würdig iſt, daß ſehr viele Flecken einen hellen erhabenen Ring oder Rand um ſich haben, und wie die vulkaniſchen Trichter und Becken auf unſerer Erde geſtaltet ſind. Ueberhaupt zeigt die Beſchaffenheit der ganzen Mondoberfläche deutliche Spuren von vorgegangenen heftigen Naturwürkungen. Hier giebt es vulcanartige Tiefen von einigen 1000 Klaftern, bey einem Durchmeſſer von mehreren Meilen. (Schröters Beyträge zu den neueſten aſtronomiſchen Entdeckungen, herausgegeben von Bode 1788.) Oft greifen kleine Ringgebürge in den Wall der Gröſſern ein, und in jene wieder kleinere, eben ſo wie die vulcaniſchen Trichter auf unſerem Aetna. Indeſſen von noch würklich vorhandenen brennenden Vulcanen, welche Hr. Herſchel bemerkt haben wollte, hat doch Hr. Schröter nichts deutliches wahrgenommen, und die hellen Lichtpünktchen auf der dunkeln Seite des Monds, welche dafür gehalten worden ſind, mögen wahrſcheinlich nur ſolche Theile des Mondes ſeyn, welche das auf ſie fallende Erdenlicht, ſtärker, als die umliegenden, zurückwerfen. So laſſen ſich denn durch dieſe hellen Punkte auch wohl die Erſcheinungen erklären, welche Halley, Louville und Ulloa, bey Sonnenfinſterniſſen wahrgenommen, und theils für Blitze, theils für Löcher in dem Monde, gehalten haben. Ueberhaupt über Vulcane im Monde. Bode aſtr. Jahrb. 1792. (M.)

Anmerkung.

181. I. Der Mond zeigt der Erde beſtändig einerley Seite, weil wir nur immer dieſelben Flecken ſehen. Wir kennen alſo nur die eine Hälfte von der Oberfläche des Mondes; die andere erblicken wir nie, ungeachtet ſie von der Sonne eben ſo gut beleuchtet wird, als die uns zugekehrte Hälfte. Und ſo kömmt denn auch den Mondbewohnern auf jener Hälfte nie unſere Erde zu Geſichte. Indeſſen ſind doch die Gränzen zwiſchen dieſen beyden Hälften nicht ganz unveränderlich, und ſchon Galiläi bemerkte, daß an dem Rande der Mondſcheibe hie und da Flecken der andern Hälfte zum Vorſchein kommen, indem von der dieſſeitigen an dem entgegengeſetzten Rande welche verſchwinden, die man vorher erblickte. Dieſe Veränderung bemerkt man ſowohl an dem öſtlichen und weſtlichen, als auch an dem nördlichen und ſüdlichen Rande der Mondſcheibe. Man heiſt dieſe periodiſche Verrückung oder Bewegung bald nach der einen bald nach der andern Seite, das Schwanken des Mondes, oder die Libration, und ſie iſt der Erfolg des Winkels, den ſeine Bahn mit der Ecliptik macht, und ſeiner

ungleichförmigen Bewegung um die Erde, läßt ſich aber hier nicht vollſtändig erklären. M. ſ. hierüber **Tob. Mayers** oben (§. 180.) angeführte Abh. in den kosmogr. Nachr. und de la Lande Aſtr. 2. Ausg. §. 3187.

II. Daß ſich übrigens der Mond um eine gewiſſe Axe drehen müſſe, ohngeachtet er uns immer dieſelbe Seite zukehrt, folgt daraus, weil er ſich in 27 bis 28 Tagen um die Erde bewegt. Denn drehete er ſich nicht innerhalb eben dieſer Zeit auch um ſeine eigene Axe, ſo müßte er uns nach und nach einen jeden Theil ſeiner Oberfläche zukehren, wie ein kleines Nachdenken ſehr bald zeigen wird. **Es iſt alſo die Zeit in der ſich der Mond um ſeine Axe dreht, derjenigen gleich die er braucht um die Erde zu kommen,** kleine Abweichungen abgerechnet, die hier nicht vorgetragen werden können. (M.)

Aufgabe.

182. **Ein Mikrometer, d. i. ein Werkzeug anzugeben, wodurch man die ſcheinbaren Gröſſen** (Opt. §. 51 a) **von allerley kleinen Gegenſtänden am Himmel, meſſen kann.**

Auflöſung.

I. 10. 1. In dem Brennpunkte des Objektivglaſes eines aſtronomiſchen Fernrohres befeſtiget einen Ring von Meſſing AB.

2. Durch dieſen ſchraubt zwey Schrauben C und D gleifalls von Meſſing (oder auch Stahl) mit ſehr engen und gleichen Gängen, die bis zum Mittelpunkte des Ringes zuſammengeſchraubt werden können. So iſt das Inſtrument fertig.

Beweis.

Zählet nach einer accuraten Perpendikeluhr die Minuten und Secunden, die ein Stern, der im Aequator iſt (z. E. δ des Orions oder x der Fiſche u. d. g.) braucht, um in dem unbeweglichen Fernrohre von dem Ende E der einen Schraube bis zu dem Ende F der andern zu kommen,

und

und verwandelt ſie nach (§. 67 a) in Minuten und Secunden des Aequators. Zählet dann auch, wie oft ihr die Schrauben umdrehen müſſet, bis ſie zuſammenſtoſſen, ſo wiſſet ihr wie viel Schraubengewinde, auf eine Minute des Aequators, oder auf eine ſcheinbare Gröſſe von einer Minute gehen, und könnet daher ein Täfelein ausrechnen, darinn einer jeden Zahl der Gewinde ihre zugehörige Secunden, oder ſcheinbare Gröſſen, zugeeignet werden. Wenn ihr nun z. E. nach dem verfinſterten Monde ſehet, und die Schrauben dergeſtalt richtet, daß ſie beyderſeits die äuſſerſten Punkte an der Peripherie des Mondes berühren, wo das Licht ſich endiget, ſo dürfet ihr nur zählen, wie vielmahl die Schrauben umgewendet werden müſſen, bis ſie zuſammenſtoßen; dieſe Zahl zeiget in dem verfertigten Täfelein die ſcheinbare Gröſſe der Sehne des verfinſterten Theiles in Minuten und Secunden. Solchergeſtalt könnet ihr durch dieſes Inſtrument die Kleinigkeiten am Himmel meſſen, die ſich durch Octanten, Sextanten, Quadranten u. d. g. nicht meſſen laſſen. W. Z. E.

Zuſatz.

183. Durch dieſes Inſtrument könnet ihr die ſcheinbare Länge der Schatten, den die Berge in dem Monde werfen, und der Meere, imgleichen die Weite der Spitze eines Berges, die erleuchtet wird, von dem erleuchteten Theile des Mondes meſſen.

Anmerkung.

184. Hevel (Selenogr. c. 8. f. 266.) hat ſie in verſchiedenen Bergen $\frac{1}{26}$, in andern nur $\frac{1}{30}$, $\frac{1}{34}$, ja $\frac{1}{40}$ des ſcheinbaren Diameters des Mondes, und an einigen noch geringer gefunden.

184 a) I. Wolf hat (§. 181.) das Micrometer beſchrieben, welches Chriſtfried Kirch zu Berlin im Jahre 1679. erfunden hat. Es iſt unter dem Nahmen des Schraubenmicrometers bekannt. Beym Gebrauche deſſelben ſind

noch allerley Vorſichten zu beobachten, die man umſtändlich bey den Schriftſtellern über die practiſche Aſtronomie findet. Hier reicht es hin die Möglichkeit einzuſehen, wie man durch Vorrichtungen dieſer Art ſehr kleine ſcheinbare Gröſſen an dem Himmel meſſen kann. Die Hauptſache kömmt immer darauf an, daß man auf das genaueſte die ſcheinbare Gröſſe weiß, die **einer** Schraubenumdrehung entſpricht, und dazu laſſen ſich noch mehrere Vorſchriften erdenken, als Wolf angegeben hat. Man kann z. B. einen Stab von bekannter Länge auf einer Horizontalebene abſtecken, und ſich nun ſo weit von ihm entfernen, daß man annehmen darf, das Bild deſſelben falle in den Brennpunkt des nach ihm gerichteten Fernrohres, alſo an die Stelle, wo ſich das Schraubenmicrometer befindet. Mißt man nun des Stabes Weite von dem Objectivglaſe des Fernrohres, ſo läßt ſich aus dieſer und des Stabes Länge, die ſcheinbare Gröſſe deſſelben $= \alpha$, trigonometriſch finden. Wenn nun dieſer Stab, durch das Fernrohr betrachtet, n Umdrehungen des Schraubenmicrometers zwiſchen ſich faßte, ſo würde **einer** Umdrehung entſprechen eine ſcheinbare Gröſſe von $\frac{\alpha}{n}$ Secunden, wenn α durch Secunden ausgedrückt worden wäre. So könnte man hieraus denn ebenfalls eine Tafel wie (§. 181.) berechnen.

II. Statt des Schraubenmicrometers bedient man ſich jetzt vortheilhafter des Micrometers, welches **Tob. Mayer** erfunden, und in den koſmograph. Samml. beſchrieben hat. Es beſteht (Fig. 25. Tab. V.) aus einem ebenen Glaſe, worauf ſehr nahe neben einander äußerſt feine Parallellinien geriſſen ſind, die durchgehends gleiche Weite von einander haben müſſen. Dies Glas wird ſtatt des Schraubenmicrometers in dem Brennpunkte des Fernrohres angebracht. Nun richtet man das Fernrohr wie in (I) nach einem Gegenſtande von bekannter ſcheinbarer Gröſſe $= \alpha$, und unterſucht, wie viel Zwiſchenräume von Parallelen, das Bild deſſelben ab zwiſchen ſich faßt. Geſetzt n Zwiſchenräume, ſo würde wie in (I.) einem Zwiſchenraume eine ſcheinbare Gröſſe $= \frac{\alpha}{n}$ entſprechen, und ſo könnte man ſich denn, der Zwiſchenräume dieſer Parallelen, um ſcheinbare Weiten am Himmel zu meſſen, eben ſo bedienen, wie (§. 181.) der Gewinde des Schraubenmicrometers.

Die

Die Striche dieſes Micrometers können entweder vermittelſt eines Diamants eingeriſſen werden (die **Branderiſchen** Glasmicrometer) oder eingeſchliffen, oder auch durch Dämpfe der Flußſpatſäure eingeätzet werden. (M. ſ. **Mayers** prakt. Geom. II. Thl. §. 176. VII und VIII). Hr. Prof. **Schmidt** in Gieſen bedient ſich der tropfbaren Flußſpatſäure, und meynet ſie ſey vortheilhafter als die Dämpfe zu gebrauchen. Wenn man indeſſen die Vorſchriften, welche ich a. a. O. angegeben habe, **genau** befolgt, ſo wird man, vermittelſt der Dämpfe, die Linien gewiß eben ſo ſauber erhalten, als vermittelſt der tropfbaren Säure, wie Hr. Prof. Schmidt nun ſelbſt eingeſtehen wird, nachdem ich ihm ein ſolches Micrometer zugeſandt habe.

G. G. **Schmidt** vollſt. Unterricht über den Gebrauch der Micrometer. Frankf. a. Mayn 1795. S. 62.

Wer ſich überhaupt vollſtändig über die verſchiedenen Arten von Micrometern und ihren Gebrauch unterrichten will, dem kann kein Buch mehr ein Gnüge leiſten, als Hrn. Hofr. **Käſtners** aſtron. Abh. 2te Samml. VI. Abh. Auch findet man das nöthigſte hievon in dem 2ten Theile meiner prakt. Geom. und in **Koslers** prakt. Aſtr. II. K.

III. **Herſchels** Lampenmicrometer ſ. oben (§. 33. Dioptr.).

Bouguers Heliometer. (Käſtner a. a. O. §. 348 ꝛc.)

Maskelynes prismatiſches Mikrometer (Hell Ephem. 1780.).

Erfahrung.

185. **Wenn ihr die ♀ durch ein Fernglas beſchauet, ſo werdet ihr meiſtens nur einen Theil derſelben erleuchtet ſehen, wie in dem Monde, wenn er nicht voll iſt. Und zwar iſt der erleuchtete Theil beſtändig der Sonne zugekehret.** (Hevelius in Prolegom. Selenogr. f. 68. & ſeqq.). **Auch werdet ihr den ☿ meiſtens nur zum Theil erleuchtet ſehen, und zwar viel oder wenig, nachdem er gegen der Sonne ſtehet.** (Hevelius l. c. f. 74. 75.). **Ja auch im ♂ werdet ihr dergleichen wahrnehmen.** (Hevelius l. c. f. 66. 67.).

Erfahrung.

186. Petrus Gaſſendus hat 1631. d. 7. Nov. zuerſt, und nach ihm andere zu verſchiedenenmalen, den ☿ unter der Sonne geſehen, welcher wie ein ſchwarzer runder Flecken ſich durch den Sonnenteller durch zu bewegen ſchien. Auf eine ſolche Art hat Jeremias Horoccius A. 1693. d. 24. Nov. die ♀ in der Sonne geſehen, welche Begebenheit, ſo lange die Welt ſtehet, ſonſt nie obſerviret worden, auch nicht eher wiederkommen wird, als 1761. den 25. May.

186 a) Auch 1769. den 3. Jun. gieng ♀ durch die Sonne. Zunächſt wird dies wieder in den Jahren 1874; 1996 geſchehen. (De la Lande Aſtr. §§. 2029. 2038.) Die Durchgänge ☿ ſind häufiger.

Erfahrung.

187. Wenn ihr aber ordentlich einige Zeit nach einander die ♀ obſerviret, werdet ihr mit Heveln (Selenogr. Proleg. f. 68. 69.) befinden, daß, wenn ſie bald nach dem Untergange der Sonne geſehen wird, ſie mit vollem Lichte ſcheinet; je weiter ſie aber von der Sonne wegrücket, immer mehr und mehr von ihrem Lichte verlieret, bis ſie endlich in ihrer größten Entfernung (welche niemals über 47 Gr. iſt) nur halb erleuchtet erſcheinet. Indem ſie nach dieſer Zeit ſich der Sonne wieder nähert, nimmet ihr Licht noch immer mehr und mehr ab, je näher ſie der Sonne kommet. Und ſo bald ſie wieder kurz vor der Sonnen Aufgang geſehen wird, iſt ſie nur ganz wenig erleuchtet. Doch indem ſie von der Sonne weggehet, nimmet ihr Licht immer zu, bis ſie in dem größten Abſtande von ihr abermal die Hälfte erleuchtet iſt. Wenn ſie aber zu der Sonne wieder zurücke

kehret, nimmet ihr Licht immer zu, daß ſie endlich mit vollem Lichte ſcheinet, wenn ſie ſich unter die Strahlen der Morgenſonne verbergen will.

Zuſatz.

188. Die ♀ beweget ſich um die Sonne herum, und muß alſo bald über, bald unter der Sonne, folgends der Erde bald näher, bald weiter von ihr weg ſeyn, als die Sonne.

Erfahrung.

189. Eben dergleichen hat Hevel (l. c. f. 74. & ſeqq.) von dem ☿ angemerket, welcher niemals weiter als 28 Gr. von der Sonne weggehet.

Zuſatz.

190. Der ☿ beweget ſich auch um die Sonne, muß aber ihr näher als die ♀ ſeyn, weil er niemals ſo weit von ihr, wie ſie, weggehet; er iſt aber auch unterweilen von der Erde weiter weg, als die Sonne.

Erklärung.

191. Die Venus heiſſet der Morgenſtern, (Phoſphorus oder Lucifer), wenn ſie vor der Sonne hergehet; hingegen der Abendſtern, (Heſperus), wenn ſie ihr nachfolget.

Erfahrung.

192. De la Hire hat A. 1700. (Memoires de l'Academie Royale des Sciences A. 1700. p. 288. & ſeqq.) durch ein ſechzehnſchuhiges Fernglas in der ♀ gröſſere Berge als im Monde obſerviret. Sie ſahe aber durch ſein Fernglas dreymal ſo groß aus, als der Mond mit bloſſen Augen geſehen wird. In den übrigen Planeten hat man keine Berge wahrnehmen können.

192a) Joh. Hieron. Schröters Beobachtungen über die ſehr beträchtlichen Gebirge, und die Rotation der Venus. Erfurt, 1793.

Erfahrung.

193. Caſſini hat zu verſchiedenenmalen in der ♀ zwey Flecken obſerviret. Eben ſo hat er An. 1666. den 3. März zu Bononien in ♂ vier dunkele Flecken durch ein Fernglas von 16½ Schuhen, und den 24. Febr. zwey andere viel gröſſere geſehen, welche letztere zu eben der Zeit Campani zu Rom durch ein Fernglas von 35 Schuhen entdecket. Er hat auch 1665. in dem ♃ zwey Flecken, An. 1690. zwey andere kleinere, und An. 1691. noch zwey andere weiſſe wahrgenommen. In dem ☿ aber, welcher der Sonne ſehr nahe iſt, hat man wegen ſeines hellen Lichtes, und in dem ♄ wegen ſeiner allzugroſſen Weite von der Erde noch keine Flecken entdecken können. In dem ♂ ſahe Hugenius An. 1656. einen breiten dunkelen Streifen, der mitten durchging, und beynahe den dritten Theil des Diameters durchgehends breit war. Sonſt trift man beſtändig in dem Jupiter Streifen an, wiewohl nicht immer auf einerley Art. Denn zuweilen iſt nur einer, zuweilen ſind drey und mehrere, insgemein zwey: auch werden ſie nicht immer an einem Orte gefunden, und verändern ihre Weite gegen einander.

193a) Neuere Beobachtungen von Flecken und Streifen im ♃ ſ. m. in Schröters Beyträgen zu den neueſten aſtronom. Entdeckungen. Flecken im ♂ hat auch Hr. Herſchel beobachtet. B. aſtron. Jahrb. 1787. Ein Auszug daraus in Röslers pr. Aſtronomie XVI. Kap.

Zuſatz.

194. Aus den Obſervationen der Flecken hat Caſſini geſchloſſen, daß ſich ♃ innerhalb 9 Stunden 56 Minu-

Minu-

Minuten, ♂ innerhalb 24 Stunden 40 Minuten, und ♀ innerhalb 24 Stunden um ihre Axe bewegen, und daher die Geſtalt einer Kugel haben.

194a) ♁ und ♃ weichen merklich von der Kugelgeſtalt ab, indem beym ♂ der Durchmeſſer des Aequaters ſich verhält zur Umdrehungsaxe = 16 : 15 beym ♃ 15 : 14.

Zuſatz.

195. Derowegen iſt glaublich, daß auch die übrigen Planeten ☿ und ♄ und ♁ ſich um ihre Axe herum bewegen, unerachtet man noch keine Obſervationen vor ſich hat, daraus man dieſes gewiß ſchließen, und die Zeit, innerhalb welcher dieſes geſchiehet, determiniren könnte.

195a) **Bugge** (aſtr. Jahrbuch von Hrn. Bode 1793. p. 98.) ſetzt die Rotationszeit des ♄ um ſeine Axe = 6 St. 9 Min., und **Herſchel** nach den neueſten Beobachtungen 10 St. 16 Min. Die Axe des ♄ zum Durchm. des Aequators = 10 : 11.

Anmerkung.

196. Daß die Planeten auch mit Atmoſphären umgeben ſind, haben wenigſtens in Anſehung des ♄, ♃, ♂ und ♀ gewiſſe Beobachtungen ſehr wahrſcheinlich gemacht. Ueber die Atmoſph. der ♀ ſ. m. das B. aſtr. Jahrb. 1793. S. 251. Ueber die des ♃ **Schröters** (§. 193a) angeführtes Werk. Von der des ♂ **Herſchel** im aſtr. Jahrb. 1787. p. 212. Auf dem ♄ hat eben derſelbe 1789. nicht nur Flecken, ſondern auch Streifen wahrgenommen, aus denen er, ſo wie aus den Erſcheinungen der Trabanten, wenn ſie hinter den ♄ treten, eine Atmoſphäre gefolgert hat. (M.)

Erfahrung.

197. Simon Marius hat zuerſt A. 1690. gegen das Ende des Novembers kleine Sternlein um den Jupiter wahrgenommen, die er Anfangs für Fixſterne gehalten, bis er gemerket, daß ſie mit dem Jupiter fortrücketen, und doch zugleich in Anſehung des Jupiters ihre Stelle ver-

veränderten. Da er alſo inne worden, daß es Jupiters Monden wären, hat er von dem 29. December an, ſeine Obſervationen aufzuſchreiben angefangen, wie er in der Vorrede über ſeinen Mundum Iovialem, der zu Nürnberg 1614. in 4. herausgekommen, erzählet. Bald darauf, nemlich den 7. Jan. hat Galiläus Galiläi eben dieſelben Sterne geſehen, und noch im ſelbigen Jahre in ſeinem Nuncio ſidereo, den er zu Florenz in 4. herausgab, ſeine Obſervationen bekannt gemachet.

Anmerkung.

198. Dieſe Jupitersmonden werden auch ſeine Trabanten (Satellites jovis) genennet. Galiläus hieß ſie Sidera Medicaea. Man pfleget auch insbeſondere mit dem Mario den erſten den Jupiters-Mercurium, den andern die Jupiters-Venerem, den dritten den Jupiters-Jupiter, und den vierten den Jupiters-Saturnum zu nennen.

Erfahrung.

199. Caſſini hat nach vielen mit groſſem Fleiſſe angeſtellten Obſervationen endlich gefunden, daß unter den Trabanten des Jupiters der erſte in 1 Tage 18 Stunden 28 Minuten und 36 Secunden; der andere in 3 T. 13 St. 18 M. 52 Sec., der dritte in 7 T. 3 St. 59 Min. 40 Sec. und der vierte in 16 T. 18 St. 5 Min. und 6 Sec. um ihn herum gehe.

199 a) Neuere Beobachtungen geben die Umlaufszeiten in Minuten und Secunden etwas anders. Die Caſſiniſchen gelten auch nur für die ſynodiſchen Umläufe der Trabanten. (Unten §. 238. III.) die periodiſchen Umlaufszeiten ſind der Ordnung nach:

Trabant.	Tag.	Stund.	Min.	Sek.
1	1	18	27	33
2	3	13	13	42
3	7	3	42	33
4	16	16	32	8

Der

Der 4te Trabant hat in ſeinem Laufe beträchtliche Ungleichheiten.

Erfahrung.

200. Es ſind ferner nach Caſſini die Abſtände der Trabanten, wenn ſie am weiteſten von ♃ oſt- oder weſtwärts erſcheinen, der Ordnung nach folgende:

5,67; 9,00; 14,38; 25,30

den Halbmeſſer des ♃ zur Einheit angenommen. Und wenn die Erde in ihrer mittlern Entfernung vom Jupiter iſt, ſo erſcheinen jene Abſtände dem Beobachter auf der Erde unter folgenden Winkeln:

1′. 51″; 2′. 57″; 4′. 42″; 8′. 16″.

Die Bahnen der Trabanten ſind faſt ganz in der Ebene der Bahn ihres Hauptplaneten.

Erfahrung.

201. Die Jupiters-Monden werden auf eine Weile unſichtbar, wenn ſie dergeſtalt zu ſtehen kommen, daß durch den Jupiter und ſie, aus der Sonne eine gerade Linie gezogen werden kann. Eben dieſes hat Maraldi und der jüngere Caſſini zuerſt A. 1715. von den Saturnus Monden obſerviret. Memoires de l'Acad. Roy. des Sciences. A. 1715. p. m. 57.

Zuſatz.

202. Sie werden alſo ihres Lichtes bey hellem Himmel beraubet, wenn die Sonne ſie nicht beſtrahlen kann, das iſt, verfinſtert (§. 157.).

Zuſatz.

203. Derowegen werden ſie von der Sonne erleuchtet, und ſind demnach finſtere Körper, wie der Mond.

Zuſatz.

204. Weil Jupiter und Saturnus ihnen kein Licht geben, ſo müſſen ſie auf der Seite, die von der Sonne weggekehret iſt, auch kein Licht haben.

Erfahrung.

205. Wenn dem Jupiter ſeine Monden, entweder unter ihm, oder über ihm, zu nahe kommen, kann man ſie vor ſeinem Glanze eine Weile nicht ſehen. Wenn ſie zwiſchen der Sonne und dem Jupiter ſtehen, bemerket man einen kleinen runden Flecken auf ihm. A. 1707. d. 26. März hat Maraldi durch ein Fernglas von 34 Schuhen den vierten Mond durch den Jupiter in Geſtalt eines dunkelen Fleckens ſich bewegen geſehen. So bald er aber durchkommen, hat er ihn an dem Rande des Jupiters auf gewöhnliche Art erblicket. Eben dergleichen Flecken hat er im Jupiter den 4. April durch ein Fernglas von 17 Schuhen obſerviret, als ſich der dritte Mond durch ihn beweget, oder vielmehr vor ihm vorbeygeſtrichen. Hingegen den 11. April, da eben dieſer Mond vor dem Jupiter vorbeyſtrich, konnte er keine Flecken wahrnehmen. (Memoires de l'Academ. Royale des Sciences An. 1707. p. m. 375. & ſeqq.)

Zuſatz.

206. Weil die Jupitersmonden finſtere Körper ſind, und ihr Licht nur von der Sonne bekommen (§. 203.); ſo müſſen ſie einen Schatten der Sonne gegenüber werfen (§. 34. Optik). Derowegen ſind die Flecken, welche man an dem Jupiter ſiehet, wenn ſie zwiſchen ihm und der Sonne ſtehen, ihre Schatten.

Zuſatz.

207. Weil nun ihr Schatten Circulrund ausſiehet, müſſen ſie die Geſtalt einer Kugel haben. (§. 44. 45. Optik).

Zuſatz.

208. Wenn ſie ſich aber ſelbſt auf dem Jupiter als ein dunkeler Flecken darſtellen, da ſie doch von der Sonne beſtrahlet werden, müſſen nothwendig Veränderungen in ihrer Luft vorgehen, welche verhindern, daß das Sonnenlicht nicht auf einerley Art reflectiret werden kann. Dergleichen auch geſchehen muß, wenn ihr Schatten auf dem Jupiter gröſſer als ſie ſelbſt ausſiehet.

Erfahrung.

209. Durch große Ferngläſer ſiehet man 5 kleine Sterne um den ♄ ſich herum bewegen. Den erſten hat Caſſini durch ein Fernglas von 70, den andern durch ein Fernglas von 35 Schuhen A. 1684. entdecket, nachdem er ſchon vorher den dritten A. 1672. und den fünften A. 1671. gefunden hat. (Du Hamel Phil. Vet. & Nov. Tom. 5. Phyſ. part. 2. tract. 1. diſſ. 3. c. 9. p. m. 113.). Den vierten hat Hugenius 1655. zuerſt geſehen. (Vid. Syſtema Saturninum p. 3.)

209 a) Hr. Herſchel hat 1789. zu dieſen 5 Trabanten des ♄ vermittelſt ſeines 40 ſchuhigen Telescops noch 2 andere entdeckt, welche näher bey dem ♄ ſind, als die übrigen 5 bisher bekannten.

Erfahrung.

210. Aus dem ♄ betrachtet ſind die periodiſchen und ſynodiſchen Umlaufszeiten der 7 Trabanten des ♄ nach den neueſten Beobachtungen folgende:

Ordnung d. Trab.		Period. Umlauf.				Synodiſ. Uml.			
Ehemals.	Jezt.	T.	St.	M.	S.	T.	St.	M.	S.
	I.	0.	22.	39.	58	0.	22.	40.	5
	II.	1.	8.	52.	5	1.	8.	53.	9
I.	III.	1.	21.	18.	26	1.	21.	18.	55
II.	IV.	2.	17.	44.	51	2.	17.	45.	51
III.	V.	4.	12.	25.	11	4.	12.	27.	55
IV.	VI.	15.	22.	41.	13	15.	23.	15.	20
V.	VII.	79.	7.	53.	43	79.	22.	3.	13

die Entfernung der 7 Trabanten vom Mittelpunkte des ♄ iſt nach Caſſinis Beſtimmungen:

	in Halbmeſſern d. ♄	ſcheinbare Abſtände	
I.	2,80	0′	27″
II.	3,63	0	35
III.	4,50	0	43,5
IV.	5,80	0	56
V.	8,09	1	18
VI.	18,67	3	0
VII.	54,20	8	42,5

die ſcheinbaren Abſtände gelten, wenn die Erde in der mittlern Entfernung vom ♄ iſt.

210a) Will man in §. 200. und 210. die wahren Abſtände der Trabanten von ihrem Planeten in Meilen finden, ſo muß man für die Jupiterstrabanten die angegebenen Abſtände mit dem Halbmeſſer des ♃, oder mit 9783 deutſchen Meilen, für die ♄ Trabanten aber mit dem Halbmeſſer des ♄ = 8681 deutſchen Meilen multipliciren. (M.)

Erfahrung.

II. 211. Durch die Fernglaͤſer erſcheinet ♄ in
13. ſo ſeltſamer und veraͤnderlicher Geſtalt, daß man eine gute Zeit nicht gewußt, was man daraus machen ſollte. Hugenius hat befunden, 1. daß er unterweilen, wie die uͤbrigen Planeten, rund erſchiene, und mitten durch ihn

ihn ein dunkeler Strich gehe: 2. daß er unterweilen zwey helle Armen habe, die zu beyden Seiten angeſezet erſchienen, wo vorhin der dunkele Strich durchging, und nach einer geraden Linie ausgedehnet, an dem Körper aber des Saturns breiter als hinten ſind, und ſpitzig zulaufen, der dunkele Strich hingegen in dem Saturno etwas höher ſtehe als die Arme; 3. daß die Arme ſich ſpalten, und in zwey Henkel verwandelt werden, der Strich aber unter dem unterſten Theile der Henkel in dem Körper des Saturns herunter trete. Vid. Syſtema Saturninum p. 9. & ſeqq. Es iſt nicht zu vergeſſen, daß man innerhalb dem Henkel die Fixſterne ſehen kann.

Anmerkung.

212. Hieraus hat Hugenius geſchloſſen, daß um den ♄ ſich ein runder und etwas breiter aber dünner Ring bewege, welcher überall von ihm gleich weit abſtehet, aber gegen die Ecliptik inkliniret iſt. Caſſini ſetzet ſeinen Diameter zu dem Diameter des Planetens wie 11 zu 5.

212 a) Heinſius de apparentiis annuli Saturni. Lipſ. 1745. Bode Erläuterung d. Sternkunde. §. 505.

Anmerkung.

213. Die Neigung des ♄ Ringes gegen die Ecliptik beträgt 31 Gr. 20′. Der ſcheinbare Durchmeſſer ſeines äuſſern Randes beträgt 42″, ſeines innern aber 30″. In der Ebene dieſes Ringes bewegen ſich nun auch die Monde des ♄ ſelbſt, der 7te etwa ausgenommen. Uebrigens hat Hr. Herſchel die merkwürdige Entdeckung gemacht, daß der Ring des ♄ nicht einfach iſt, wie er durch mäßig groſe Fernröhre erſcheint, ſondern eigentlich aus zwey koncentriſchen Ringen von ungleicher Grösse und Breite beſtehet. Der ſchmälſte iſt auswendig, und hat alſo den gröſten Durchmeſſer. Hr. H. berechnet ihn auf 204883 engliſche Meilen. Zwiſchen beyden Ringen iſt ein leerer Raum. Wenn man den Halbmeſſer der Saturnskugel zum Halbmeſſer des äußerſten Umfanges des Ringes = 214 : 500 annimmt, ſo verhält ſich die Breite je-

nes Zwiſchenraumes zum Halbmeſſer des ♄ = 14 : 214. Die übrigen Abmeſſungen des Ringes ſ. m. in **Bode** aſtr. Jahrb. 1796. p. 90. Der äuſſere Ring dreht ſich in 10 St. 32′ einmahl um den Körper des Saturns. Die Umdrehungszeit des innern iſt noch nicht bekannt. Uebrigens haben auch ſchon **Caſſini, Hadley, Short** u. a. dunkele Zonen auf dem Ringe bemerkt. Die Oeffnung zwiſchen beyden Ringen leiſtet dem ♄ den weſentlichen Dienſt, daß dadurch der Raum, welchen der Schatten des Ringes verfinſtert, der durchfahrenden Sonnenſtrahlen wegen, ſchmäler wird, und übrigens den ♄ Bewohnern durch dieſe Oeffnung eine freye Ausſicht nach dem Firmamente verſtattet iſt, und hätte dieſer Ring, wie wahrſcheinlich, auch eine **Atmoſphäre**, ſo würden die oft Jahre lang dauernden Sonnenfinſterniſſe, die er den ♄ Bewohnern verurſacht, durch die Brechung der Sonnenſtrahlen doch gemäßigt. Wie den Bewohnern des ♄ der Ring erſcheinen müſſe, lehrt Hr. **Bode** (aſtr. Jahr. 1786. S. 138 ꝛc.) Ueberhaupt läßt ſich aber von dem Urſprunge und der Beſchaffenheit dieſes höchſt ſonderbaren Körpers um den ♄ nicht viel mit Gewißheit beſtimmen. (M.)

Lehrſatz.

214. **Saturn, Jupiter, Mars, Venus und Mercur ſind dunkele, undurchſichtige, und unſerer Erde ähnliche Körper.**

Beweis.

Denn ſie haben, wie unſere Erde, für ſich allein kein Licht, als was ſie von der Sonne bekommen, welches bey der ♀, dem ☿ und ♂ daraus erhellet, weil beſtändig nur der nach der Sonne zugekehrte Theil (§. 185.) erleuchtet iſt, auch ♀ und ☿ wie dunkele undurchſichtige Körper vor der Sonne erſcheinen (§. 186.) Von ♃ und ♄ erhellet es daraus, weil ſie einen Schatten hinter ſich werfen, und dadurch ihre Monde oder Trabanten verfinſtern (§. 201. 202.) wie unſere Erde ihren Mond.

Daß übrigens ♀, ♂, ♄, ♃ ſich um ihre Axen drehen (§. 194 u. 195 a) und nach (§. 196.) mit Atmoſphären umgeben ſind, ferner die ♀ Berge hat, wie un-

ſere

ſere Erde, und die übrigen Planeten der Analogie nach auch dergleichen haben, dadurch rechtfertigt man die Behauptung, daß dieſe Körper Aehnlichkeit mit der Erde haben. Jedoch müſſen wir dieſe ſo wie andere Vergleichungen (aſtronomia comparatiua) nicht zu weit treiben, oder beſtimmen wollen, wie es ſonſt auf dieſen Weltkörpern ausſieht, weil wir ſonſt leicht in phyſiſche Romane und Träume verfallen, wie **Wilkins**, **Athanaſ. Kircher** (Iter exſtaticum coeleſte 1671.) **Schwedenborg** und andern begegnet iſt. Was wir indeſſen mit größter Wahrſcheinlichkeit behaupten dürfen, iſt, daß die Planeten, wie unſere Erde, auch mit denkenden und empfindenden, aber freylich ganz anders organiſirten Geſchöpfen verſehen ſeyn müſſen. (M.).

214a) **V. Fontenelle** über die Mehrheit der Welten, nach Hrn. Prof. Bodens Ausgabe.

214b) In dem Beweiſe dieſes Lehrſatzes vermißt man den **Uranus** (§. 42a) Aber auch von dieſem darf man verſichert ſeyn, daß er ſein Licht von der Sonne habe. Auſſerdem hat auch Hr. **Herſchel** vermittelſt ſeines 40 ſchuhigen Telescops bereits zwey Trabanten dieſes Planeten entdeckt. Die Umlaufszeit des innerſten iſt 8 Tage 17 St. Sein ſcheinbarer Abſtand 33″; die des äuſſerſten 13 T. 11 St. und ſein Abſtand 44″,2. (**Bodens** aſtr. Jahrb. 1790. p. 253. 1791. p. 252.) Wahrſcheinlich hat er noch mehr Trabanten, für die aber unſere größten Ferنröhre bis jetzt zu ſchwach ſind.

214c) Da unſere Erde ſchon einen Mond hat, und ♃ dergleichen viere, ſo iſt zu vermuthen, daß ♂, als ein Planet, der zwiſchen der Erde und dem ♃ um die ☉ läuft, auch dergleichen habe. Aber vielleicht iſt ihr Licht zu ſchwach, als daß wir es bemerken könnten.

214d) Auch bey der ♀ haben **Caſſini** 1686; **Short** 1740, und **Montaigne** 1761. einen Trabanten ſehen wollen (Abhandl. von der Entdeckung eines Tr. der ♀ aus dem Franz. des Hrn. Badouin, von **Reccard**. Berlin 1761.) **Lambert** gründete auf jene Beobachtungen eine Theorie, nach der er berechnete, daß jener Trabant den 1. Jun. 1777.

in der ☉ müßte geſehen werden. (Vom Trabanten der ♀ im aſtron. Jahrbuche des Hrn. Bode 1777 und 1778.) Aber die genaueſten Beobachtungen zeigten nichts, was man hätte können für einen Trabanten halten. Es iſt alſo dieſer angebliche Trab. d. ♀ bis jetzt noch ſehr zweifelhaft, und kann nach Hrn. Hell (Ephem. Vienn. 1766. im Anhange) ein optiſcher Betrug ſeyn, indem man ein von der Puppille in dem Auge, nach dem Augenglaſe des Fernrohres, wodurch man die ♀ betrachtete, reflectirtes Bild der ♀ für ihren Planeten hielt. Auch ſ. m. **Wittenberg. Wochenbl.** 1777. S. 393.

Anmerkung.

215. Man kann, wie unſere ☽ Finſterniſſe, ſo auch die Verfinſterung der Monde anderer Planeten, mit ſehr großer Genauigkeit berechnen. So werden z. E. in den aſtronomiſchen Kalendern die ſogenannten **Immerſionen** und **Emerſionen** der ♃ Trabanten, d. h. ihre Ein- und Austritte aus dem Schatten ihres Hauptplaneten angegeben. Die Berechnungen werden nach den Tafeln geführt, welche für die Bewegungen dieſer Trabanten von **Wargentin** u. a. gegeben worden ſind, mit deren Vervollkommnung aber ſich die Herrn **de Lambre** und **de la Place** ſchon mehrere Jahre beſchäftiget haben.

Erfahrung.

216. Jupiter hat A. 1563. **den Saturn, Mars** A. 1591. **den 9. Jan. den Jupiter, Venus** A. 1590. **den 3. Octobr. den Mars, und** A. 1599. **den 8. Jun. den Mercur der Erde verdecket.** (**Kepler** in Aſtron. Opt. p. 305.) **Copernicus führet an** (Revolut. coeleſt. l. 5. c. 23.) **daß der Mond** A. 1529. **die ♀ verdecket. Und Ricciolus** (Almag. Nov. lib. 7. Sect. 6. c. 14. f. 721.) **bringet Exempel von Bedeckung der Fixſterne durch den ♃ und ♂ bey.**

216 a) Dergleichen Bedeckungen hat man in der Folge noch mehrere beobachtet.

Zuſatz.

217. Derowegen muß wenigſtens damals, wie die Verdeckung geſchehen, Saturnus weiter als Jupiter,

Jupi-

Jupiter weiter als Mars, Mars weiter als Venus, Venus weiter als der Mond, und der verdeckte Fixſtern weiter als Jupiter und Mars von der Erde geweſen ſeyn.

Aufgabe.

218. **Den ſcheinbaren Diameter der Sterne zu meſſen.**

Aufloͤſung.

Dieſes geſchiehet am fuͤglichſten durch das Micrometer (§. 182.), nur muͤſſet ihr merken, daß das Augenglas uͤber dem Lichte ſchwarz angelaufen ſeyn muß, nicht allein wenn ihr nach der Sonne ſehet, ſondern auch (wie Hugenius in Syſtem. Saturnio p. 84. aus eigener Erfahrung erinnert) wiewol viel weniger, wenn ihr den ☿ und die ♀ obſerviren wollet, damit der allzugroſſe Glanz benommen werde, auch die letzteren beyde recht rund erſcheinen. Jmgleichen iſt die rechte Bedeckung des Objectivglaſes in Acht zu nehmen. (§. 36. Diopt.)

218 a) Vorzuͤglich ſind hiezu die (§. 184 a III.) angefuͤhrten Werkzeuge brauchbar, denen noch Hrn. Schroͤters Scheibenlampenmicrometer in deſſen Beytraͤgen zu den neueſten aſtronomiſchen Entdeckungen S. 146. beyzufuͤgen iſt.

Zuſatz.

219. Jhr werdet finden, daß der ſcheinbare Diameter der Sonne, des Mondes und der uͤbrigen Planeten nicht immer von einer Groͤſſe ſey. Derowegen iſt klar, daß ſie der Erde einmal naͤher ſeyn muͤſſen, als das andere (§. 23. Optik).

Anmerkung.

220. Die ſcheinbaren Durchmeſſer der Planeten, wenn ſie der Erde am naͤchſten ſind, hat man von folgenden Groͤſſen gefunden:

☿	♀	♂	♃	♄	♄ ring	Uranus
12″,2	61″,4	27″,2	49″,0	21″,4	50″,1	4″,1

Nach Caſſini ſind der größte und kleinſte ſcheinbare Durchmeſſer der ☉ 32′ . 37″,5 und 31′ . 32″,5. Für den ☽ giebt Hr. de la Lande den mittlern Durchmeſſer 31′ . 29″ den kleinſten 29′ . 25″ den größten 33′ . 34″. Die Ungleichheiten des ☽ geben aber dabey viel Veränderung.

Kirch (de diam. ♃ apparenti. Miſc. Berol. contin II.) ſetzt den größten Diameter des ♃ = 1′ . 3″. den kleinſten 38″. (M.)

Anmerkung.

221. Wenn ihr durch ein Fernglas auch die größten Fixſterne betrachtet, ſo ſehen ſie nur wie ein Punkt aus, und kann ihr Diameter durch das Mikrometer nicht gemeſſen werden. Hugenius (Coſmoth. lib. 2. p. m. 115.) ſchätzet ihn nicht viel über vier Tertien ſelbſt in dem Hundsſterne.

Erfahrung.

222. Der ſcheinbare Diameter des ♄, ♃ und ♂ ſiehet gröſſer aus, wenn ſie von der ☉ weit weg ſind, als wenn ſie ihr nahe zu ſtehen ſcheinen, ja ſogar, daß der Diameter des ♂ achtmal ſo groß ausſiehet, wenn er von der Sonne 180 Gr. wegſtehet, als wenn er mit ihr in einem Orte des Himmels geſehen wird.

Zuſatz.

223. Derowegen ſind dieſe Planeten, ſie mögen in dem Himmel ſtehen, wo ſie wollen, der Erde näher, wenn ſie der Sonne entgegengeſetzet, als wenn ſie ihr ſehr nahe ſind.

Erfahrung.

224. ♄ kommt beynahe in 10746, ♃ in 4350, ♂ in 686 Tagen, ♀ und ☿ mit der Sonne um den ganzen Himmel herum. Doch iſt die Bewegung einmal nicht ſo geſchwinde, wie das andere, denn ſie laufen gleiche Bogen des Thierkreiſes in ungleicher Zeit durch. Und zwar befindet man die Bewegung einmal am langſamſten, einmal am geſchwindeſten. Die

Oerter, wo dieſes geſchiehet, ſind 180 Gr. von einander entfernet.

Erfahrung.

225. Wenn ♄, ♃ und ♂ der Sonne nahe ſind, ſo bewegen ſie ſich geſchwinder, als wenn ſie von ihr weg ſind. Wenn ſie 180 Gr. von der Sonne wegkommen, gehen ſie zurücke, und ehe ſie zurücke gehen, imgleichen wenn ſie aufhören zurücke zu gehen, ſtehen ſie ſtille. Sie gehen aber langſamer zurücke als vor ſich. Denn da Mars, wenn er zur Sonne kommet, in einem Tage 47 Minuten durchlaufet, laufet er in dem Zurückgehen nicht mehr als 24 Minuten durch.

Erfahrung.

226. Vergleichet die Zeiten mit einander, in welcher ein Planet geradeläufig, ſtilleſtehend und rückgängig iſt, ſo werdet ihr ſie auch in einem Planeten nicht beſtändig von gleicher Gröſſe finden. Abſonderlich iſt in dem ♂ der Unterſchied ſehr merklich. Jmgleichen iſt der Bogen des Thierkreiſes in dieſen Fällen nicht immer von einer Gröſſe. Es iſt aber ohngefähr ♄ 244 ♃ 284, ♂ 705 Tage rechtläufig, der erſte 8, der andere 4, der dritte 2 Tage ſtillſtehend; der erſte 136, der andere 119, der dritte 75 Tage rückgängig: und gehet ♄ beynahe 7, ♃ 10, ♂ 10 bis 12 Grad zurücke.

Erfahrung.

227. Hingegen ♀ und ☿ laufen geſchwinde und gerade fort, wenn ſie über der Sonne: aber langſam, wenn ſie unter der Sonne ſind, und werden rückläufig, wenn ſie unter der Sonne ſind, und mit ihr in Einem Orte geſe-

hen

hen werden. Es iſt aber ♀ beynahe 542 Tage geradeläufig, einen ſtehet ſie ſtille, und 42 gehet ſie zurücke. Und ☿ gehet beynahe 93 Tage gerade fort, einen halben ſtehet er ſtille, und 22 läufet er zurücke.

Erfahrung.

228. **Die Planeten haben bald eine ſüdliche, bald eine nördliche, bald gar keine Breite.**

Zuſatz.

229. Derowegen muß ihre Bahn die Ecliptik in zwey Punkten durchſchneiden.

Erfahrung.

230. **Der Mond ſtehet niemals ſtille, wird auch nicht rückgängig, doch beweget er ſich einmal geſchwinder, als das andere, und iſt der Unterſchied ſehr merklich. Wenn der Mond im erſten oder letzten Viertel die größte Weite von der Erde hat, ſo iſt er weiter weg, als wenn er im Neu- oder Vollmond den gröſſeſten Abſtand von ihr erlanget. Auch wird die Bewegung viel ungleicher um die Viertel, als im neuen und vollen Lichte gefunden.**

Anmerkung.

231. Wir ſollen nun zeigen, wie das Weltgebäude beſchaffen ſeyn müſſe, damit alles auf dem Erdboden uns ſo erſcheine, wie es jetzt aus den Obſervationen vorgeſtellet worden.

Lehrſatz.

II. 232. **Es iſt nicht glaublich, daß, wie Ty-**
14. **cho de Brahe vorgiebt, die Erde im Mittelpunkte der Welt ruhe, der Mond, die Sonne und die übrigen Planeten nebſt den Fixſternen ſich innerhalb 24 Stunden von Morgen gegen Abend bewegen, und zwar dergeſtalt, daß dieſeni-**

jenigen Planeten langſamer um ſie herum kommen, welche einen kleinen Weg zu laufen haben, als die, ſo weit von der Erde weg ſind, und durch einen großen Raum ſich bewegen müſſen.

Beweis.

Denn, wenn ihr dieſen Satz als wahr annehmet, könnet ihr keine Urſache angeben, warum dergleichen von der Bewegung der Sterne auf dem Erdboden wahrgenommen wird, als vorhin angemerket worden. Ihr könnet nur obenhin zeigen, woher es komme, daß die Planeten in verſchiedener Zeit ſich von Abend gegen Morgen um den Himmel herum zu bewegen ſcheinen. Nemlich, weil die Fixſterne geſchwinder herumkommen, als die Planeten, und unter dieſen diejenigen am langſamſten, die der Erde am näheſten ſind, ſo können weder die Planeten insgeſammt mit den Fixſternen, noch die untern mit den oberen morgen wieder in den Meridian kommen, wenn ſie heute mit ihnen durch denſelben gegangen, ſondern bleiben etwas zurücke weiter gegen Morgen ſtehen. Z. E. ſetzet, es ſey heute Neumond, und gehe der Mond mit der Sonne durch den Meridian. Da die Sonne von der Erde weiter weg iſt, als der Mond, kommet ſie geſchwinder als er um die Erde herum. Derowegen, wenn ſie morgen wieder in den Meridian kommet, kann der Mond noch nicht da ſeyn, ſondern er ſtehet etwas zurücke gegen Morgen. Und alſo ſcheinet es, als wenn er zurücke gegangen wäre. Allein dieſes einige kann den Satz nicht wahrſcheinlich machen. Wie viel ſind nicht Dinge, die ihr durch den gegenwärtigen Satz gar nicht erklären könnet? Wenn die Sonne, der Mond und die übrigen Planeten ſich um die Erde bewegeten, ſo beſchrieben ſie Schraubengänge um dieſelbe (§. 35. 36. 219.), und da ihre Weite von der Erde nicht immer einerley iſt (§. 223.), wären die Schraubengänge bald

weit,

weit, bald enge. Aus gegenwärtigem Satze könnet ihr nicht die geringſte Urſache geben, woher es komme, daß die Planeten bald einen weiten, bald einen engen Gang um die Erde nehmen, noch auch ſagen, wie ſie den weiten eben ſo geſchwinde als den engen durchlaufen können. Die Sonne ſchweifet niemals über die Tropicos oder Wendecircul, und die Planeten ſchweifen niemals über den Thierkreis heraus (§. 48. 49). Ihr könnet aus dem Tychoniſchen Weltgebäude abermals keine Urſache anzeigen, warum ſie ihre Schraubengänge nicht bis gegen die Pole fortführen, und was ſie wiederum umkehren heiſſe. Man hat wahrgenommen, daß der Ort, wo der Planet am weiteſten von der Erde weg iſt, ſich verrücket. Daraus folget, daß, wenn der Planet einmal ſeine Schraubengänge zu Ende gebracht, und er ſie wieder von neuem anfänget, er nicht mehr die alten wiederholet, ſondern ganz neue beſchreibet. Daher müßte er, ſo lange die Welt ſtehet, alle Tage einen andern Weg um die Erde genommen haben. Wie ihr dieſes aus dem Tychoniſchen Weltbaue erklären wollet, daran iſt nicht einmal zu gedenken. Eben ſo wenig könnet ihr ſagen, warum die Schraubengänge blos um deswillen enger werden, als ſie ſonſt ſeyn würden, weil der Planet auf unſerer Erde um einen gröſſeren Theil des Himmels von der Sonne entfernet zu ſeyn ſcheinet (§. 223.). Fraget man ferner, wie es zugehe, daß die Planeten bald ſtille ſtehen, bald gar zurücke zu gehen ſcheinen, das iſt, ihre Schraubengänge um die Erde bald in gleicher Zeit mit den Fixſternen, bald geſchwinder zu Ende bringen, ſo weiß man auch hier nicht die geringſte Urſache zu geben. Am allerwenigſten kann man zurechte kommen, wenn man die beſonderen Umſtände dieſer Erſcheinungen, die oben (§. 225. ſeqq.) angeführet worden, erkläret wiſſen will. Alſo ſehet ihr, daß durch den Tychoniſchen Weltbau nichts begriffen werden kann, was in der Welt vorgehet.

gehet. Derowegen iſt nicht glaublich, daß ihn Tycho recht beſchrieben. W. z. E.

Zuſatz.

233. Weil man aus dem Tychoniſchen Weltbaue keine Urſachen der Himmelsbegebenheiten erſehen kann, ſo iſt er auch in der Aſtronomie zu gar nichts nütze. Denn in dieſer Wiſſenſchaft ſuchen wir die Geſetze der Bewegung der Planeten (§. 2.), damit wir die Himmelsbegebenheiten voraus berechnen können; aus dem Tychoniſchen Schraubengängen aber, wird ſich niemand in dieſer Arbeit zurechte finden, weil man keine Urſache von ihren Veränderungen geben kann.

Anmerkung.

234. Man will insgemein den Tychoniſchen Weltbau aus der Schrift behaupten. Z. E. man berufet ſich darauf, daß Joſua der Sonne befohlen, ſie ſolle ſtille ſtehen, und ſie ſey ſtille geſtanden, Joſ. X. 12. 13. Wenn ihr nun fraget, was Joſua bey dieſen Worten für Gedanken hat haben können, ſo werdet ihr befinden, er habe verlanget, die Sonne und der Mond ſollten ihre Stelle in Anſehung der Erde nicht verändern. Daher heiſſet ſtille ſtehen hier ſo viel, als ſeinen Stand gegen die Erde nicht ändern, und könnet ihr aus dem Stillſtehen der Sonne, welches in der Bibel beſchrieben wird, nicht ſchlieſſen, daß ſie wirklich ſich um die Erde bewege. Man führet ferner an, daß gleichwohl die Schrift Eccleſ. I. 5. mit ausdrücklichen Worten ſaget: **Die Sonne gehet auf und gehet unter, und laufet an ihren Ort, daß ſie wieder daſelbſt aufgehe.** Allein weil die Schrift ſich nirgends erkläret, was ſie durch den Auf- und Untergang der Sonne wolle verſtanden haben, ſo erfordert ſie keinen andern Begriff, als den wir insgemein davon haben. Wenn ihr nun auf die auf- und untergehende Sonne Acht habet, ſo könnet ihr nichts anders wahrnehmen, als daß euch auf eurer Stelle, wo ihr ſtehet, die Sonne in dem Horizonte erſcheinet. Und alſo, wenn die Schrift ſaget: die Sonne gehet auf und unter: dürfet und könnet ihr euch weiter nichts gedenken, als daß ſie in dem Morgen- und Abendhorizonte von euch geſehen wird. Eben ſo, wenn ihr fraget, was ihr euch bey den Worten gedenken ſollet: **Die Sonne läuft an ihren Ort**, werdet ihr finden, daß um die Erde

laufen

laufen nichts anders heiſſe, als ſeinen Stand gegen die Erde beſtändig ändern.

234 a) Umſtändlicher über das Tychoniſche Syſtem in **Bodens** Erläuterung der Sternkunde §. 380. Eine Abbildung deſſelben, ſo wie von mehreren ältern Syſtemen, findet man auch auf der VI. Tafel des **Doppelmairiſchen** Himmelsatlas. Da Tychos Syſtem faſt das ganze vorige Jahrhundert hindurch gegolten hat, wo man nach der damaligen Philoſophie und Exegetik es zu bedenklich fand, das Kopernikaniſche zu lehren, ſo kann es ſowohl deswegen, als auch um deſto einleuchtender das Einfache und Natürliche der Kopernicaniſchen Weltordnung einzuſehen, Anfängern ſehr nützlich ſeyn, ſich einige Kenntniß davon zu verſchaffen. Dies kann Wolfen entſchuldigen, daß er ſich hier auch mit dem Tychoniſchen Syſteme beſchäftigt hat.

Lehrſatz.

II. 235. **Die Sonne liegt beynahe im Mittel-**
15. **punkte aller Planetenbahnen, und wendet ſich daſelbſt um ihre Axe (§. 142.) Um ſie bewegen ſich der Ordnung nach die Planeten ☿, ♀ die Erde (♁); dann ♂, ♃, ♄, ♅; wie die Figur zeigt. Die Abſtände der Planeten von der Sonne ſollen in der Folge angegeben werden. In einem Sterntage (§. 26 d) oder 24 Sternſtunden drehet ſich die Erde um ihre Axe herum. Auch die übrigen Planeten drehen ſich um ihre Axen (§. 194.) und (§. 195 a). Um die Erde geht der Mond allemahl in ohngefähr 27 Tagen, und rückt mit der Erde fort, ſo wie dieſe innerhalb eines Jahres, oder ohngefähr 365 Tagen ihren Umlauf um die Sonne macht. Eben ſo gehen auch die Trabanten um ihre Hauptplaneten, und jene mit dieſen zugleich um die Sonne herum. In unermeßlich großen Abſtänden von uns, befinden ſich die Fixſterne, die unter ſich ſelbſt ihre Lagen nicht merklich verändern, und wie an eine hohle Kugel angeheftet zu ſeyn ſchei-**

ſcheinen, aus welchem Standpunkte der Erde wir ſie auch betrachten. (M.)

Beweis.

Wenn ihr euch den Weltbau auf ſolche Art vorſtellet; könnet ihr auf einmal begreifen, woher es komme, daß ihr von der Bewegung der Planeten wahrnehmet, was aus den Obſervationen angeführet worden. Denn weil die Erde ſich innerhalb 24 Stunden um ihre Axe herum beweget, ſo muß ein Stern nach dem andern um den ganzen Himmel herum in eurem Horizonte erſcheinen. Und alſo ſehet ihr die Sterne nach einander auf- und untergehen. Und aus eben dieſer Urſache gehet die Sonne alle Tage auf und unter, und ſcheinet ſich um die Erde herum zu bewegen, weil dieſe ſich um die Sonne bewegt. Wenn die Erde in 7 iſt, ſehet ihr die Sonne in II.
♎. Kommet ſie in 6, ſo ſehet ihr die Sonne in ♏. 16.
Iſt die Erde in 4, ſo erſcheinet die Sonne im ♑; hingegen im ♈, wenn jene in 1; im ♋, wenn ſie in 10 iſt. Solchergeſtalt ſcheinet ſich die Sonne innerhalb einem Jahre um die Erde herum zu bewegen.

Bildet euch ein, es ſey die Erde, wo vorhin die Sonne war, und der Mond bewege ſich um ſie aus 7 in 6, und aus 6 in 5 u. ſ. w. So ſehet ihr ihn auf der Erde anfangs im ♈, hernach im ♉, in ♊ u. ſ. w. Folgends ſcheinet er auch in 27 Tagen den ganzen Thierkreis durchzulaufen.

Wenn die Erde einen weiteren Weg um die Sonne nimmt, als die ♀ und ☿; ſo müſſen die beyden Planeten ſtets entweder vor der Sonne hergehen, oder ihr nachfolgen. Sie können aber nur auf eine gewiſſe Weite vor ihr zu gehen ſcheinen, und zwar ☿ weniger als ♀, dieweil er der Sonne näher als dieſe iſt. Indem aber die Erde ſie ſowohl als die Sonne umgehet, müſſen wir ſie gleichfalls in einem Jahre den Thierkreis durchlaufen ſehen, unerachtet ſie in der Zeit, da ſie um die Sonne

herumkommen, in der That ihren Lauf um den ganzen Himmel herum vollenden.

Die Planeten, welche der Sonne näher ſind, kommen geſchwinder herum, als die weiter von ihr weg ſind, und jene haben nur einen kleinen, dieſe aber einen viel weiteren Weg zu laufen. Da aber die Planeten ſich nicht in Circuln bewegen, in deren Mittelpunkt die Erde anzutreffen, ſo ſcheinet uns ihre Bewegung einmal geſchwinder als das andere, und zwar langſamer, wenn ſie von der Erde weit weg, als wenn ſie ihr nahe ſind.
III. Denn ſetzet z. E. der Planet bewege ſich aus Q durch N
17. in S, ſo wird es euch auf der Erde in T vorkommen, als wäre er den halben Thierkreis LAO durchlaufen, da er doch in der That mehr als die Hälfte ſeines Weges zurücke geleget. Setzet ferner, er bewege ſich aus S durch M in Q, ſo bildet ihr euch in T ein, er ſey den halben Thierkreis CPL durchlaufen, da er doch in der That weniger als die Hälfte ſeines Weges vollendet. Nun iſt NC = CM (§. 27. Geom.) und daher NT gröſſer als TM. Derowegen ſcheinet ſich der Planet langſamer zu bewegen, wenn er von der Erde weit weg iſt, als wenn er ihr nahe iſt.

II. Wenn die Erde z. E. in N iſt, und ♂ in A, ♃
15. in B, ♄ in C, ſo ſcheinen euch dieſe Planeten mit der Sonne an Einem Orte des Himmels zu ſtehen. Iſt aber die Erde in T, und die Planeten ſind in den vorigen Oertern, ſo ſcheinen ſie euch von der Sonne 180 Grad entfernet zu ſeyn. Eben ſo verhält ſichs, wenn die Erde in N, und die Planeten in D, E, F, ſind. Darum müſſen die oberen Planeten allerdings viel weiter von der Erde weg ſeyn, wenn ſie bey der Sonne erſcheinen, als wenn ſie weit von ihr abſtehen.

Wenn die Erde in N, ☿ in G, ♀ in H iſt, ſo ſind dieſe beyden Planeten ihr näher als die Sonne, iſt aber die Erde in T, und die beyden Planeten ſind in G und H, ſo iſt die Sonne der Erde näher als ſie.

Es

Es ſey die Erde in A, Jupiter in 1, ſo ſehet ihr
ihn in a, und mit der Sonne in Einem Orte. Die Er- III.
de komme in B, ſo rücket ♃ in 2, und ſehet ihn in b. 18.
Gleichergeſtalt ſehet ihr ihn, wie er in 3 iſt, aus C in
c. Darum ſcheinet er euch in dem Thierkreiſe gerade fort
zu gehen. Hingegen komme die Erde bis in D und der
Planet bis in 4, ſo ſehet ihr ihn in d; und aus E, wenn
er in 5 iſt, in e. Derowegen ſcheinet er zurückezulau-
fen, wenn er der Sonne entgegen ſtehet. Eben ſo ver- III.
hält ſich die Sache, wenn ihr anſtatt des Jupiters den 19.
♂ und ♄ nehmen wollet. Allein wenn die Erde in A,
☿ in 1 iſt, ſehet ihr ihn in a. Kommet ſie bis in B, und
er in 2, ſo ſehet ihr ihn in b, imgleichen aus C, wenn
er in 3 iſt, in c u. ſ. w. Darum ſcheinet er durch den
Thierkreis gerade durchzulaufen. Hingegen kommet die
Erde bis D, ☿ bis 4, ſo ſehet ihr ihn in d und er ſchei-
net euch rückgängig zu werden, unerachtet er in ſeinem
Wege immer gerade fortgehet. Derowegen wird er rück-
läufig, wenn er unter der Sonne iſt, und mit ihr bey-
nahe an Einem Orte des Thierkreiſes geſehen wird. Eben
ſo kann man es von der ♀ erweiſen. Aus dieſem ſehet
ihr, wie ohne Schwierigkeit die Urſachen von den Him-
melsbegebenheiten aus gegenwärtigem Lehrſatze gegeben
werden können, und ihr werdet aus dem folgenden erſe-
hen, daß auch die allergenaueſten Umſtände daraus ſich
determiniren. Alſo iſt wohl nicht zu zweifeln, daß das
Weltgebäude im gegenwärtigen Lehrſatze richtig beſchrie-
ben ſey. W. Z. E.

235 a) Wie auf andern Planeten das Weltgebäude erſcheinen müſſe, läßt ſich aus dieſer Anordnung deſſelben ſehr leicht herleiten.

Zuſatz.

236. Die Axe, um die ſich die ganze Himmelskugel in 24 Stunden zu wälzen ſcheint, oder die Weltaxe, iſt offenbar nur die Verlängerung der Axe, um

welche ſich in eben der Zeit die Erdkugel herumdreht. Die Pole der Himmelskugel, liegen alſo mit denen der Erdkugel immer in einer geraden Linie, wo ſich auch die Erde in ihrer Bahn um die Sonne befinden mag. Aendert ſich nun durch irgend eine Urſache die Lage der Erdaxe, ſo muß ſich auch die Lage der Himmelspole gegen die umher befindlichen Fixſterne ändern, und wenn daher z. E. die ſcheinbare Weite eines Fixſternes von einem der beyden Pole am Himmel nicht genau immer dieſelbe bleibt, während die Erde um die Sonne läuft, ſo kann man ſchließen:

1) daß entweder der Fixſtern eine eigene Bewegung habe, oder

2) die Entfernung des Fixſterns von der Erde in einem ſolchen Verhältniſſe gegen den Durchmeſſer der Erdbahn ſtehe, daß dadurch eine merkliche Parallaxe hervorgebracht wird, oder

3) daß eine Verrückung der Erdaxe, während ihres Umlaufs um die Sonne vorgefallen ſey.

Die Reſultate vieler Beobachtungen und Vergleichungen haben gelehrt, daß die Aenderungen, welche man während eines Umlaufs der Erde um die Sonne, würklich in den Lagen der Fixſterne gegen die Weltpole bemerkt, bloß von einer nicht beſtändig ſich parallel verbleibenden Lage der Erdaxe herrühren, daß jedoch dieſe **Verrückung der Erdaxe** ſo wenig betrage, daß man ſie nur in der feinern Aſtronomie in Betrachtung zu ziehen habe, für den gemeinen Gebrauch aber verſtattet ſey, anzunehmen, daß die Erdaxe, während ſich die Erde um die Sonne bewegt, ſich beſtändig parallel bleibe. (M.)

Zuſatz.

237. Da die Sonne innerhalb eines Jahres an dem Himmel nur in ſofern einen Kreis zu beſchreiben

ſcheint,

ſcheint, als die Erde in dieſer Zeit um die Sonne kömmt, ſo iſt die Ecliptik an dem Himmel weiter nichts, als der Kreis, den die unendlich hinaus verlängerte **Erdbahn** an der Fixſternkugel abſchneidet. Bleibt nun dieſe Bahn der Erde nicht immer dieſelbe, ſo wird auch die ſcheinbare Bahn der Sonne ſich in Anſehung der Fixſterne verrücken, alſo die Ecliptik nicht immer einerley Lage gegen die Sterne behalten. Die Erfahrung hat gelehrt, daß die Breite der Fixſterne, oder ihr Abſtand von der Ecliptik ſich innerhalb eines Jahres um nichts merkliches ändert, und man alſo innerhalb dieſer Zeit die Lage der Ecliptik für unveränderlich annehmen dürfe. Da nun aber doch innerhalb eines Jahres ihre Durchſchnittspunkte mit dem Aequator um ein merkliches zurückgehen (§. 98 a) ſo kann der Grund hievon nur allein in der (§. 236) erwähnten geringen Verrückung der Erdaxe liegen, weil der Aequator allemahl auf der Erdaxe ſenkrecht ſteht, und daher die unveränderliche Ecliptik immer in andern und andern Punkten durchſchneiden muß, wenn die Erdaxe nicht immer mit ſich ſelbſt parallel bleibt. Dieſe aus der Verrückung der Erdaxe erfolgende Aenderung der Aequinoctialpunkte, rührt, wie die höhere Aſtronomie beweiſet, von der Würkung der anziehenden Kraft der Sonne auf unſeren Erdkörper, der keine ganz vollkommene Kugelgeſtalt hat, her. **Euler** Mem. de l' Acad. de Pruſſe 1749. **D' Alembert** und andere haben über dieſen Gegenſtand viel geſchrieben. (M.)

Zuſätze.

238. **I.** Da ſich der Mond um die Erde herumbewegt, und nur immer diejenige Seite deſſelben erleuchtet iſt, welche der Sonne zugekehrt iſt, ſo erhellet, daß wenn er ſich in ſeiner Bahn zwiſchen der Erde und der Sonne befindet, er uns ganz ſeine dunkele Seite zukehren wird, und wir alſo **Neumond** haben werden. Befindet ſich dagegen die Erde zwiſchen dem Monde und der

Sonne, ſo daß wir z. E. den Mond aufgehen ſehen, wenn die Sonne untergeht, ſo kehrt er uns ganz ſeine helle Seite zu, und er iſt alſo **voll**. In andern Lagen, die er gegen die Erde und Sonne hat, wird von ſeiner erleuchteten Hälfte bald ein gröſſerer bald geringerer Theil der Erde zugekehrt ſeyn müſſen, und ſo erklären ſich demnach ſehr leicht die verſchiedenen **Lichtabwechslungen (Phaſen)** des ☽ während ſeines Umlaufes um die Erde, welche oben §. 152. und 153. erörtert worden ſind.

II. Da die Bahn des Mondes den Beobachtungen zufolge ohngefähr einen Winkel von 5 Graden mit der Erdbahn macht, ſo liegt hierin die Urſache, daß wir nicht bey jedem **Neumonde** eine **Sonnenfinſterniß**, und bey jedem **Vollmonde** eine **Mondfinſterniß** haben. So aber können wir nur in dem Falle zugleich eine Finſterniß haben, wenn der Mond, zur Zeit, da er neu oder voll iſt, zugleich nahe bey der Durchſchnittslinie ſeiner Bahn mit der Erdbahn, ſich befindet. (§. 155. 156.).

III. Der Mond rückt in ſeiner Bahn von Weſten nach Oſten alle Tage ohngefähr um 13 Grade fort, und iſt nach ohngefähr 27 Tagen wieder bey denſelben Fixſternen zu ſehen. Er hat alſo in eben dieſer Zeit auch ſeinen würklichen Umlauf um die Erde gemacht. Geſetzt aber, er ſey am Anfange der 27 Tage auch in **gerader Linie (in Zuſammenkunft)** mit der Sonne, alſo **neu** geweſen (I) ſo wird er nach Verfluß dieſer 27 Tage nicht mit der Sonne wieder in gerader Linie ſtehen können, weil indeſſen die Sonne ſelbſt von Weſten nach Oſten in der Ecliptik fortgerückt iſt, und alſo noch eine beträchtliche Zeit verfließen muß, ehe der Mond ſie einhohlt. Darum iſt die Zeit von einem Neumonde bis zum nächſten, und ſo auch von einem Vollmonde zum nächſten, allemahl gröſſer als die würkliche Umlaufszeit

des

des Mondes um die Erde. Jene heiſt man den **ſynodiſchen Umlauf**, und dieſe den **periodiſchen**. Die genaueſten Beobachtungen geben die **mittlere ſynodiſche Umlaufszeit** = 29 Tägen 12 St. 44 Min. 3 S. Da hingegen die **mittlere periodiſche Umlaufszeit** zu 27 Tagen 7 St. 43 Min. 11 Sec. angenommen wird. Da aber der ☽ in ſeinem Laufe viele Ungleichheiten hat, ſo ſind die **wahren** Umlaufszeiten von dem **mittlern** gewöhnlich immer um mehrere Stunden und Minuten unterſchieden. So wie nun bey dem Monde unſerer Erde, jene beyde Umlaufszeiten zu unterſcheiden ſind, ſo iſt dies auch der Fall bey den Monden anderer Planeten, daß in Abſicht auf ihre Zuſammenkunft mit der Sonne, ſynodiſche Umlaufszeit mit der periodiſchen nicht zu verwechſeln iſt (§. 199 a). (M.)

Anmerkung.

239. Wenn ſich die Erde nach dem (§. 235.) angenommenen Syſteme wirklich um ihre Axe wälzt, ſo ſuchet alle Materie, die ihr zugehöret, ſich von dem Mittelpunkte des Kreiſes, in deſſen Umfange ſie ſich befindet, vermöge der Schwungkraft zu entfernen, und zwar unter dem Aequator am meiſten, nach den Polen zu weniger. Da nun eben dieſe Materie auch vermöge der Schwerkraft gegen den Mittelpunkt der Erde getrieben wird, dieſe Schwere durch jene Schwungkraft aber nothwendig vermindert werden muß, ſo wird ein Körper unter dem Aequator gleichſam durch eine geringere Schwere getrieben, und alſo daſelbſt in einer Secunde nicht ſo tief fallen können, als an Orten auf der Erde, welche näher nach den Polen zu liegen.

Nun lehrt aber auch die Mechanik, daß die **Perpendikel an den Uhren** deſto langſamer ſchwingen müſſen, je geringer die Schwerkraft an dem Orte iſt, wo ſich die Uhren befinden. Alſo kann **dieſelbe Pendeluhr** unter dem Aequator nicht ſo geſchwinde gehen, als an einem Orte näher nach den Polen zu. Dies hat denn **Richer**, ein Franzoſe, wirklich durch die Erfahrung beſtätigt gefunden. Denn als er eine Secundenuhr von Paris nach der Inſel Cajenne in Amerika brachte, welche nicht über 4 bis 5 Grad vom Aequator wegliegt, ſo blieb ſie täglich in ihrem Gange um 2′. 28″ zurück, und er

mußte das Perpendikel um $1\frac{1}{4}$ Linie kürzer machen, wenn es in Cajenne eben ſo geſchwind, als in Paris gehen ſollte. Ein neuer Beweis, **daß die Erde ſich würklich um ihre Axe drehen muß.** (M.)

Anmerkung.

240. Man nennet den beſchriebenen Weltbau den Coper=
nicaniſchen, weil ihn **Copernicus** in den neuern Zeiten wie=
der in Aufnehmen gebracht: denn unter den Alten haben ſchon
Philolaus und andere ihn vertheidiget. Es hat zur Zeit nie=
II. mand etwas erhebliches wider ihn einwenden können. Was
insgemein von Unverſtändigen angeführet wird, die entweder
15. die Eigenſchaft der Schwere vergeſſen, oder nicht bedenken, daß
zugleich die Luft mit der Erde ſich innerhalb 24 Stunden um
ihre Axe bewege: verdienet nicht beantwortet zu werden. Der=
gleichen iſt, daß ein Stein nicht unten bey dem Thurm fallen
könnte, wenn er von oben herunter geworfen würde. Der ei=
nige Zweifel kann hier entſtehen, daß, wenn die Erde einmal
in O, das anderemal in M iſt, der Fixſtern S in Anſehung des
Diameters der Erdbahn OM eine merkliche Parallaxin haben
müßte. Dergleichen aber aus den Obſervationen nicht zu er=
weiſen geweſen. Hierauf hat ſchon **Copernicus** geantwor=
tet, es wäre der Diameter der Erdbahn OM in Anſehung der
Entfernung des Sternes von der Erde OS oder SM nur für
ein Punkt zu halten, und daher der Winkel OSM oder die
Parallaxis des Fixſternes unmerklich. Man darf nicht ein=
wenden, als wenn ſolchergeſtalt der Fixſtern beynahe einen ſo
groſſen Diameter haben müſſe, als die Erdbahn; denn man
ſiehet ihn wegen ſeines ſtarken Lichtes, und nicht wegen ſeiner
Gröſſe (§. 298.)

Anmerkung.

241. **Caſſini** (wie **Gregorius** in Element. Aſtronom. Schol. prop. 54 f. 274. angemerket) hat obſerviret, daß der erſte Stern im Widder zuweilen in zwey zertheilet erſcheine, dergleichen er auch von dem einen Haupte der Zwillinge gefunden. Einige andere in den Plejaden, und der mittlere in dem Orions=Schwerdte ſind ihm zuweilen dreyfach, ja vierfach erſchienen, deſſen Urſache ſich gar wohl aus der Bewegung der Erde um die Sonne begreifen läſſet. Denn wenn ſie in O iſt, könnet ihr zwey Sterne, deren einer niedriger als der andere, in Einem Ort ſehen, die ihr aus M in verſchiedene Oerter ſetzet.

241 a) Die Herrn Chriſtian **Mayer**, (ehemals Aſtronom auf der Sternwarte zu Manheim) und **Herſchel**, haben das Verzeichnis der **Doppelſterne** ſehr vermehrt. (**Bode** aſtron. Jahrb. 1784. S. 183 und 1786. S. 187.) Von den Nutzen der Doppelſterne **die Parallaxe der Fixſterne** zu finden, handelt **Herſchel** in ſeiner Schrift on the parallax of the fixed Stars, catalogue of double Stars. London 1782. und im Auszuge **Röslers** pract. Aſtr. §. 514.

241 b) Man muß indeſſen nicht jede kleine Aenderung, welche man in den gegenſeitigen Lagen ſehr nahe an einander ſtehenden, oder auch weiter von einander entfernten Fixſterne bemerkt, einer Parallaxe zuſchreiben. Da das Licht, das von einem Fixſterne ausfährt, ſich mit einer Geſchwindigkeit fortbewegt, gegen welche die Geſchwindigkeit unſerer Erde in ihrer Bahn nicht ganz für Null anzuſehen iſt, indem jene zu dieſer ſich ohngefähr wie 10313 : 1 verhält, ſo kann hieraus allein ſchon eine ſcheinbare Aenderung in den gegenſeitigen Lagen der Fixſterne erfolgen. Denn wenn das Auge eines Beobachters mit der Erde zugleich, ſich nach einer Richtung fortbewegt, welche von derjenigen unterſchieden iſt, nach welcher ein Lichtſtrahl von dem Sterne nach dem Auge des Beobachters herabfährt, ſo kann das Auge jenen Lichtſtrahl nicht in ſeiner wahren Richtung empfinden, und wird daher den Stern an eine etwas andere Stelle hinſetzen, als wo er würklich ſteht. Es verhält ſich mit einem Lichtkügelchen, welches in ein Auge fährt, ohngefähr wie mit einer Kanonenkugel, welche gegen einen Damm fährt, der ſich ſelbſt fortbewegte. Wäre der Damm unbeweglich, ſo müßte er ohnſtreitig von der Kugel in ihrer wahren Richtung durchbohrt werden, und das würde auch der Fall ſeyn, wenn er ſich derſelben gerade entgegen bewegte, oder in derſelben Richtung von ihr weg. Bewegte er ſich aber nach einer andern Richtung als die Kugel, ſo muß letztere in dem Augenblicke, da ſie an den Damm fährt, an der Richtung deſſelben Theil nehmen, und ihn daher in einer ganz andern Richtung durchbohren, als in der ſie an den Damm fährt. Je gröſſer die Geſchwindigkeit des Dammes in Vergleichung der Kugel iſt, deſto mehr wird auch die Richtung der letztern beym Hineinfahren in den Damm abgeändert werden müſſen. Die Anwendung auf den Lichtſtrahl der in das Auge fährt, iſt leicht. Man kann zeigen, daß bey dem angenommenen Verhältniſſe der Geſchwindigkeit des Lichtes zu der der Erde,

der ſcheinbare Ort eines Sternes um 20″ von dem **wahren** verſchieden ſeyn kann, und daß dieſer Unterſchied abnimmt, je mehr die Richtung, welche die Erde in ihrer Bahn hat, mit der nach dem Sterne zuſammenfällt. Man nennt dieſe von der allmähligen Fortpflanzung des Lichtes herrührende ſcheinbare Aenderung in dem Orte eines Sternes die **Abirrung des Lichtes**, (Aberration) und hat durch Hülfe der Geometrie Formeln gefunden, ſie für jeden Ort der Erde, und für jeden Stern zu berechnen, und dadurch ſehr glücklich manche ſcheinbare Aenderungen in den gegenſeitigen Lagen der Fixſterne erkläret, welche wichtige Entdeckung von dem berühmten Aſtronomen **Bradley** gemacht worden iſt. Man ſehe hierüber mein Programm de aberrationibus ſtellarum fixarum computandis. Erlangae 1786.

241 c) Man kann hierbey fragen, wie hat man die Geſchwindigkeit des Lichtes ſelbſt finden können? Hierauf dient zur Antwort, daß uns die **Verfinſterungen der Jupiterstrabanten** dieſe wichtige Kenntniß verſchafft haben. Als man von dem Laufe dieſer Monde ſchon hinlänglich unterrichtet war, um ihre Verfinſterungen, wie unſere Mondfinſterniſſe mit Genauigkeit berechnen zu können, ſo äuſſerte ſich doch ein ſo beträchtlicher Unterſchied zwiſchen den berechneten und beobachteten Zeiten der Ein- und Austritte (§. 215.) der Trabanten, daß man ſolchen unmöglich auf Fehler der Theorie ſchieben konnte. Dieſe treffen immer deſto ſpäter ein, je weiter die Erde vom Jupiter abſteht, und wenn die Erde dieſſeits der Sonne, der ♃ jenſeits derſelben ſteht, die Erde alſo beynahe um den halben Durchmeſſer der Erdbahn weiter von dem Jupiter weg iſt, als wenn ſie ſich in der mittlern Entfernung vom Jupiter befindet, ſo eräugnen ſich die beobachteten Ein- und Austritte um 8′ . 7″ ſpäter, als ſie unter der Vorausſetzung, daß die Erde in dem mittlern Abſtand bleibe, eintreffen müßten, und man kann die Urſache hiervon in nichts anderm finden, als daß das Licht eine gewiſſe Zeit braucht, einen ſo beträchtlichen Weg, als der Halbmeſſer der Erdbahn iſt, zurückzulegen. Denn wenn uns ein Licht nicht in demſelben Augenblicke ſichtbar wird, da es entſteht, ſo werden wir den Trabanten auch nicht in dem Augenblicke ſehen, wenn er aus dem Schatten ſeines Planeten tritt, und gegentheils werden die letzten Strahlen des in den Schatten ſich eintauchenden Trabanten erſt zu uns gelangen, wenn er ſchon einige Zeit verfinſtert iſt. Beträgt demnach die Zeit, welche das Licht braucht, einen Halbmeſſer

ſer der Erdbahn zu durchlaufen 8 Minuten 7 Secunden, ſo müſſen ſich auch die Verfinſterungen der Jupiterstrabanten um ſo viel ſpäter ereignen, wenn die Erde um jenen Halbmeſſer weiter von dem Jupiter weg iſt.

Hieraus kann man nun leicht nach der Regel de tri finden, wie groß der Weg iſt, den das Licht in einer Zeitſekunde durchlaufen würde. Der Halbmeſſer der Erdbahn beträgt 24000 Halbmeſſer unſerer Erdkugel, oder 24000 mahl 860 geographiſche Meilen. Alſo durchläuft das Licht in einer Secunde 49280 Meilen, und bewegt ſich daher 900000 mahl geſchwinder, als der Schall (der in einer Secunde ohngefähr 1040 pariſer Schuhe durchläuft) und 10313 mahl geſchwinder, als die Erde in ihrer Bahn.

241 d) Einige ſcheinbare Aenderungen in den gegenſeitigen Lagen der Fixſterne, laſſen ſich auch aus einer gewiſſen periodiſchen Aenderung, welche die Lage der Erdaxe, und folglich auch den Aequator, und die Schiefe der Ecliptik durch die Einwürkung des Mondes auf unſere Erdkugel erfahren (§. 71 a) und welche man die **Nutation** der Erdaxe heiſt, erklären. M. ſ. über dieſe Aenderungen **de la Lande** Aſtr. Liv. XVII.

241 e) Giebt es nun aber auch Aenderungen in den Stellungen und Lagen der Fixſterne, welche ſich weder durch das **Rückwärtsgehen der Aequinoctialpunkte** (§. 98 a) noch durch eine **Parallaxe der Erdbahn** (§. 240.) noch durch die **Aberration** (§. 241 b) noch durch die **Nutation** (§. 241 d) erklären laſſen, ſo müſſen ſolche entweder von einer **eigenen Bewegung der Fixſterne**, oder von einer **Fortrückung der Sonne** mit allen Planeten, d. h. **des ganzen Planetenſyſtems** herrühren. Die Beobachtungen haben in der That ſo etwas gewieſen, und **Tobias Mayer** hat zuerſt auf dieſe **eigene Bewegung** der Fixſterne, ſie ſey nun eine **wahre**, oder aus dem Fortrücken des Planetenſyſtems erfolgende **ſcheinbare**, Aufmerkſamkeit erregt. (de motu fixarum proprio in deſſen opp. ineditis) bey dem Arcturus (§. 92.) iſt dieſe Veränderung des Orts am merklichſten. Mayer zweifelte, daß dieſe Aenderungen, die man in den Lagen noch viel anderer Fixſterne bemerkt hat, blos **ſcheinbar** wären, und von einem Fortrücken unſeres Planetenſyſtems herrührten. Aber Herſchel hat doch gefunden, daß, wenn man annimmt, die Sonne mit allen Planeten bewege ſich nach einer Richtung,

die ohngefähr nach dem Sterne λ im Hercules hinweiſet, die Bewegung und Ortsveränderung von 22 Sternen unter 29, deren Bewegung ausgemacht iſt, ſich ſehr gut erklären laſſen, daß alſo allerdings eine **Fortrückung unſeres Planetenſyſtems** ſtatt finden könne, wiewohl er nicht läugnet, daß auch manche Firſterne dabey noch eine **wahre**, **eigene**, Bewegung haben könnten. Hierüber, ſo wie über mehrere andere damit in Verbindung ſtehende ſinnreiche Muthmaßungen und Bemerkungen umſtändlich in **Röslers** prakt. Aſtron. §. 506. **Prevoſt** über das Fortrücken des Sonnenſyſtems in Bode aſtr. Jahrbuche für 1786. 259. S. Auch Hr. **Wurm** daſ. 1795. S. 175. Es wird noch ſehr lange dauern alles hieher gehörige vollkommen genugthuend zu erklären. (M.)

Lehrſatz.

IV. 20. **242. Die Erde und alle übrigen Hauptplaneten, als ♅, ♄, ♃, ♂, ♀ und ☿ bewegen ſich in einer Ellipſi um die Sonne, welche in ihrem einen Brennpunkte S lieget, und zwar dergeſtalt, daß die Linie SI, welche aus der Sonne in den Mittelpunkt des Planeten gezogen wird, in gleicher Zeit gleiche Theile von der Ellipſi beſchreibet, ſo daß der Theil von der Ellipſi ASI ſich zu der ganzen Ellipſi verhält, wie die Zeit, da der Planet den Bogen AI durchläufet, zu der Zeit, da er die ganze Peripherie durchwandert.**

Anmerkung.

243. Dieſes merkwürdige Geſetz, daß die Planeten um die Sonne keine vollkommenen Kreiſe, ſondern **Ellipſen** (§. 21. 22. h. Geom.) beſchreiben, in deren einem **Brennpunkte** (§. 22. VIII. h. Geom.) ſich allemahl die Sonne befindet, hat **Kepler** entdeckt, und **Neuton** hat aus dem Geſetze der allgemeinen Schwere oder Gravitation die phyſiſche Urſache dieſer elliptiſchen Bewegung der Planeten gewieſen.

I. Da die Planeten ſich nemlich alle um die Sonne bewegen, ſo muß der Grund hievon in der Sonne ſelbſt mit zu ſuchen ſeyn, oder vielmehr in ihr muß die Urſache liegen, daß ein

ein Planet nicht in jedem Punkte ſeiner Bahn, der Richtung die er daſelbſt hat, ohne Ende hinaus folgen kann, ſondern vielmehr alle Augenblicke genöthigt wird, dieſe Richtung zu verlaſſen, und eine krumme Linie um die Sonne zu beſchreiben. Geſetzt der Planet ſey in dem Punkte a, (Fig. 26. Tab. V.) ſeiner Bahn um die Sonne S. Man ziehe an dieſen Punkt eine Tangente ad, ſo wird ein unendlich kleines Stückchen der krummen Linie bey a z. E. ab mit der Richtung der Tangente ad übereinkommen, und man kann alſo ſagen, daß in dem Augenblicke, da der Planet bey a iſt, ad die **Richtung ſeiner Bewegung** ſey. Wäre nun nicht etwas vorhanden, was den Planeten nach der Sonne zu triebe, ſo würde er in dieſer Richtung ad ohne Ende hinaus fortgehen, und ſich ſolchergeſtalt immer weiter und weiter von der Sonne entfernen, weil es ein ewiges Naturgeſetz iſt, daß kein Körper von ſelbſt, die Richtung, die er in einem gewiſſen Augenblicke ſeiner Bewegung hat, ohne Einwürkung einer äuſſern Urſache verlaſſen, und eine neue Richtung annehmen kann. Da nun aber der Planet nach Verfluß einer gewiſſen Zeit nicht z. E. in dem Punkte c der Richtung ad, ſondern vielmehr bey e ſich befindet, ſo muß ihn während jener Zeit beſtändig etwas von der Richtung ad die er bey a hatte, abgezogen haben, ſo daß er nunmehr bey e der Sonne gleichſam wieder um ſo viel näher iſt, als ihn jene Bewegung längs ad von der Sonne würde entfernt haben. Kömmt der Planet nach e, ſo würde die Tangente ef die Richtung ſeiner Bewegung ſeyn, und von ihr eben das gelten, was vorhin von ad geſagt worden iſt. Man ſieht alſo, daß wenn nicht eine Kraft vorhanden wäre, die den Planeten beſtändig nach der Sonne erhielte, er nie eine zuſammenhängende krumme Linie um ſie beſchreiben könnte. So iſt denn klar, daß ein Planet gleichſam durch zwey Kräfte getrieben wird, deren eine ihn beſtändig ſucht von der Sonne zu entfernen, die andere ihn aber wieder zu nähern, ſo daß er nie unter einem gewiſſen Abſtande ſich der Sonne nähere, und über einen andern ſich von ihr entfernen kann. Die eine Kraft nach der Richtung ad heiſt die **Tangentialkraft**, oder auch in ſo fern ſie den Planeten ſucht von S zu entfernen, die **Centrifugalkraft**, die andere, welche ihn dagegen beſtändig wieder nach S treibt, die **anziehende Kraft**, oder **Centripetalkraft**, und man gedenkt ſich dieſe ohngefähr wie die Schwerkraft auf unſerer Erde, welche jeden Körper nach der Oberfläche der Erde zu fallen nöthigt. So würkte denn die Sonne durch ihre Ziehkraft durch das ganze Planetenſyſtem, und alle Planeten ſind alſo gleichſam nach

V. 26.

der

der Sonne zu ſchwer, und werden durch dieſe Gravitation in ihren Bahnen erhalten. Aber ſie würden auch ſämmtlich dieſer Schwere nach der Sonne zu folgen, und endlich auf ſie fallen, wie ein Stein zur Erde, wenn ihnen Gott bey der Schöpfung nicht jene Tangentialkraft ertheilt hätte, durch deren beſtändige Fortwürkung ſie gehindert werden, jener Schwere zu gehorchen.

II. Man kann in der Mechanik zeigen, daß wenn ein Kör-
V. 27. per B (Fig. 27. Aſtr. Tab. V.) durch zwey Kräfte nach den Richtungen BA und BC zugleich getrieben wird, er ſich nach der Diagonallinie BD eines Parallelogramms bewegen muß, deſſen beyde Seiten BA und BC ſich wie die Kräfte ſelbſt verhalten.

V. 28. Geſetzt demnach ein Planet a (Fig. 28. T. V.) habe bey der Schöpfung eine Bewegung nach der Richtung ad erhalten, und werde nun beſtändig nach der Sonne S gezogen. Bey a verhalte ſich die Kraft nach ad zu der nach S wie ac : am, ſo wird der Planet nach der Richtung ac der Diagonallinie des Parallelogramms amce ſich bewegen. Nun würde er aber immer in dieſer neuen Richtung af mit gleichförmiger Geſchwindigkeit fortgehen, wenn er bey e nicht wieder nach S gezogen würde. Man nehme en = ae und ſetze die Kraft mit der der Körper längs ef fortgehen will, verhalte ſich zu der nach S wie en : eg, ſo wird er wieder nach der Diagonallinie ev ſich bewegen, und alſo die neue Richtung eh bekommen. So erhält er alſo in dem erſten Augenblicke die Richtung ae, in dem zweyten die Richtung ev, und ſo in jedem folgenden eine neue, und wenn nun die Zeittheile unendlich klein, mithin auch die Stückchen ae, ev, vt &c. unendlich klein gedacht werden, ſo bilden ſie zuſammen eine krumme Linie aevt &c. die der Planet um die Sonne S beſchreiben wird.

III. Da nun ae und en, und folglich auch ae und ev in gleichen Zeittheilchen beſchrieben werden, ſo müſſen auch die Flächenräume aSe, und eSv von gleicher Gröſſe ſeyn. Denn man gedenke ſich von S nach n eine gerade Linie, ſo ſind wegen ae = en, die Dreyecke aSe = Sen (§. 119. Geom.) und nun auch weil vn parallel mit eS die Dreyecke Sen = Sev (Geom. §. 119.) Alſo auch △ aSe = △ Sev. Hieraus folgt denn weiter, daß auch die Flächenräume aSv, vSk die in einer gleichgroſſen Menge gleicher Zeittheilchen, alſo in gleichen endlichen Zeiten beſchrieben werden, einander gleich ſeyn, oder überhaupt ſich wie die Zeiten verhalten müſſen, in denen der

Planet

Planet die zugehörigen Bögen aev; vtk beſchreibt. Und ſo wäre denn der Lehrſ. (§. 242.) aus mechaniſchen Gründen erwieſen.

IV. Was von den Planeten um die Sonne gezeigt worden iſt, gilt auch von den Monden oder Trabanten, welche ſich um ihre Planeten bewegen. So beſchreibt alſo der Mond ſeine Bahn um die Erde, indem ihn ſeine Anziehung zur Erde, oder die Schwerkraft darinn erhält, und **Neuton** hat gezeigt, daß diejenige Kraft, welche einen Stein zur Erde nieder treibt, auch dieſelbe iſt, die den Mond verhindert, nicht der Tangentialkraft zu folgen. Aber freylich kann dieſe Kraft der Schwere in dem Abſtande, die der Mond von uns hat, nicht ſo groß, als nahe bey der Erdfläche ſeyn, ſo wie ein Magnet z. E. in einer Weite von mehreren Schuhen ein Stückchen Eiſen nicht ſo ſtark als in der Nähe anziehen kann. **Neuton** unterſuchte aus der bekannten Bewegung des Mondes, um wie viel er ſich in Zeit von einer Minute der Erde nähern müßte, wenn ihn die Tangentialrichtung nicht aus ſeiner Bahn entfernen ſollte, und fand, daß der Raum, um den ihn die Schwere niederziehen müßte, 3600 mahl geringer ſey, als die Tiefe des Falles eines Körpers in einer Minute nahe an der Oberfläche der Erde. Da nun die Weite des Mondes vom Mittelpunkte des Erdkörpers ohngefähr 60 mahl gröſſer iſt, als die Entfernung der Oberfläche der Erde vom Mittelpunkte, jene Zahl 3600 aber das Quadrat von 60 iſt, ſo folgerte Neuton hieraus, die Schwerkraft vermindere ſich in dem Verhältniſſe, wie das Quadrat der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde zunehme, und ſchloß nun, daß eben dieſes Geſetz auch bey der Gravitation der Planeten gegen die Sonne ſtatt finden möchte. Er fand, daß wenn man dieſes Geſetz annähme, die krummen Linien, die die Planeten um die Sonne beſchreiben müßten, würklich ſolche Ellipſen ſeyn, als den Beobachtungen zufolge gefunden wird, und beſtätigte alſo dadurch eine Muthmaßung, die von den wichtigſten Folgen für die ganze Aſtronomie geworden iſt. **Kepler** hatte auch ſchon vor Neuton entdeckt, **daß die Quadrate der Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne ſich gegen einander verhielten, wie die Würfel ihrer mittlern Entfernungen von der Sonne,** und ſo muß es ſich auch verhalten, wenn ſich die Planeten in Ellipſen bewegen, und nach dem einen Brennpunkte der Ellipſe angezogen werden. Die allgemeine Anziehung oder Schwere der Materie gegen einander, giebt alſo die Centripetalkraft bey der Bewegung der Planeten in ihren krummen Bahnen ab, die zwey-

te dazu erforderliche Centrifugal- oder Tangentialkraft ſcheint Gott den Körpern bey ihrer Schöpfung eingedrückt oder gegeben zu haben.

V. Wenn nun aber alle Materie gegen einander ſchwer iſt, ſo werden umgekehrt auch die Planeten gegen einander ſelbſt, und dieſe gegen ihre Monde ſchwer ſeyn. Dies verurſacht denn, daß jeder Planet einigermaßen die elliptiſche Bewegung des andern um die Sonne ſtört, und daher gewiſſe **Ungleichheiten ihres Laufes** entſtehen müſſen, wie auch würklich die Beobachtungen gelehrt haben. So wird alſo z. B. die Bewegung der Erde um die Sonne vorzüglich durch die Venus und den Jupiter **geſtört**, und der Mond in ſeiner Bewegung durch die anziehende Kraft der Sonne; der Mond kann alſo nicht ſo um die Erde gehen, als wenn ihn die Erde allein regierte, und ſeine Bahn weicht daher auch merklich von einer wahren Ellipſe ab. Die Unterſuchung derſelben heiſt man die **Aufgabe von den drey Körpern**, (Sonne Mond und Erde) deren Auflöſung den Aſtronomen viel zu ſchaffen gemacht hat. Durch die feinſten Kunſtgriffe der Analyſis und Mechanik hat man es aber dahin gebracht, Tafeln für die Bewegung des Mondes zu berechnen, welche mit den Beobachtungen bis auf Kleinigkeiten übereinſtimmen. Die **Mondstafeln von Tobias Mayer**, wodurch er ſeinen Erben einen Theil des auf die Erfindung der Länge zur See von der Admiralität in Engelland geſetzten Preiſes erworben, ſtimmen mit dem Himmel wohl noch am beſten überein, zumahl wenn man damit die vortrefflichen **Sonnentafeln** des Hrn. Obriſtwachtm. und Aſtronomen **von Zach** in Gotha, bey welchen auch auf die Störungen des ♂ Rückſicht genommen worden iſt, verbindet. Uebrigens muß man nicht vergeſſen, daß Uebereinſtimmung der Tafeln mit dem **Himmel**, und mit **Beobachtungen** (zumahl wie jetzt oft beobachtet wird) nicht einerley iſt. Fehler der Beobachtungen werden oft auf Fehler der Tafeln geſchoben.

VI. Die Aenderungen in der Schiefe der Ecliptik, das Rückwärtsgehen der Aequinoctialpunkte und mehrere andere Dinge hängen ebenfalls von den gegenſeitigen Würkungen der Planeten und ihrer Monde ab. Dies aber alles umſtändlich zu erklären, gehört nicht für die erſten Anfangsgründe, und man muß darüber die Schriften eines **Eulers**, **d'Alemberts**, **Clairauts**, **de Lambre**, **de la Place**, u. m. leſen. In **de la Lande** Aſtronomie werden dieſe Gegenſtände, ſo elementariſch als möglich behandelt. Da Wolf gar nichts

von

von den Geſetzen der Gravitation, und ihren Würkungen gelehrt hat, ſo glaube ich, daß die Wichtigkeit des Gegenſtandes, dieſe lange Anmerkung rechtfertigen wird. (M.)

Erklärung.

244. Perihelium iſt der Punkt P, wo der Planet der Sonne S am näheſten iſt; Aphelium aber der Punkt A, in welchem er von der Sonne am weiteſten wegſtehet. IV. 20.

Anmerkung.

245. Diejenigen, welche den Planeten mit der Sonne eine Bewegung um die Erde zueignen, nennen den Punkt P das Perigäum; den Punkt A aber das Apogäum, indem ſie in S die Erde ſetzen.

245 a) Bey dem ☽ ſind dieſe Benennungen gebräuchlich.

Erklärung.

246. Die Linie PA, welche aus dem Perihelio in das Aphelium gezogen wird, heiſſet Linea Abſidum. IV. 20.

Erklärung.

247. Die Weite des Brennpunktes S, wo die Sonne iſt, von dem Mittelpunkte C, wird die Eccentricität genennet.

Erklärung.

248. Die Linie SI, welche aus dem Mittelpunkte der Sonne S in die Peripherie der Ellipſis, oder die Bahn des Planeten gezogen wird, heiſſet die Diſtanz oder Weite, im Lateiniſchen auch Intervallum.

Erfahrung.

249. Die mittlere Anomalie iſt die Zeit, welche der Planet zubringet, indem er von dem Apogäo oder Aphelio A bis zu einem gewiſſen Punkte I in ſeiner Bahn fortgehet.

Zuſatz.

IV. 250. Alſo ſchicket ſich zu ihrem Maaße das Stücke
20. von der elliptiſchen Fläche ASI, welches die Linie, ſo aus der Sonne S in den Planeten I gezogen wird, während der Zeit beſchrieben (§. 242.).

Anmerkung.

251. Zu dem Ende theilet Kepler, dem wir dieſe Theorie zu danken haben, die ganze Ellipſi in 360 gleiche Theile, und jeden Theil in 60 Scrupel, wie man den Circul einzutheilen pfleget; und durch die Theile und ihre Scrupel ſpricht er die mittlere Anomalie aus.

Erklärung.

252. **Durch die mittlere Bewegung verſtehet man diejenige, vermöge welcher der Planet in gleicher Zeit gleiche Stücke von ſeiner Bahn beſchreibet.**

Erklärung.

253. **Hingegen durch die wahre Bewegung verſtehen wir diejenige, welche wir dem Planeten zueignen, indem wir auf der Erde auf ihn Achtung geben.**

Erklärung.

IV. 254. Der eccentriſche Circul **iſt derjenige, wel-**
20. **cher mit der halben Axe CA durch das Aphelium A und Perihelium P beſchrieben wird.**

Erklärung.

255. Die eccentriſche Anomalie **iſt der Bogen des eccentriſchen Circuls AK, zwiſchen der Apſidenlinie PA und der Linie KL, die durch den Mittelpunkt des Planeten I auf die Linie PA perpendicular gezogen wird, und oben in K den eccentriſchen Circul durchſchneidet, wenn man ſie verlängert.**

Erklä-

Erklärung.

256. **Die coäquirte Anomalie iſt der Winkel ASI, welchen die beyden Linien, ſo aus dem Mittelpunkte der Sonne S in das Aphelium A und den Planeten I gezogen werden, mit einander machen, das iſt, der Winkel, unter welchem der Bogen zwiſchen dem Aphelio und dem Planeten aus der Sonne geſehen wird.**

Anmerkung.

257. Daher nennet man ſie auch Angulum ad Solem, oder den Winkel an der Sonne. Ihr könnet euch auch einbilden, als wenn aus A über den Fixſternen ein groſſer Circul beſchrieben würde. Alsdenn wäre die Anomalia coaequata ein Bogen von dieſem Circul zwiſchen dem Aphelio und dem Orte, wo der Mittelpunkt des Planeten geſehen wird.

Erklärung.

258. **Die Aequation oder Proſtaphäreſis, iſt der Unterſcheid der mittleren und coäquirten Anomalie.**

Anmerkung.

259. Man pfleget ſie auch Aequationem centri zu nennen. Und Kepler (Epit. Aſtron. Copern. lib 5. part. 2. c. 4. p. 691.) theilet ſie in zwey Theile: nemlich Aequationem Opticam & Phyſicam. Er ſetzet nemlich, daß nicht allein wegen der verſchiedenen Weite von der Sonne die Bewegung des Planeten ungleich erſcheine, ſondern auch wirklich ungleich ſey in ſeiner Bahn. Und nennet er partem aequationis phyſicam, den Triangel CSI, oder, welcher ihm gleichgültig iſt, den Triangel CSK, (den er ſonſt Triangulum aequatorium heiſſet); hingegen den Winkel CIS partem opticam. Wie man alle dieſe Sachen finden, und dadurch die Bewegung der Planeten um die Sonne ausrechnen kann, zeige ich in den Anfangsgründen.

259 a) Anfänger können ſich mit den Erklärungen, welche hier aus der **Kepleriſchen Theorie der elliptiſchen Bewegung** beygebracht worden ſind, begnügen. Die Anwendung dieſer Theorie erfordert aber, wegen den Ungleichheiten, welche die Planeten durch ihre gegenſeitigen Ziehkräfte in

ihren Bahnen verurſachen, noch allerley andere Kunſtgriffe der Analyſis und Mechanik, wenn von würklichen Tafeln die Rede iſt, welche über die Bewegungen der Planeten berechnet werden ſollen.

Die Kepleriſche Aufgabe ſelbſt kömmt vorzüglich darauf an, **aus der mittlern Anomalie die wahre zu finden,** d. h. aus der Zeit, welche vom Durchgange eines Planeten
IV. durch ſein Aphelium A verfloſſen iſt, den zugehörigen Winkel
20. ASI zu finden, und dadurch den Punkt I angeben zu können,
wo ſich der Planet am Ende der vorgegebenen Zeit befinden wird. Da nun aber die Zeit, welche der Planet braucht, den Bogen AI ſeiner Bahn zu durchlaufen, ſich verhält wie das elliptiſche Stück Fläche ASI (§. 242.) ſo gedenke man ſich an dem Mittelpunkte eines Kreiſes ADP einen Winkel ACK, welcher ſich zu 360 Gr. verhalte, wie das elliptiſche Stück Fläche ASI zur ganzen Fläche der Ellipſe, d. h. wie die Zeit, welche der Planet gebraucht hat, von ſeinem Aphelio A den Bogen AI zu beſchreiben, zur ganzen Umlaufszeit des Planeten, ſo kann man den Winkel ACK ſelbſt die mittlere Anomalie nennen, und es kömmt nun darauf an, aus dieſem Winkel ACK, der für jede Zeit gegeben iſt, die wahre Anomalie, oder den Winkel ASI zu finden. Die Auflöſung dieſer Aufgabe iſt zwar nicht ſchwer, aber etwas weitläuftig. Man findet ſie ſehr ſchön in **de la Caille** Leçons elem. d' Aſtronomie ausgeführt. Das Bisherige mag hinreichen, Anfängern einen Begriff zu geben, wovon in dem Kepleriſchen Problem eigentlich die Rede iſt.

Anmerkung.

260. Weil die übrigen Planeten auſſer der Erde ſich nicht in der Ecliptik bewegen, ſondern in einer Bahn, welche gegen die Ecliptik unter einem gewiſſen Winkel incliniret iſt: ſo hat man in Anſehung ihrer noch folgende Kunſtwörter nöthig.

Erklärung.

261. Die Nodi oder Knoten ſind die beyden Punkte der Ecliptik, in welchen die erweiterte Bahn des Planeten ſie durchſchneidet.

Anmerkung.

262. Die Ecliptik wird in der äuſſerſten Fläche der Weltkugel über den Fixſternen angenommen (§. 45.). Die Bahn des Planetens wird von ſeinem Mittelpunkte beſchrieben, in dem

dem er ſich um die Sonne herum beweget, und iſt ſolchergeſtalt von der Ecliptik entfernet. Bildet euch aber ein, als wenn der Circul, oder vielmehr die Ellipſis, darinnen ſich der Planet beweget, dergeſtalt erweitert würde, daß er gleichfalls bis über die Fixſterne gienge, ſo werdet ihr euch nicht allein beſſer einbilden können, als ſonſt, wie die Bahn des Planetens gegen die Fläche der Ecliptik incliniret iſt, und ſie in zwey Punkten durchſchneidet, ſondern auch das übrige, was von der Ausſchweifung der Ecliptik geſaget werden ſoll, deſto leichter verſtehen.

Anmerkung.

263. Von dem einen Nodo fänget der Planet an über die Ecliptik heraufzuſteigen in die nördlichen Zeichen: von dem andern aber ſteiget er herunter in die ſüdlichen Zeichen. Jener wird Nodus aſcendens, dieſer deſcendens genennet. Zuweilen heiſſet auch jener, Nodus Borealis, dieſer aber Auſtralis. Jenen deutet man an durch ☊; dieſen aber durch ☋. In dem Monde nennet man jenen den **Drachenkopf**, dieſen aber den **Drachenſchwanz**.

Erklärung.

264. Die Inclination wird genennet der Bogen PR eines Circuls, der durch den Planeten P und die Ecliptik dergeſtalt aus der Sonne S beſchrieben wird, daß er mit ihr in R einen rechten Winkel machet, oder der Winkel an der Sonne PSR, deſſen Maaß der Bogen PR iſt. III. 21.

264 a) Statt dieſer in ältern Schriften vorkommenden Benennung, bedient man ſich jetzt lieber des Worts **heliocentriſche Breite** des Planeten, m. ſ. unten (§. 276.)

Erklärung.

265. Das Argument der Inclination iſt der Bogen von der erweiterten Bahn des Planetens NP, welcher zwiſchen ſeinem aufſteigenden Knoten und dem Orte P, wo der Planet aus der Sonne S geſehen wird, enthalten iſt. III. 21.

Erklärung.

III.
21. 266. Der Eccentriſche Ort des Planetens iſt der Punkt P in ſeiner erweiterten Bahn, in welchem er aus der Sonne S geſehen wird.

Anmerkung.

267. Daher nennet man auch die Eccentriſche Länge des Planetens den Bogen der Ecliptik NR, welcher zwiſchen dem o ♈ und der Inclination des Planetens PR enthalten iſt.

267 a) Man heiſt ſie auch die heliocentriſche Länge (§. 270.)

Erklärung.

268. Die Reduktion der Ecliptik iſt der Unterſchied zwiſchen der Eccentriſchen Länge und dem Argument der Inclination.

Erklärung.

III.
21. 269. Die curtirte oder verkürzte Weite des Planetens iſt die Linie SR, welche zwiſchen dem Mittelpunkte der Sonne S und der Perpendicularlinie PR aus dem Planeten P auf der Fläche der Ecliptik enthalten iſt. Der Unterſchied zwiſchen der curtirten Weite SR und wahren PS von der Sonne S heiſſet die Curtirung oder Verkürzung.

Erklärung.

270. Der heliocentriſche Ort des Planetens iſt der Punkt der Ecliptik, wo der Planet aus der Sonne geſehen wird; der geocentriſche aber, wo er von der Erde geſehen wird.

Erklärung.

III.
21. 271. Der Commutationswinkel, oder Winkel an der Sonne ESR iſt der Unterſchied zwiſchen dem wahren Orte der Sonne E, wo ſie nemlich von der Erde T geſehen wird, und dem zur Eclip-

tik

tik reducirten Orte des Planetens R. Einige nennen ſie Anomaliam Orbis.

Erklärung.

272. Der Elongationswinkel ETR (welcher auch der Winkel an der Erde genennet wird) iſt der Unterſchied zwiſchen dem wahren Orte der Sonne E und dem wahren Orte des Planetens, wo er von der Erde geſehen wird. III. 21.

Erklärung.

273. Die Parallaxis der Erdbahn iſt der Winkel SRT, oder der Unterſchied zwiſchen dem Commutations- und Elongationswinkel. III. 21.

273 a) Man muß dieſe Parallaxe der Erdbahn in Anſehung der Planeten, nicht mit der in Anſehung der Fixſterne (§. 240 und 241.) verwechſeln.

Anmerkung.

274. Es iſt abermals ein herrlicher Beweis für die Bewegung der Erde um die Sonne, daß dieſe Parallaxis gröſſer iſt im Mars als im Jupiter, und gröſſer im Jupiter als im Saturn: denn der erſte iſt der Erde näher als der andere, der andere aber näher als der dritte. Die Gröſſe der Parallaxis aber richtet ſich allezeit nach der Weite (§. 125.).

Erklärung.

275. Die Breite des Planetens iſt die Weite von der Ecliptik PR, wie ſie von der Erde geſehen wird, das iſt der Winkel RTP. III. 21.

Anmerkung.

276. Alſo iſt der Unterſchied zwiſchen der Inclination und der Breite des Planetens leicht zu erachten. Jene nemlich iſt der Winkel PSR, unter welchem des Planetens Abſtand von der Ecliptik aus der Sonne geſehen wird; dieſe aber der Winkel RTP, unter welchem eben dieſer Abſtand aus der Erde erſcheinet.

Anmerkung.

277. I. Es wird nicht undienlich ſeyn, hieher zu ſetzen, wie die Aſtronomen ſowohl die Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne, als auch ihre tägliche mittlere Bewegung, ihre Aphelia, Knoten, Excentricitäten,

 u. d. g.

u. d. g. in Theilen ihres mittlern Abſtandes von der Sonne gefunden haben. Die Angaben ſind aus de la Lande genommen.

	Umlaufs-Zeiten				mittlere tägl. Bewegung.			mittl. tägl. Beweg. d. ☽		
	T.	St.	M.	S.	Gr.	′	″	Gr.	′	″
Mercur	87.	23.	15.	43	4.	5.	33	13.	10.	35
Venus	224.	16.	49.	10	1.	36.	8			
Erde	365.	6.	9.	11	0.	59.	8			
Mars	686.	23.	30.	35	0.	31.	27			
Jupiter	4332.	14.	27.	11	0.	4.	59			
Saturn	10759.	1.	51.	8	0.	2.	1			
Uranus	30689.	18.	14.	0	0.	0.	43			

	Ort des Aphelii d. 1. Jan. 1793.				Jährl. Bew. des Aphelii			Excentricitäten
		Gr.	′	″	Gr.	′	″	
Mercur	♐.	14.	14.	17	0.	0.	57	0,2055
Venus	♒.	8.	30.	32	0.	0.	48	0,0069
Erde	♑.	9.	21.	48	0.	1.	4	0,0168
Mars	♍.	2.	16.	25	0.	1.	6	0,0931
Jupiter	♎.	11.	1.	44	0.	0.	57	0,0481
Saturn	♐.	28.	56.	28	0.	1.	6	0,0562
Uranus	♓.	17.	14.	39	0.	0.	53	0,0467
☽ Apog.	♌.	0.	49.	17	40.	39.	50	0,0436

	Ort des ☊ den 1. Jan. 1793.				Jährl. Bew. des ☊			Neigung d. Planetenb.		
		Gr.	′	″	Gr.	′	″	Gr.	′	″
Mercur	♉.	15.	51.	45	0.	0.	43	7.	0.	0
Venus	♊.	14.	48.	31	0.	0.	31	3.	23.	35
Mars	♉.	17.	58.	42	0.	0.	28	1.	51.	0
Jupiter	♋.	8.	19.	57	0.	0.	36	1.	19.	2
Saturn	♋.	21.	52.	59	0.	0.	32	2.	29.	55
Uranus	♊.	12.	49.	8	0.	0.	16	0.	46.	16
☽	♍.	18.	32.	0	19.	19.	43	5.	8.	30

II. Die Umlaufszeiten der Planeten ſind hier diejenigen, welche man die **Sideralumläufe** nennt, nach Verfluß deren nemlich die Planeten von der Sonne aus wieder bey denſelben Fixſternen wie zuvor wieder geſehen werden. Man unterſcheidet von ihnen die **tropiſchen** Umläufe, nach Verfluß deren die Planeten wieder dieſelbe gerade Aufſteigung oder Länge von der Sonne aus geſehen haben würden, und dieſe tropiſchen Umlaufszeiten können wegen der Verrückung der Aequinoctialpunkte, während der Planet ſich um die Sonne bewegt, jenen Sideralumläufen nicht gleich ſeyn. So reichen z. E. die Aequinoctialpunkte innerhalb eines Jahres um 50″,3 zurück (§. 98.) oder in Anſehung der Bewegung der Erde um die Sonne, **vorwärts**, und man müßte alſo die Zeit, welche die Erde braucht dieſe 50″,3 zu beſchreiben, d. h. 20 Minuten 24 Secund. von dem ſideriſchen Umlaufe der Erde alſo von 365 T. 6 St. 9 Min. 11 Sec. abziehen, um ihren **tropiſchen Umlauf** = 365 T. 5 St. 48 Min. 48 Sec. zu erhalten. Eine ähnliche Rechnung kann man für die übrigen Planeten führen.

III. Die Oerter des Aphelii oder der Sonnenferne der Planeten **wachſen** jährlich um ſo viel, als in der Tabelle angegeben iſt. Und ſo verhält ſichs auch mit dem **Apogäo**, oder der **Erdferne des Mondes**.

IV. Die Oerter des ☊ der Planeten **wachſen** jährlich um ſo viel als angegeben iſt. Aber der ☊ des ☽ nimmt ab, oder vielmehr bewegt ſich jährlich **rückwärts**, nemlich der Ordnung der Zeichen **entgegen** (aus der ♏ in den ♌, aus dem ♌ in den ♋ u. ſ. w.) um ſo viel als in der Tabelle ſteht. Und ſo verhält ſichs auch mit dem ☋, welcher von dem ☊ allemahl 180 Gr. oder um 6 Zeichen abſteht.

V. Man kann alſo aus der Tabelle das Aphelium und den ☊ für jedes andere Jahr berechnen, als für welches dieſe Oerter in der Tabelle angegeben ſind.

Bey den in der Tabelle angegebenen Excentricitäten, iſt die mittlere Entfernung der Planeten von der Sonne allemahl die Einheit. Alſo zeigt z. E. die Zahl 0,0069 bey der **Venus** an, daß die Excentricität der Venusbahn $\frac{69}{10000}$ der mittlern Entfernung der ♀ von der Sonne betrage.

Unter der **Neigung der Planetenbahnen**, wird ihr Winkel mit der Ecliptik oder Erdbahn verſtanden. (M.)

Anmerkung.

278. Aus der Theorie der Bewegung der Planeten hat man durch Hülfe der Trigonometrie gefunden, daß ſich ihre mittlern Entfernungen von der Sonne beynahe wie folgende Zahlen verhalten:

☿; ♀; ♁; ♂; ♃; ♄; ♅
4; 7; 10; 16; 52; 100; 196

Aber

$4 = 4$	$(28 = 4 + 8 \cdot 3)$
$7 = 4 + 1 \cdot 3$	$52 = 4 + 16 \cdot 3$
$10 = 4 + 2 \cdot 3$	$100 = 4 + 32 \cdot 3$
$16 = 4 + 4 \cdot 3$	$196 = 4 + 64 \cdot 3$

Das Geſetz dieſer Reihe iſt alſo klar, indem die Faktores:

1; 2; 4; 8; 16; 32; 64;

eine geometriſche Progreſſion ausmachen. Da aber zwiſchen dem ♂ und ♃ noch die Zahl:

$$28 = 4 + 8 \cdot 3$$

dieſem Geſetz zufolge fehlt, ſo läßt dies einen zwiſchen dem ♂ und ♃ noch vorhandenen, aber bisher noch nicht entdeckten Planeten vermuthen. Merkwürdig iſt, daß der Abſtand 196 des Uranus, an dieſe Reihe, welche ſchon lange vor der Entdeckung des Uranus bekannt war, anſchließt. (Wurm über mögliche Planeten unſeres Sonnenſyſtems, Bode aſtr. Jahrb. 1790. p. 167. (M.)

Aufgabe.

I. 279. **Aus der gegebenen Parallaxi des**
8. **Mondes TLV und ſeiner Höhe KL ſeine Weite von der Erde zu finden.**

Auflöſung.

1. Da in dem Triangel TLV der Winkel L, imgleichen wegen des Winkels LVZ, deſſen Maaß die Entfernung des Mondes von dem Zenith iſt, der Winkel LVT (§. 38. Geom.) und der halbe Diameter der Erde TV = 1 bekannt ſind; ſo könnet ihr die Seite TL finden (§. 20. Trig.)

2. Wenn

2. Wenn euch die Horizontal-Parallaxis TKV gegeben wird, ſo iſt TVK ein rechter Winkel, und ihr verfahret wie vorhin.

Z. E. die größte Horizontal-Parallaxis TKV iſt nach dem de la Hire (Tab. Aſtron. XVIII. p. 27.)

1° 1′ 25″

und demnach:

Log. Sin. TKV	8,2519888
Log. TV	0,0000000
Log. Sin. tot.	10,0000000
Log. TK	1,7480112

welchem in den Tafeln $55\frac{27}{100}$, das iſt beynahe 56 halbe Diameters der Erde zukommen.

Aufgabe.

280. Die Weite der Sonne von der Erde zu finden.

Auflöſung.

1. Ohngefähr 6 Stunden vor dem erſten Viertel, oder 6 Stunden nach dem letzten, obſerviret durch ein gutes und mit einem Micrometer verſehenes Fernglas den Mond, dadurch ihr ihn ganz auf einmal überſehen könnet.
2. Merket die Zeit, da der Mond halb erleuchtet iſt, nach einer guten Perpendiculuhr, und meſſet ohne Verzug ſeine Weite von zwey Fixſternen, deren Länge und Breite bekannt iſt (§. 87.)
3. Suchet die Länge des Mondes durch die ſphäriſche Trigonometrie, und den wahren Ort der Sonne durch die aſtronomiſchen Tafeln.
4. Ziehet die Länge der Sonne von der Länge des III.
Mondes ab, ſo bleibet die Elongation des Mon- 22.
des von der Sonne DS übrig.
5. Da ihr nun bey dem in L rechtwinklichten Triangel TLS den Winkel LTS, deſſen Maaß die Elongation

gation

gation des Mondes iſt, und eben des Mondes Weite von der Erde (§. 279.) wiſſet, könnet ihr die Weite der Sonne von der Erde TS finden (§. 20. Trig.) W. Z. T. W.

Anmerkung.

281. Je genauer man die Weite der Sonne zu ſuchen ſich bemühet, je gröſſer kommet ſie heraus, alſo, daß ſie die alten Aſtronomen alle unſtreitig viel zu klein anſetzen. **Wendelinus** hat die Weite der Sonne von der Erde 13751 halbe Diameter der Erde, und daraus ihre Parallaxin 15 Secunden gefunden, und Caſſini auf ſeine Art nur 10 Secunden, mit welchem **Flammſtädt** übereinkommet, da ſie **Ricciolus** ſelbſt noch 25 machet. In **de la Hire** ſetzet ſie nur 6″.

281 a) Nach den neueſten Beobachtungen und Folgerungen aus den Durchgängen der ♀ vor der ☉ in den Jahren 1761. und 1769. iſt die Parallaxe der Sonne im Horizonte = 8″,5. **Tob. Mayer** vermuthet in ſeiner theoria ☽ §. 51. daß ſie nicht größer als 7″,8 ſeyn könne.

Zuſatz.

282. Aus vielen vergleichenden Beobachtungen haben die Aſtronomen gefunden, daß wenn man den mittlern Halbmeſſer der Erdbahn zu 10000 Theilen annimmt, die größten und kleinſten Entfernungen der Planeten von der Sonne ſich auf folgende Art verhalten;

Abſtände der Planeten von der Sonne.

	kleinſter	mittlerer	größter	Mittler. in Erdhalbm.
Mercur	3076	3871	4666	9391
Venus	7183	7233	7283	17547
Erde	9832	10000	10168	24260
Mars	13819	15237	16655	36965
Jupiter	49527	52028	54529	126220
Saturn	90043	95407	100771	231457
Uranus	181738	190818	199898	462924
☽ von d. Erde.	23,07	24,68	26,29	59,87

Der

Der mittlere Abſtand der Erde von der Sonne in Erdhalbmeſſern iſt aus der Horizontalparallaxe 8″,5 hergeleitet worden (§§. 280. 281.)

282 a) Verlangte man die Abſtände in der Columne V. dieſer Tafel in geographiſchen Meilen, ſo darf jede Zahl dieſer Columne nur noch mit 859½, oder dem Halbmeſſer der Erdkugel in geogr. Meilen, multiplicirt werden. Dies giebt in Millionen von ſolchen Meilen ohngefähr folgendes:

♅	♄	♃	♂	♁	♀	☿	☽ in einzeln M.
400;	199;	108;	31;	21;	15;	8;	51468.

Anmerkung.

283. Wenn es nöthig iſt, ſo kann man hieraus die Umfänge der Planetenbahnen, und denn aus ihren bekannten Umlaufszeiten weiter berechnen, wie viel Meilen jeder Planet z. E. in 1 Secunde zurücklegt.

Aufgabe.

284. **Aus der gegebenen Weite eines Sternes von der Erde TK, oder TS, ſeine Horizontal-Parallaxis TKV, imgleichen ſeine Parallaxin TSV in einer gegebenen Höhe zu finden.** I. 8.

Auflöſung.

In dem bey V rechtwinklichten Triangel TKV könnet ihr aus den beyden Seiten TK und TV den Winkel TKV, imgleichen im Triangel TSV aus dem Winkel STV und den beyden Seiten TS und TV den Winkel TSV (§. 23. 28. Trigon.) finden.

Aufgabe.

285. **Aus der gegebenen Weite eines Sternes von der Erde und ſeinem ſcheinbaren Diameter den wahren Diameter zu finden.**

Auflöſung.

In dem bey A rechtwinklichten Triangel ACO wiſſet ihr den Winkel O, als den ſcheinbaren halben Dia- I. 11.
meter,

meter, und die Weite des Sternes CO. Derowegen könnet ihr ſeinen wahren halben Diameter AC (§. 20. Trigon.) finden.

Z. E. es ſey die geringſte Weite des Mondes CO $55\frac{79}{100}$ (§. 279.) und AOC nach dem de la Hire (Tab. Aſtron. XVIII. p. 27.) 16′ 30″; ſo iſt

Log. Sin. tot.		10,0000000
CO		1,7480112
Sin. AOC		7,6812083
		9,4292195
Log. AC	—	0,5707805

welchen in den Tafeln $\frac{1000}{3722}$ am nächſten kommen.

Demnach iſt der Diameter des Mondes $\frac{1000}{3722}$, oder $\frac{268}{1000}$ (§. 84. Arithm.) von dem Diameter der Erde.

Zuſatz.

286. Weil der Diameter der Erde ſich zu dem Diameter des Mondes verhält wie 250 zu 67 (§. 59. Arithm.); ſo verhält ſich die Fläche der Erde zu der Fläche des Mondes, wie 62500 zu 4489 (§. 131. Geom.); hingegen die ganzen Körper verhalten ſich gegen einander wie 15625000 zu 300763 (§. 212. Geom.).

Zuſatz.

287. Derowegen iſt die Fläche der Erde beynahe 14mal ſo groß, als die Fläche des Mondes; hingegen die ganze Erde iſt beynahe 52 mal ſo groß, als der Mond (§. 52. Arithm.).

Zuſatz.

288. Da nun unſere Erde das Sonnenlicht, damit ſie beſtrahlet wird, eben ſo wohl als der Mond zurücke wirfet, ſo muß ſie 14 mal ſo viel Licht in den Mond, als der Mond auf die Erde werfen.

Zuſatz.

Zuſatz.

289. Daher iſt nicht zu zweifeln, daß das ſchwache Licht, welches man um den Neumond in dem von der Sonne weggekehrten Theile des Mondes ſiehet, von der Erde ſey, indem es dem erleuchteten Theile der Erde entgegengeſetzet iſt.

Anmerkung.

290. Wie der Erddiameter ſich zu dem Diameter der übrigen Planeten, und ſeine Gröſſe zu ihrer Gröſſe verhält, iſt aus beygefügtem Täfelein zu erſehen.

	Durchm. der Planet. in geographiſ. Meil.	Verhältn. gegen d. Durchmeſſ. d. Erde.	Gröſſe d. Planeten in Vergleich. der Erde.
☽	465	0,27	1 : 50
☿	697	0,40	1 : 16
♂	1041	0,60	1 : 4,6
♀	1688	0,98	1 : 0,9
♁	1719	1,00	1 : 1
♅	7528	4,38	83 : 1
♄	17362	10,10	1030 : 1
♃	19566	11,38	1474 : 1
♄ Ring	40518	25,58	—— ——
☉	194490	113,14	1448079 : 1

(M.)

Aufgabe.

291. Aus dem halben Diameter des Monds AC und der Weite der Spitze eines Berges, die erleuchtet wird, von dem erleuchteten Theile des Mondes AB, die Höhe deſſelben Berges zu finden. I. 12.

Aufloͤſung.

1. Addiret die Quadrate von AB und AC.
2. Aus der Summe ziehet die Quadratwurzel (§. 77. Arithm.); ſo habet ihr BC (§. 144. Geom.).

3. Zie-

3. Ziehet von BC den halben Diameter des Mondes DC ab; ſo bleibet die Höhe des Berges BD übrig.

Z. E. in einigen Bergen iſt AB = $\frac{1}{26}$ AE (§. 184.). Wenn ihr nun AC 67 oder AE 134 dergleichen Theile gebet, als der halbe Diameter der Erde 250 hat (§. 286.); ſo iſt AB = $5\frac{2}{13}$ (§. 85. Arithm.), folgends zu AC wie $5\frac{2}{13}$ zu 67, oder wie 67 zu 871.

$AC^2 = 758641$	$BC = 873$
$AB^2 = 4489$	$DC = 871$
$BC^2 = 763130$	$BD = 2.$

Nehmet ihr nun ferner den halben Diameter der Erde, wie insgemein geſchiehet, 860 deutſche Meilen an, ſo findet ihr AC $231\frac{7}{25}$ Meilen, oder beynahe 482 halbe Meilen (§. 85. Arithm.), und endlich, da ſich BD zu AC wie 2 zu 871 verhält, BD etwas über eine halbe Meile.

Anmerkung.

292. Die Berge auf dem Monde ſind zum Theil viel höher als die unſrigen. Berge von 10000 Schuhen Höhe ſind hier nichts ſeltenes. Ja auf dem ſüdlichen Mondrande hat Hr. Schröter welche angetroffen, deren Höhe er auf 25000 pariſer Schuhe anſetzt. Wir wiſſen, daß der höchſte Berg auf unſerer Erde, nemlich der Chimboraço in America nur um 193200 ſolcher Schuhe ſich über der Meeresfläche erhebt. (M).

Aufgabe.

293. **Den ſcheinbaren Diameter der Erde im Monde zu finden, das iſt, den Winkel unter welchem die Erde im Monde geſehen wird.**

Aufloͤſung.

Weil der halbe Diameter der Horizontal-Parallaxi des Mondes gleich iſt, ſo habet ihr nur nöthig, dieſe zu ſuchen (§. 284.). Da ſie nun in der geringſten Weite

te 1° 1′ 25″ hält, ſo iſt der ſcheinbare Diameter der Erde im ☽ niemals gröſſer, als 2° 3′ oder 123′.

Zuſatz.

294. Daher ſiehet der Diameter der Erde beynahe viermal ſo groß im Monde aus, als der Diameter des Mondes auf der Erde.

Zuſatz.

295. Weil aber die Erde unter einem ſo kleinen Winkel im Monde geſehen wird, ſo kann man nichts deutlich davon ſehen (§. 26. Optik.) Und daher ſtellet ſie ſich den Seleniten nicht anders als ein runder hellleuchtender Teller vor.

Zuſatz.

296. Solchergeſtalt ſiehet die Erde den Seleniten eben ſo wie uns der Mond aus, und wird dannenhero mit Recht von ihnen, wie von uns der Mond, unter die Zahl der Sterne, und zwar der Planeten geſetzet. Denn ſie iſt ein Körper, welcher ihnen des Nachts am Himmel leuchtet.

Anmerkung.

297. Ihr könnet leicht erachten, daß, wenn die Erde aus einem Planeten geſehen wird, der weiter von ihr weg iſt, als der Mond, ſie auch viel kleiner ausſehen müſſe (§. 23. Opt.) und alſo in einigen Orten auch wirklich wie ein Stern erſcheine.

Erfahrung.

298. Hugenius in ſeinem Coſmotheoro lib. 2. p. m. 114. merket an, daß durch die vortreflichſten Ferngläſer die Fixſterne nur wie ein heller Punkt ohne alle Breite erſcheinen.

Anmerkung.

299. Daher haben wir keinen gewiſſen Grund, daraus wir ihre wahre Gröſſe ermeſſen können.

Lehrſatz.

300. **Die Fixſterne können ihr Licht nicht von der Sonne haben.**

Beweis.

Sie ſind weiter von der Sonne weg, als Saturnus (§. 217.), und doch iſt ihr Licht viel heller, wird auch nicht ſchwächer, als das Licht der Planeten, wenn man ſie durch Ferngläſer anſiehet. Derowegen können ſie es nicht von der Sonne haben. W. Z. E.

Zuſätze.

301. Alſo haben ſie ihr eigenes Licht, und ſind demnach lauter Sonnen.

Anmerkung.

302. Daher iſt glaublich, daß ſie auch ihre Planeten haben, die ſich um ſie bewegen. Woraus denn eine unendliche Gröſſe des Weltgebäudes entſpringet, und eine unzählige Zahl der vernünftigen Creaturen, die ihren Schöpfer loben.

Anmerkung.

303. Eben ſo hat man Urſache zu glauben, es ſey Sirius nicht kleiner, als die Sonne, und hierauf hat ſich Hugenius gegründet, als er in ſeinem Coſmotheoro S. 115. die Weite der Fixſterne von der Erde einigermaſſen ermeſſen wollen, welche er 27664 mal gröſſer, als die Weite der Sonne von der Erde ſetzet.

Erfahrung.

304. **Zuweilen erſcheinen einige Sterne, die man vorhin nicht ſahe; über eine Weile verſchwinden ſie, und zu anderer Zeit kommen ſie wieder. Dergleichen Stern iſt auf der Bruſt des Schwanes, welcher von den Aſtronomen Mira oder der Wunderbare genennet wird. Andere hingegen kommen nicht mehr wieder, wenn ſie ſich einmal ſehen laſſen. Dergleichen iſt der Stern, welcher zu Tychonis Zeiten in dem**

dem Geſtirne der Caſſiopejä erſchien, viel gröſſer und heller als alle übrige Sterne, ſo daß er auch des Nachts durch die Wolken, und des Tages bey hellem Sonnenſchein von ſcharfen Augen geſehen wurde. Seine Gröſſe und Helle nahm nach und nach ab, bis er endlich ganz verſchwand. Vid. Tycho Progymnaſm. Tom. I. c. 3. & ſeqq.

Zuſatz.

305. Die Sterne, welche bald erſcheinen, bald verſchwinden, ſind vielleicht einige Planeten, die ſich um die Fixſterne als ihre Sonnen bewegen (§. 302.); wiewohl ihr ſtarkes Licht entgegen zu ſeyn ſcheinet, und man alſo nichts zuverläßiges beſtimmen kann.

305 a) Was ſolche Sterne überhaupt, die man periodiſche oder auch veränderliche nennt, ihrer Natur nach ſeyn mögen, darüber kann man die verſchiedenen Meynungen in Röslers pract. Aſtron. §. 498. nachleſen. Auch Wiedeburgs diſquiſ. de Stellis mutabilibus &c. Ien. 1739. Man hat dergleichen Sterne, die ihr Licht verändern, eine Zeitlang wohl ganz verſchwinden, und dann von neuem erſcheinen, noch viel mehrere, als Wolf anführt.

Erfahrung.

306. Unter den Sternen, die ſich nur zuweilen ſehen laſſen, haben einige eine Bewegung in Anſehung der Fixſterne, und öfters einen langen Schweif. Dieſelben werden Cometen genennet. Sie bewegen ſich über dieſes auch, wie das ganze übrige himmliſche Heer, in 24 Stunden um unſere Erde. Nach ihrer eigenen Bewegung aber folgen ſie nicht wie die Planeten den Zeichen des Thierkreiſes, ſondern gehen wohl von Mittage gegen Norden. Durch gute Ferngläſer haben ſie Heveln (Cometogr. lib. 8. f. 476.) wie unſere Wolken ausgeſe-

hen. Und da Weigel A. 1664. den Cometen zugleich mit dem Monde und einem Wölklein, ſo von der Sonne am Abendhorizont erleuchtet wurde, durch ein Fernglas betrachtete, nahm er wahr, daß das Licht des Mondes in einem fortgieng, das Licht der Wolken und des Cometen aber überall unterbrochen war. Es ſahe das Licht des Mondes gegen das Licht der Wolken und des Cometens aus, wie eine ebene polirte Fläche gegen eine andere, die hin und wieder kleine Grüblein hat. S. die Fortſetzung des Himmelsſpiegels c. 11. §. 5. p. 96. Die Köpfe der Cometen ſehen in der Mitten dichter aus, als um den Rand, welchen mittleren Theil man den Kern nennet. Der Kern wird nach und nach kleiner, zerfähret in viel Stücke, ja endlich gar in eine Materie, die der übrigen gleich ſiehet. Vid. Hevelii Cometogr. lib. 9. f. 562. & lib. 7. f. 409. Es iſt aber der Kopf der Cometen A. 1665. und 1680. ganz erleuchtet geweſen, als ſie nur 22 bis 23 Grad von der Sonne wegſtanden. Der Schweif hingegen iſt ſo dünne, daß man die Fixſterne dadurch ſehen kann, wie Hevel Cometogr. lib. 8. f. 516 & 517. anmerket, und der Sonne jederzeit entgegenſetzet. Die Bewegung der Cometen iſt überaus ordentlich, wie der Planeten, ob ſie zwar einen beſondern Thierkreis haben, den Caſſini in folgende Verſe eingeſchloſſen:

Antinous, Pegaſusque, Andromeda, Taurus, Orion,
Procyon atque Hydrus, Centaurus, Scorpius, Arcus.

Auch hat man befunden, daß der Comet, welchen Tycho A. 1577. obſerviret, eben ſo geſchwin-

ſchwinde und in eben dem Wege ſich beweget, wie der, welcher A. 1690. erſchien. Den letzteren hat man noch durch ein Fernglas erblicket, da er mit bloſſen Augen nicht mehr geſehen wurde.

Zuſatz.

307. Weil die Cometen die erſte Bewegung um die Erde mit dem ganzen himmliſchen Heere gemein haben, ſo können ſie ſich nicht in der Luft aufhalten, wie Ariſtoteles geglaubet, ſondern müſſen in dem Himmel unter den Planeten, oder über denſelben ſeyn.

Zuſatz.

308. Da ſie aber ſonderlich durch Ferngläſer bloß wie eine von der Sonne erleuchtete Wolke ausſehen, ſo iſt glaublich, daß ſie für ſich kein Licht haben, ſondern es wie die Planeten von der Sonne bekommen.

Zuſatz.

309. Derowegen, da die Cometen A. 1664. und A. 1683. ganz erleuchtet waren, wie ſie von der Sonne nur 22 Gr. wegſtanden, ſo müſſen ſie über der Sonne geweſen, das iſt, weiter von der Erde geſtanden ſeyn, als die Sonne.

Zuſatz.

310. Da nun der Schweif von der Sonne erleuchtet wird, unerachtet er hinter dem Kopfe des Cometens, und alſo in ſeinem Schatten ſtehet, ſo muß das Sonnenlicht durch des Cometens Kopf durchfallen können, oder es müßte innerhalb dem Cometen ein Licht ſeyn.

310a) Oder der Schweif eines Kometen wäre eine Art von Atmoſphäre, in der die Sonnenſtrahlen erſt gebrochen, und dann zu uns reflectirt würden.

Zuſatz.

311. Der Schweif muß aber einem dünnen Nebel gleichen, weil ſich die Sterne dadurch ſehen laſſen.

Zuſatz.

312. Weil die Cometen eine ſo ordentliche Bewegung haben, auch wieder kommen, ſo müſſen ſie beſtändige Weltkörper ſeyn.

Anmerkung.

313. Kepler hält ſie für Himelswolken, die in der ſubtilen Himmelsluft erzeuget würden, welche Meynung abſonderlich Hevel in ſeiner Cometographia ausführet.

313 a) Die neuere Sternkunde hat gelehrt, daß die Kometen zu unſerem Sonnenſyſteme gehörige Körper ſind, und ſich um die Sonne in ſehr langen excentriſchen Ellipſen bewegen, von denen nur der geringſte Theil von uns beobachtet werden kann. Manche Kometen mögen Jahrtauſende zu ihrem Umlaufe um die Sonne brauchen, und wir ſehen ſie nur in demjenigen Theile ihrer Bahn, in welchem ſie uns nahe genug ſind. Aber es gehören ungemein ſcharfe Beobachtungen dazu, aus dieſem Theile, auf die ganze Bahn zu ſchließen, und dies iſt denn die Urſache, warum wir nur von wenigen Kometen, die Bahn und Umlaufzeit ſo genau kennen, daß wir die Wiederkehr eines Kometen mit einiger Wahrſcheinlichkeit vorausſagen können. Das ſchönſte und vollſtändigſte Werk über die Kometen, iſt Pingré Cometographie à Paris 1785. 2 Bände in 4. Die bis 1774. bekannt gewordenen Kometenbahnen finden ſich in Hrn. Prof. Bode (Erläuter. d. Sternkunde II. Thl. S. 479.). Lambert (Kosmologiſche Briefe Augsp. 1761.) überſchlägt die Zahl der zu unſerem Syſtem gehörigen Kometen bis an 4000, und ſtellt auſſerdem ſehr ſinnreiche Ideen über dieſe merkwürdigen Körper auf. Im Durchſchnitte kann man alle zwey Jahre einen Kometen rechnen, aber manche ſind freylich dem bloßen Auge nicht bemerkbar. Daß der uns ſichtbare Theil einer Kometenbahn für ein Stück einer Parabel (§. 32. h. Geom.) genommen werden darf, hat Dörfel, ein Deutſcher, zuerſt gelehrt. Daß übrigens die Kometen ſehr wenig Maſſe haben müſſen, und daher Keplers Meynung (§. 313.) mit der auch Hr. Hofr. Lichtenberg (Erxlebens Naturlehre 5 Aufl. §. 644.) übereinſtimmt, nicht ſo ganz unrichtig ſeyn möchte, erhellet daraus, daß ſie durch ihre Anziehungskräfte bisher keine merkliche Störung in den Bahnen der Planeten hervorgebracht haben. Vielleicht ließe ſich aber

auch gedenken, daß ihre Maſſe, wenn ſie auch dicht wäre, nur auf keine Planetenmaſſe würkte, ſo wie ein Magnet kein Holz zieht.

Ueber die Theorie der Kometenbahnen, nenne ich nur **Eulers** theor. motus planetarum et cometarum, und **Lamberts** proprietates inſigniores orbitae cometarum et planetarum.

Anmerkung.

314. Es mögen aber die Cometen entweder Weltkörper ſeyn, die von Gott im Anfange der Welt erſchaffen worden, oder auch aus den Ausdünſtungen der Planeten, oder auf andere Weiſe von neuem entſtehen, ſo kann man daher nicht erweiſen, daß ſie den Inwohnern der Erde entweder etwas Gutes oder etwas Böſes bedeuten, wenn ſie von ihnen geſehen werden. Denn in beyden Fällen hätte der Schluß keinen richtigen Grund. Ja in der Bibel hat ſich Gott nirgends erkläret, daß er die Cometen zum Zeichen ſeines Zorns oder auch ſeiner Gnade geſetzet. Vielmehr hat er uns warnen laſſen, daß wir uns vor den Zeichen des Himmels nicht fürchten ſollen, wie die Heiden, Jer. 10. Und es wäre auch ungereimt, daß die Cometen Boten des göttlichen Zorns ſeyn ſollten, da die meiſten von den wenigſten Menſchen geſehen werden, wie denn von 1699. an bis 1709. faſt alle Jahre, aber nur von wenigen Aſtronomen bey nächtlicher Weile, Cometen geſehen worden. Vid. Hiſtoire de l'Academie Royale des Sciences A. 1699. 1700. 1701. &c. Aus der Erfahrung kann man nicht ſchlieſſen, daß die Cometen eine böſe Bedeutung haben. Denn es iſt keine Folge; auf die Erſcheinung des Cometens iſt einer gewiſſen Nation ein großes Unglück begegnet, derowegen hat der Comet dieſes bedeutet. Zu geſchweigen, daß man aus der Hiſtorie nicht erweiſen kann, es ſey jederzeit auf die Erſcheinung eines Cometen eine große Veränderung in den Reichen der Welt erfolget. Ja, wenn Gott einem gewiſſen Volke durch ein Zeichen vom Himmel ſeinen Untergang ankündigen wollte, müßte er es in unſere Luft ſetzen, daß es über dem Lande oder der Stadt ſtehen bliebe, dem der Untergang angedeutet wird, wie man von dem Cometen erzählet, der über Jeruſalem durch das ganze jüdiſche Land vor der Verſtöhrung geſehen ward.

Erklärung.

315. **Wenn der Planet mit der Sonne in einem Orte des Himmels geſehen wird, oder**

von ihm um den ſechſten, vierten, dritten, oder halben Theil des Himmels wegſtehet, ſo nennet man es einen Adſpekt, und zwar insbeſondere in dem erſten Falle eine Conjunction oder Zuſammenkunft; in dem anderen den Geſechſtſchein (Sextilem); in dem dritten den Geviertſchein (Quadratum); in dem vierten den Gedrittſchein (Trigonum); und in dem letzten die Entgegenſetzung oder Oppoſition.

Anmerkung.

316. Die Zeichen, damit ſie bemerket werden, ſind folgende: ☌ ✱ □ △ ☍. Z. E. wenn Saturnus und Jupiter im Geviertſcheine gegen einander ſtehen, ſchreibet man □ ♄ ♃. Hingegen wenn das Zeichen des Adſpects nur zu einem Planeten geſetzet wird, verſtehet man zugleich mit dabey den Mond. Alſo bedeutet ✱ ♀ den Geſechſtſchein der ♀ mit dem ☽, das iſt, daß der Mond von der ♀ 60 Gr. wegſtehet.

Anmerkung.

317. Die Conjunction des ♄ und ♃ wird die groſſe Conjunction genennet, ja gar die gröſte Conjunction, wenn ſie im Anfange des Widders geſchiehet, welches ſich alle 794 Jahre einmal zuträget, da die groſſen beynahe nach 20 Jahren wieder kommen. Die Aſtrologen haben ihnen dieſe Benennung zugeleget, weil ſie ſelbige von großer Würkung zu ſeyn erachtet: wie denn ſie das ganze Weſen mit den Aſpecten auf die Bahn gebracht, und daher nicht allein die Urſache der Witterung auf unſerem Erdboden, ſondern auch andere Einflüſſe in die Körper auf der Erde, ja den Menſchen ſelbſt, herholen wollen. Allein da man weder aus der Natur des Adſpectes, noch durch gegründete Erfahrung einigen Einfluß behaupten kann: ſo haben heut zu Tage alle verſtändige Aſtronomen dieſen albernen Kram verlaſſen. Es iſt allerdings kein Schluß: Saturnus ſtehet von dem Jupiter 90 Gr. weg in Anſehung unſerer Erde, derowegen muß eine Veränderung des Wetters oder auch in den Körpern auf den Erdboden erfolgen. Eben ſo wenig ſchlieſſet es: heute iſt der Adſpect geweſen, das iſt, der oder jener Planet hat uns auf der Erde 60, 90, 120 oder 180 Gr. von einem andern weg zu ſtehen geſchienen, und es hat geregnet; derowegen iſt die Urſache des Regens geweſen, daß ſie uns ſo weit von einan-

einander zu ſtehen auf der Erde geſchienen. Keine andere Erfahrung als dieſe kann jemand anführen.

Lehrſatz.

318. **Wenn der Mond in ſeiner Oppoſition entweder in dem Knoten oder nahe dabey anzutreffen iſt, ſo wird er verfinſtert.**

Beweis.

Wenn der Mond im Knoten iſt, ſo ſtehet ſein Mittelpunkt in der Ecliptik, hält er ſich aber nahe bey dem Knoten auf, ſo iſt er auch der Ecliptik nahe (§. 261.) Nun wird er verfinſtert von dem Erdſchatten, wenn er der Sonne entweder in der Ecliptik, oder nahe bey derſelben entgegengeſetzet iſt (§. 155.) Derowegen iſt eine Mondfinſterniß, wenn der Mond entweder im Knoten, oder nahe dabey voll wird. W. Z. E.

Zuſatz.

319. Es iſt alſo in einer Mondfinſterniß die Summe aus dem halben ſcheinbaren Diameter des Mondes und des Erdſchattens größer, als ſeine Breite.

Anmerkung.

320. Hieraus erhellet, warum nicht alle Vollmond eine Mondfinſterniß iſt, imgleichen warum eine Finſterniß gröſſer iſt, und länger dauert, als die andere.

Aufgabe.

321. **Eine Mondfinſterniß zu obſerviren.**

Auflöſung.

1. Stellet eine Perpendiculuhr nach der Sonne (§. 32.), und corrigiret die Zeit, die ihr darnach angemerket, aus obſervirten Höhen der Sterne. (§. 26 g).

2. Richtet ein Fernglas mit einem Micrometer gegen den Mond, und merket die Zeit, wenn ſeine Peri-

phærie die Rundung zu verlieren beginnet; ſo wiſſet ihr den Anfang der Finſterniß.

3. Merket gleichfalls die Zeit, da der Erdſchatten die aus der Mondbeſchreibung bekannten Flecken erreichet, imgleichen da er den ganzen Mond verläſſet, ſo ſehet ihr, wie die Finſterniß von Zeit zu Zeit zu- und abgenommen, und wenn ſie aufhöret.

4. Ziehet das Ende von dem Anfange ab, ſo wiſſet ihr, wie lange ſie gewähret, welche Zeit, in zwey Theile getheilet, das Mittel der Finſterniß bekannt machet.

5. Durch Hülfe des Micrometers meſſet die Gröſſe des verfinſterten Diameters (§. 182.).

321 a) Die an unterſchiedenen Oertern auf der Erde beobachteten Zeiten der Antritte des Erdſchattens an einerley Flecken des Mondes, ſind ſehr wichtig für die Geographie (m. ſ. unten §. 62 Geogr.) Deswegen iſt es ſehr nützlich, ſich die vorzüglichſten Mondsflecken, zumahl die hellern oder Berge, bekannt zu machen. Bey den Mondfinſterniſſen pflegt man zu bemerken, wenn ein ſolcher Flecken in den Erdſchatten tritt, wenn er ohngefähr zur Hälfte darinn iſt, und wenn er ganz in dem Schatten iſt. So wird auch bey den Austritten der Flecken, aus dem Schatten, verfahren.

Lehrſatz.

322. Die auf dem Erdboden eine Sonnenfinſterniß ſehen, ſtehen entweder im Schatten oder Halbſchatten des Mondes.

Beweis.

Wir ſehen eine Sonnenfinſterniß, wenn uns der Mond die Sonne decket (§. 149.). Denen nun die im Schatten des Mondes, oder in ſeinem Halbſchatten ſtehen, wird die Sonne wenigſtens zum Theil verdecket, nemlich um ſo vielmehr, je näher ſie dem Schatten ſind. Derowegen ſehen ſie eine Sonnenfinſterniß. W. Z. E.

Zuſatz.

Zuſatz.

323. Da nun der Schatten des Mondes der Sonne gegen über geworfen wird, die Erde aber den der Sonne entgegengeſetzten Ort in der Ecliptik einnimmt (§. 235.); ſo muß der Schatten und Halbſchatten des Mondes gegen die Ecliptik fallen, wenn auf dem Erdboden eine Sonnenfinſterniß ſich begeben ſoll, und demnach der Neumond entweder in dem Knoten, oder ſehr nahe dabey ſeyn (§. 261.).

Zuſatz.

324. Derowegen ſehen die Seleniten eine Erdfinſterniß, wenn wir eine Sonnenfinſterniß haben.

Anmerkung.

325. Der Halbſchatten iſt in dem Orte, wo nicht von allen Theilen der Sonne Strahlen hinfallen können.

Aufgabe.

326. **Eine Sonnenfinſterniß zu obſerviren.**

Auflöſung.

1. Fanget in einem verfinſterten Gemache das Bild der Sonne, welches ihr durch ein Fernglas hineinfallen laſſet, mit einem weiſſen Papiere auf, und theilet es in ſeine 12 Zolle. Nemlich der halbe Diameter wird in 6 gleiche Theile getheilet, und durch jeden Theilungspunkt wird aus dem Mittelpunkt ein Circul gezogen.
2. Merket vermittelſt einer richtig geſtellten Perpendiculuhr die Zeit an, da die Finſterniß ſich anfänget und aufhöret, auch ein jeder Zoll verfinſtert erſcheinet und wieder helle wird.
3. Corrigiret die Zeit, wenn die Uhr nicht recht gehet, aus den obſervirten Höhen der Sonne, oder durch Hülfe der Mittagslinie.

326 a)

326 a) Dies Verfahren möchte in der Ausübung etwas unbequem ſeyn. Beſſer und genauer beobachtet man Anfang und Ende der Finſterniß, ſo wie auch deren Gröſſe zu unterſchiedenen Zeiten, wenn man die Sonne durch ein Fernrohr mit einem Micrometer betrachtet, und wie bey den Mondfinſterniſſen (§. 321.) verfährt. Ein Muſter Sonnenfinſterniſſe zu beobachten, iſt die Beobachtung der großen Sonnenfinſterniß 1748 von **Tob. Mayer**, in den Kosmograph. Samml. auf d. Jahr 1748., wo auch gezeigt wird, was aus ſolchen Beobachtungen für Folgerungen zu ziehen ſind. Zur **Berechnung** der Sonnenfinſterniſſe hat man mehrere Vorſchriften. Berechnung nach neuern Tafeln und Methoden lehrt **Reccards** Abh. von den großen Sonnenfinſt. d. 1. April 1764. Berlin 1764. (Es wird darinn auch die Berechnung d. ☽finſt. gezeigt). Tob. Mayeri methodus facilis et accurata eclipſes ſolares computandi, in deſſen opp. ineditis Goettingae 1775. Ueber die Conſtructionen der Sonnen- und Mondfinſterniſſe giebt **Röslers** praktiſche Aſtronomie 2ter Theil die vollſtändigſte Anweiſung.

Ende der Aſtronomie.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Geographie.

Erklärung.

1.

Die Geographie iſt eine Wiſſenſchaft von der Figur und Gröſſe der Erde, und den daher rührenden Eigenſchaften.

Lehrſatz.

2. Die Erde iſt beynahe kugelrund.

Beweis.

Der Mond wird durch den Schatten der Erde verfinſtert (§. 155. Aſtron.). Der Erdſchatten ſiehet wie ein Circul aus, der Mond mag in denſelben hineinkommen, wo er will, gegen Oſten, Weſten oder Süden, weit von oder nahe bey der Erde (§. 154. Aſtron.). Alſo iſt der Durchſchnitt deſſelben ein Circul, und folgends die Erde beynahe kugelrund, (§. 44. 45. Optik.). W. Z. E.

Anmerkung.

3. Ich ſage, die Erde ſey beynahe kugelrund. Denn wir treffen hin und wieder große Berge an, welche die kugelrunde Figur zu hindern ſcheinen. Doch weil ſie nicht hindern können, daß der Erdſchatten ſich wie ein Circul präſentirt, muß ihre Höhe gegen den Diameter der Erde keine merkliche Verhältniß haben. Ueber dieſes haben die neuern Mathematiker erwieſen, daß die Erde gegen die Pole niedrig gedrücket, und mitten zwiſchen derſelben etwas erhabener ſey.

Zuſatz.

Zuſatz.

4. Daher iſt es nicht Wunder, daß man die Erde zur See ſchon etlichemal umſchiffet hat.

4 a) Das **Umſchiffen** gienge nun auch wohl an, wenn die Erde eine andere als kugelförmige Geſtalt hätte.

Anmerkung.

5. **Ferdinand Magellanes**, hat A. 1519. innerhalb 1124 Tagen die Erde das erſtemal umſchiffet; nach ihm haben **Franciſcus Draco**, ein Engländer A. 1557. innerhalb 1056; **Thomas Candiſh**, auch ein Engländer, A. 1586. innerhalb 777; **Simon Cordes**, aus Rotterdam A. 1590. und **Olivier Noort**, gleichfalls ein Holländer A. 1598. innerhalb 1077; und **Wilhelm Cornelius Schouten** A. 1615. innerhalb 749; und **Jacob Heremiten** und **Johann Hugen** A. 1623. innerhalb 802 Tagen dergleichen Reiſe gethan.

5 a) Die neueſten Reiſen um die Welt ſind die von dem Capitain **Cook**, Doct. **Solander** und Hrn. **Banks** 1771. und vom Cap. **Cook** und beyden Hrn. **Forſters**, 1775. und vom Cap. **Cook**, **Clerke**, und **Gore** in den Jahren 1777—1780.

Zuſatz.

6. Dieſes iſt auch die Urſache, warum die Sonne nicht an allen Orten auf dem Erdboden zu gleicher Zeit auf- und untergehet, ſondern viel eher bey denen Morgen- als Abendländern in ihrem Horizont und Meridian ſich ſehen läſſet, daß auch dannenhero, wenn man die Stunden des Tages von dem Mittage an zählen will, die Uhr an allen Orten nicht einerley ſchlagen kann. Denn wenn bey uns z. E. 3 Stunden nach Mittage ſind, müſſen die Morgenländer ſchon mehrere Stunden nach Mittage zählen, nachdem ſie viel oder wenig weiter gegen Morgen liegen, als wir.

6 a) Den Bogen des Aequators auf unſerer Erdkugel, welcher zwiſchen zweyen Meridianen enthalten iſt, nennt man den **Unterſchied der Mittagskreiſe**. Man kann ihn

(§. 67a. II.) in **Zeit** verwandeln, und auf dieſe Art finden, um wie viel die öſtlichen Meridiane eher Mittag haben, als die weſtlichen.

Dieſen Meridianunterſchied in Zeit aber unmittelbar zu finden, bedient man ſich der Mondfinſterniſſe, der Verfinſterungen der Jupitertrabanten und anderer Erſcheinungen am Himmel, welche allen Beobachtern auf der Erde ſich in einerley abſoluten Augenblicke darſtellen. Die öſtlichern Beobachter werden alsdann in dieſem Augenblicke, von ihrem Mittage angerechnet, um ſo viel mehr Zeit zählen, als die weſtlichern, als ſie eher Mittag gehabt haben. Geſetzt es habe bey dem Antritte des Erdſchattens an einem gewiſſen Flecken in dem Monde ein Beobachter in Leipzig, von ſeinem Mittage angerechnet, an ſeiner Uhr gezählet 10 Uhr 16 Min. 32 Sec. Ein Beobachter in Petersburg aber 11 Uhr 29 Min. 12 Sec., ſo wäre der Meridian-Unterſchied = 1 Stunde 12 Min. 40 Sec. um ſo viel würde der Petersburger Meridian öſtlicher liegen, als der Leipziger, und dieſem **Zeitunterſchiede** beyder Meridiane würde nach (§. §. 67a. II.) ein Bogen des Aequators von 18 Gr. 10′ entſprechen. So kann man aus vielen dergleichen korreſpondirenden Beobachtungen ein arithmetiſches Mittel nehmen, und den Meridianunterſchied ſehr genau finden. Ein ſolches arithmetiſches Mittel iſt aber nöthig, weil bey allen Beobachtungen kleine Fehler vorfallen, und wegen der unbeſtimmten Gränze des Erdſchattens bey den Mondfinſterniſſen ſich die Augenblicke, wenn der Schatten genau an dieſen oder jenen Flecken kömmt, nicht ganz ſcharf angeben laſſen. Noch unſicherer iſt der Augenblick zu beſtimmen, wenn ſich die Mondfinſterniß anfängt oder endigt. Die **totalen** Mondfinſterniſſe ſind übrigens zu ſolchen Beobachtungen der Meridianunterſchiede, wegen der geſchwindern ſcheinbaren Bewegung des Erdſchattens, und dem gerade Entgegenrücken deſſelben gegen die Mondflecken brauchbarer, als die **partialen** Finſterniſſe.

Ein anderes ſehr bequemes Verfahren, den Zeitunterſchied der Meridiane zu finden, iſt die Anwendung ſolcher Uhren, welche ohne Nachtheil ihrer Bewegung von einem Orte zu einem andern gebracht werden können, wie die **Taſchenchronometer** (§. 26 b Aſtr.) und während der Zeit entweder nicht aufgezogen zu werden brauchen, oder doch durch das Aufziehen nicht in ihrem Gange geſtört werden. Man beſtimmt

ſtimmt an dem einen Orte, aus übereinſtimmenden Sonnenhöhen (§. 26 g Aſtron.) genau, was die Uhr im Mittage weiſet, und verfährt nun eben ſo an dem andern Orte, ſo ergiebt ſich ſogleich unmittelbar der verlangte Zeitunterſchied beyder Oerter. Die Brauchbarkeit dieſes Verfahrens hat Hr. O. W. v. Zach in dem Leipz. Mag. zur Mathematik 1787. 4tes Stück, und in Hrn. **Bodens** aſtr. Jahrbüchern durch viele Beobachtungen dargethan. Die Verfinſterungen der ♃ Trabanten zur Beſtimmung der Meridianunterſchiede anzuwenden, ſind noch allerley Vorſichten zu beobachten, die in **Hells** Ephem. Aſtron. 1764. nachgeleſen werden können.

Zuſatz.

7. Eben von der runden Figur der Erde kommet es, daß die Reiſenden nicht allein zu Lande, ſondern auch zu Waſſer die Spitzen der Thürme, Maſtbäume der Schiffe, und die Berge und Klippen allezeit eher ſehen, als was der Erde näher iſt.

Zuſatz.

8. Daher müſſen uns Leute die Füſſe zukehren, welche man Antipodes und Antichthones zu nennen pfleget, und doch haben ſie den Himmel über ihrem Kopfe, und die Erde unter ihren Füſſen, wie wir.

Erklärung.

I. **9. Man bildet ſich auf der Erdkugel alle Circul ein, die man auf der Weltkugel beſchreibet. Nemlich die beyden Punkte A und P, um welche ſich die Erde innerhalb 24 Stunden beweget, nennet man die Pole, und zwar den einen A den Nordpol, den andern P den Süderpol. Der Aequator oder die Linie, iſt der Circul QR, der von jedem Pole A und P überall 90 Grad weg iſt. Die Ecliptik EL, iſt ein Circul, welcher den Aequator dergeſtalt durſchneidet, daß er mit ihm einen Winkel von 23 Gr. 29′ machet.**

chet. Der Tropicus cancri, EN und Tropicus capricorni, LM werden mit dem Aequator in der Weite von 23° 29′ parallel gezogen, und die beyden Polarcircul uO und yX um die Pole A und P in der Weite von 23° 29′ beſchrieben. Der Horizont wird hier eben ſo, wie in der Aſtronomie, genennet.

Erklärung.

10. Der Meridian oder Mittagscircul, iſt ein halber Circul, welcher durch die Pole und einen jeden Ort beſchrieben wird. Zuweilen führet auch der ganze Circul dieſen Namen.

Zuſatz.

11. Weil die Sonne in den Meridian kommet, wenn es Mittag iſt, (denn der Meridian an der Himmelskugel iſt mit dem Erdmeridian in einer Fläche) ſo haben alle Oerter, die in einer Hälfte des Meridians liegen, zu gleicher Zeit Mittag, und gehet alſo die Uhr bey ihnen auf einerley Art.

Anmerkung.

12. Damit man einen gewiſſen Anfang auf der Erde hat, machet man einen von den Meridianen zum erſten, und zählet von ihm an die übrigen von Abend gegen Morgen zu. Einige ziehen ihn durch die Canariſche Inſul Teneriffa wegen des hohen Berges Pico, den man auf der See bis 60 Meilen ſehen kann; andere durch die Capoverdiſche Inſul del Fougo; andere durch die Capoverdiſche Inſul St. Nicolai; noch andere durch die Flandriſchen Inſuln del Corvo und Flores; noch andere durch die Canariſche Inſul Palma; die Franzoſen auf Befehl des Königs Ludwigs XIII. durch die Inſul del Ferro.

12a) Oder vielmehr durch einen Punkt dieſer Inſel, welcher 20 Grade weſtwärts vom Pariſer Meridian entfernt iſt.

Aufgabe.

13. Die Gröſſe des Erddiameters zu finden.

Aufloͤſung.

2. 1. Nehmet zwey hohe Berge E und G an, die etliche Meilen von einander liegen, und meſſet ihre Weite LM.

2. Steiget auf beyde Hoͤhen und meſſet die Winkel FEG und FGE, (§. 43. Geom.); ſo wiſſet ihr den dritten F (§. 77. Geom.) deſſen Maaß der Bogen LM iſt (§. 16. Geom.).

3. Da euch nun der Bogen LM ſowohl in Graden und Minuten, als auch in Meilen oder Schuhen bekannt iſt, ſo koͤnnet ihr durch die Regel Detri finden, wie viel Meilen oder Schuhe die groͤßte Peripherie der Erdkugel, folgends auch (§. 153. Geometr.) der Diameter der Erde hat.

Z. E. Es ſey LM 5 deutſche Meilen, E 89 Gr. 55′, G 89 Gr. 45′, ſo iſt der Winkel F 20′; folgends ſind 360 Gr. oder 21600 Min. 5400 und LF 860 deutſche Meilen.

Anmerkung.

14. Dieſes von Wolf beſchriebene Verfahren dient nur, die Moͤglichkeit einzuſehen, wie man den Halbmeſſer der Erde finden koͤnnte, iſt aber in der Ausuͤbung deswegen unbrauchbar, weil die beyden Berge ſehr weit von einander entfernt ſeyn muͤſſen, wenn der Winkel F am Mittelpunkte z. E. nur einen Grad betragen ſollte, und von einigermaaßen betraͤchtlicher Groͤße muß er doch ſeyn, wenn daraus ein richtiger Schluß auf den ganzen Umfang der Erde, und folglich ihren Halbmeſſer ſoll gemacht werden koͤnnen. Aber dann wuͤrden die Berge von einer ſehr großen Hoͤhe ſeyn muͤſſen, wenn man wegen der Ruͤndung der Erde, auf der Spitze des einen, ſollte nach der Spitze des andern viſiren koͤnnen, und man wuͤrde wohl nicht leicht ein paar Berge finden koͤnnen, die zu dieſer Abſicht tauglich waͤren, zu geſchweigen, daß auch die Veraͤnderlichkeit der Refractionen nehe an der Erde nicht verſtatten wuͤrde, die Winkel bey E und G mit der gehoͤrigen Schaͤrfe zu meſſen. Brauchbarer iſt daher folgendes Verfahren, wobey keine Berge auf der Erde noͤthig ſind.

I. Es ſeyen (Fig. 24. Aſtron. Tab. V.) V und S zwey Oerter, welche in einerley Mittagskreiſe liegen. TZ; Tζ die Scheitellinien bey V und S. In der Richtung VN werde ein Fixſtern beobachtet, und deſſen Abſtand NVZ vom Zenith des Ortes V gemeſſen, zur Zeit, wenn der Stern ſich in der Mittagsfläche befindet. Wenn nun ein anderer Beobachter bey S, welcher denſelben Stern nach einer mit VN parallelen Richtung Sv wahrnehmen wird, auch die Weite vSζ deſſelben vom Zenith ζ gemeſſen hat, in dem Augenblicke da der Stern im Meridiane iſt, so ergiebt ſich hieraus der Winkel VTS am Mittelpunkte $=$ VmS $-$ TVm $=$ vSζ $-$ NVZ. (In manchen Fällen iſt dieſer Winkel auch der Summe der beyden Scheitelweiten des Sternes gleich.).

II. Wenn nun dieſer Winkel VTS, **den die Schei⸗tel⸗ oder Verticallinien zweyer Oerter mit einan⸗der machen**, z. E. einen Grad betrüge, ſo nennt man den Bogen VS auf der Erde, einen **Grad**, und es erhellet alſo wie durch das Verfahren (I.) gefunden werden kann, um wie viel Grade ꝛc. zwey Oerter, die in einerley Meridiane liegen, von einander entfernt ſind. Mißt man nun durch geometriſche Operationen den Abſtand VS, ſo ergiebt ſich hieraus die Länge **eines Grades**, der **Umfang der Erdkugel** und ihr **Durchmeſſer**.

III. Einen Bogen wie VS auf einem Meridiane zu meſ⸗ſen, ſetzet voraus, daß man den Meridian auf der Erdfläche ſelbſt ziehen, und ihn auf eine beliebige Weite hinaus verlän⸗gern könne. Iſt nun der Abſtand VS dabey ſehr groß, ſo ge⸗hören ſehr feine Kunſtgriffe der praktiſchen Geometrie dazu, alles mit einer ſolchen Genauigkeit zu bewerkſtelligen, daß man ein richtiges Reſultat in Abſicht auf den Durchmeſſer der Erde daraus erhalte. Man kann das ganze hieher gehörige Verfah⸗ren nebſt den Folgerungen daraus, in den Schriften derjenigen Mathematiker finden, welche ſich mit der Beſtimmung der Größe und Figur der Erdkugel beſchäfftiget haben. Z. E. in **Caſſini** Abh. von der Figur und Größe der Erde, überſ. v. J. A. Klimm. Leipz. 1741. dann in de Maupertuis figu⸗re de la terre, determinée par les obſervations de Mſſrs de Maupertuis, Clairaut, Camus, le Monnier et Outhier. Amſterd. 1738. in Bouguer figure de la terre a Paris 1749. Meſure des trois premiers degrés du meridien dans l'hemi⸗ſphere auſtral par M. de la Condamine in Liesganig dimenſio graduum Viennenſis et hungarici Viennae 1770. u. a. Schriften.

IV. Man fand bey dieſen und mehreren Meſſungen auf der Erde die Meridiangrade, nicht durchaus von gleicher Gröſſe, wie doch ſeyn müßte, wenn die Erde eine vollkommene Kugel wäre. Man fand übereinſtimmend die Grade nach den Polen zu gröſſer, als um den Aequator herum, und folgerte aus den Vergleichungen derſelben, und durch Hülfe der höhern Geometrie, daß die Erde, nach den Polen zu flächer, als um den Aequator herum ſey, und die Geſtalt eines **elliptiſchen Sphäroids** habe, deſſen Durchmeſſer von einem Pole zum andern kleiner, als der Durchmeſſer des Aequators ſey, ohngefähr wie ein Körper ausſehen müßte, welcher durch die Umdrehung einer Ellipſe um ihre kleine Axe entſtände. Es hatte zwar **Caſſini** aus ſeinen Meſſungen geſchloſſen, daß die Erde ein längliches Sphäroid, oder der Durchmeſſer von einem Erdpole zum andern länger, als der Durchmeſſer des Aequators ſey, allein ſo wohl aus phyſiſchen Gründen, als auch durch genauere Meſſungen, welche auf Befehl Ludwigs des XVten in Frankreich, in Lappland und Peru ꝛc. angeſtellt wurden, fand ſich, daß Caſſini ſich geirrt, und die Erde vielmehr die oben erwähnte nach den Polen zu abgeplattete oder zuſammengedrückte Geſtalt habe, und daß der kleinere Durchmeßer von einem Pole zum andern, alſo die **Erdaxe** ſich verhalte zum gröſſern, oder zum Durchmeſſer des **Aequators**, wie 177 : 178 (nach Maupertuis), oder wie 178 : 179 (nach Bouguer). Den **kleinern** Durchmeſſer ſelbſt fand Maupertuis = 6525600 pariſer Toiſen (die Toiſe zu 6 pariſer Schuhen gerechnet) den **Gröſſern** = 6562480 Toiſen. Hr. Prof. **Klügel** (Bodens aſtron. Jahrb. 1788. S. 213.) findet aber, daß alle bisher gemeſſenen Grade auf der Erde, am beſten auf eine Ellipſe paſſen würden, deren kleinerer Durchmeſſer = 6524894 der gröſſere aber = 6559982 Toiſen wäre.

Wollte man indeſſen den in Anſehung des Ganzen, geringen Unterſchied des gröſſern und kleinern Durchmeſſers nicht achten, und alſo die Erde für eine vollkommene Kugel nehmen, deren Durchmeſſer dem arithmetiſchen Mittel zwiſchen jenen beyden alſo = 6542438, der Halbmeſſer folglich = 3271219 pariſer Toiſen wäre, ſo würde dies zum gewöhnlichen geographiſchen Gebrauche hinlänglich ſeyn. Auf dieſer Kugel würde denn die **Länge eines Grades** 57093 Toiſen betragen.

V. Den 15ten Theil eines ſolchen Grades nennt man eine **deutſche** oder **geographiſche** Meile. Dieſe wäre demnach = 3806⅕ Toiſen = 22837⅕ pariſ. Schuhen.

VI. Sol-

VI. Solcher Meilen würde dann ferner der Umfang der Erdkugel enthalten 5400, und der Durchmeſſer beynahe 1719, alſo der Halbmeſſer 859½, wofür man nach einer runden Zahl 860 zu nehmen pflegt.

Zuſatz.

15. Alſo iſt die ganze Fläche der Erdkugel 2988000 Quadratmeilen, und der körperliche Inhalt derſelben 2662560000 Cubikmeilen (§. 208. Geom.).

Aufgabe.

16. Die Gröſſe eines Grades in jeden Parallelcircul zu finden, deſſen Abſtand vom Aequator DF gegeben wird. 3.

Auflöſung.

Weil euch DF gegeben wird, ſo wiſſet ihr in dem bey E rechtwinklichten Triangel ECF den Winkel C. Da nun auch der halbe Diameter der Erde CF bekannt iſt (§. 14.): könnet ihr den halben Diameter des Parallelcirculs EF (§. 20. Trigon.), folgends die Peripherie (§. 132. Geom.), und daher auch die Gröſſe eines Grades finden.

Anmerkung.

17. Durch gegenwärtige Aufgabe iſt folgendes Täfelein berechnet worden, darinnen in der erſten Reihe die Weite der Parallelen in Graden, in der andern aber die Gröſſe eines Grades in deutſchen Meilen und ihren Minuten angegeben wird. Es iſt aber eine Minute $\frac{1}{60}$ einer Meile.

0	15.00′	23	13.48	46	10.25	69	5.23
1	14.59	24	.42	47	.14	70	.8
2	.59	25	.36	48	.2	71	4.53
3	.58	26	.29	49	9.50	72	.38
4	.57	27	.22	50	.38	73	.23
5	.56	28	.15	51	.26	74	.8
6	14.55	29	13. 7	52	9. 14	75	3.53
7	.53	30	12.59	53	2.	76	.38
8	.51	31	.51	54	8. 49	77	.23
9	.48	32	.43	55	.36	78	.8
10	.46	33	.35	56	.23	79	2.52
11	14.43	34	12.26	57	8. 10	80	2.30
12	.40	35	.17	58	7. 57	81	.20
13	.37	36	.8	59	.44	82	.5
14	.33	37	11.59	60	.30	83	1.50
15	.29	38	.49	61	.16	84	1.34
16	14.25	39	11. 9	62	7. 2	85	1.18
17	.21	40	.29	63	6. 48	86	.3
18	.16	41	.19	64	.34	87	0.47
19	.11	42	.9	65	.20	88	.31
20	.6	43	10.58	66	.6	89	.16
21	.0	44	.47	67	5. 52	90	0. 9
22	13.54	45	.36	68	5. 38		

Zuſatz.

18. Alſo könnet ihr durch die Regel Detri die vorgegebenen Grade eines jeden Circuls auf der Erdkugel in deutſche Meilen, und hinwiederum die Meilen in Grade verwandeln. Z. E. man begehret zu wiſſen, wie viel Meilen 16 Grade in dem Parallelcircul machen, der vom Aequator 51 Gr. abſtehet. Sprechet: 1 Grad giebet 9 Meilen 26 M. was geben 16? So findet ihr 150 M. 56′.

Auf⸗

Aufgabe.

19. Wie weit man von einer Höhe AE ſehen kann, zu finden.

Auflöſung.

1. Addiret zu dem halben Diameter der Erde CE die gegebene Höhe AE, ſo wiſſet ihr in dem rechtwinklichten Triangel die Seite AC und CD. Derowegen könnet ihr den Winkel C (§. 23. Trigon.) finden, deſſen Maaß der Bogen ED iſt (§. 16. Geometr.) 4.
2. Verwandelt dieſen in Meilen (§. 18.). So iſt geſchehen, was man verlangte.

3. E. Es ſey AE 300′ oder 50 franzöſiſche ſechsfüßige Ruthen, ſo iſt AC 3271294, und CD 3271244. (§. 14.), und ihr findet d. Bogen ED 19′ das iſt $4\frac{3}{4}$ groſſe deutſche Meilen.

Zuſatz.

20. Wenn ihr für AE 5′ annehmet, ſo hoch nemlich das Auge des Menſchen gemeiniglich über der Erde erhaben iſt, wenn er in der Ebene ſteht, ſo werdet ihr finden, daß man in der Ebene nicht über 6′, oder folglich nicht über $1\frac{1}{2}$ Meile hinaus ſehen kann.

Zuſatz.

21. So weit ihr von einer Höhe ſehen könnet, eben ſo weit kann auch die Höhe, wo euer Auge iſt, geſehen werden. Und demnach könnet ihr auch durch gegenwärtige Aufgabe finden, wie weit ein Berg, Thurm, oder eine andere Höhe geſehen werden kann: folglich auch wie weit ihr von einer bekannten Höhe weg ſeyd, wenn ihr ſie zuerſt erblicket.

Erklärung.

22. Der Abſtand eines Ortes L von dem Aequator AQ gegen den Pol zu AL wird die Breite des Ortes (Latitudo loci) **genennet.** 5.

Lehrſatz.

5. 23. **Die Breite eines Ortes LA iſt der Polhöhe PH gleich.**

Beweis.

PA = 90 Gr. (§. 9.). Und weil der Ort L unter ſeinem Zenith lieget (§. 15. Aſtron.); ſo iſt LH auch 90 Gr. (§. 20. Aſtron.). Derowegen HL = PA, folgends PH = LA (§. 25. Arithm.). W. Z. E.

Zuſatz.

24. Alſo wird die Breite eines Ortes wie die Polhöhe (§. 63. 69. Aſtron.) gefunden.

Erklärung.

25. Die Länge eines Ortes (Longitudo loci) iſt **der Bogen des Aequators, welcher zwiſchen dem erſten Meridian und dem Meridian eines Ortes enthalten iſt.**

Aufgabe.

26. **Die Länge eines Ortes zu finden.**

Auflöſung.

1. Suchet den Unterſchied der Zeit unter dem erſten Meridian und eurem Orte, oder zwiſchen eurem Orte und einem andern, deſſen Länge ſchon bekannt iſt.
2. Verwandelt denſelben in Grade des Aequators, ſo bekommet ihr in dem erſten Falle die Länge eures Ortes. In dem andern Falle addiret die gefundenen Grade zu der gegebenen Länge, ſo kommet abermal die Länge eures Ortes heraus.

26a) Der Beweis hievon iſt in (§. 26a) enthalten. Man hat auf dieſe Art für die Längen und Breiten der vorzüglichſten Oerter Tafeln verfertigt, dergleichen eine ziemlich vollſtändige und auf Beobachtungen ſich gründende, in **Mayers** pract. Geom. IV. Theile zu finden iſt.

Erklä-

Erklärung.

27. Die Länder, welche von den beyden Polarcirculn eingeſchloſſen werden, nennet man die kalten Striche der Erde (Zonas frigidas), welche zwiſchen einem Polarcircul und einem Tropico liegen, die temperirten oder gemäßigten (Zonas temperatas); welcher zwiſchen den beyden Tropicis lieget, den heiſſen Strich Landes (Zonam torridam).

Zuſatz.

28. Alſo ſind zwey kalte und zwey temperirte Striche Landes, aber nur ein heiſſer.

Zuſatz.

29. Wenn die Breite eines Ortes unter 23 Gr. 29′ iſt, ſo lieget er in dem heiſſen Striche. Iſt ſie über 23 Gr. 29′, aber unter 66 Gr. 31′, ſo lieget er in einem von dem temperirten. Endlich, wenn ſie über 66 Gr. 31′ iſt, in einem kalten (§. 9.).

Zuſatz.

30. Denen, die unter den Tropicis liegen, kommet die Sonne einmal des Jahres über ihren Scheitel; denen in dem hitzigen, zweymal; denen auſſerhalb den Tropicis in denen temperirten und kalten Strichen niemals. Denn die Sonne gehet nicht über die Tropicos von dem Aequator weg, und kommet in jeden des Jahres einmal (§. 49. Aſtron.); von den übrigen Tagecirculn aber durchſchneidet ein jeder die Ecliptik in zwey Punkten.

Zuſatz.

31. Da nun die Sonnenſtrahlen wärmer machen, wenn ſie perpendicular, als wenn ſie ſchief auf die Erde fallen: ſo muß die Sonne in dem heiſſen Striche wärmer machen, als in den temperirten, und in den temperirten wärmer als in dem kalten; ja in den temperir-

ten und kalten muß ſie wärmer ſcheinen, wenn ſie in dem nächſten Tropico iſt, als wenn ſie ſich in dem weiteſten befindet.

31 a) Indeſſen haben doch Beſchaffenheit des Erdreichs und andere Umſtände viel Einfluß auf die Wärme und Kälte, ſo daß man geographiſches und phyſiſches Clima wohl von einander unterſcheiden muß. Zwey Länder, ohngeachtet ſie gleichen Abſtand vom Aequator haben, z. E. Frankreich und Canada haben oft höchſt verſchiedene Witterungen und Wechſel von Wärme und Kälte. Südwärts des Aequators finden die Schiffer große Kälte, und in gleichen nördlichen Breiten iſt es ſehr warm.

Erklärung.

32. **Wenn die Sonne dem Scheitel am nächſten iſt, fänget ſich der** Sommer **an, wenn ſie am weiteſten davon iſt, der** Winter; **wenn ſie nach dem Winter in den Aequator tritt,** der Frühling; **wenn ſie nach dem Sommer hineinkommet,** der Herbſt.

Zuſatz.

33. Alſo iſt in dem heiſſen Striche alle Jahr zweymal Sommer und einmal Winter; unter dem Aequator zweymal Sommer und Winter; unter den Tropicis und in den temperirten und kalten Strichen einmal Sommer und einmal Winter (§. 29.).

Zuſatz.

34. Es iſt aber in den nördlichen Strichen Sommer, wenn die Sonne in den Krebs, und Winter, wenn ſie in den Steinbock tritt; Frühling, wenn ſie in den Widder, und Herbſt, wenn ſie in die Wage kommet. Hingegen in den ſüdlichen Strichen, iſt Sommer, wenn die Sonne in den Steinbock, und Winter, wenn ſie in den Krebs tritt; Frühling, wenn ſie in die Wage, und Herbſt, wenn ſie in den Widder kommet. Derowegen wenn

wenn in den nördlichen Strichen Sommer iſt, ſo iſt in den ſüdlichen Winter; wenn in den nördlichen Winter iſt, ſo iſt in den ſüdlichen Sommer u. ſ. w. folglich ſind alle Jahreszeiten zugleich auf dem Erdboden.

Lehrſatz.

35. **Wenn die Sonne im Aequator iſt, ſo iſt in allen Orten des Erdbodens Tag und Nacht gleich.**

Beweis.

Wenn die Sonne im Aequator iſt, ſo laufet ſie innerhalb 24 Stunden einen Circul durch, der mit dem Aequator auf der Erde und alſo auch an der Weltkugel in einer Fläche iſt. Derohalben iſt der halbe Tagecircul an allen Orten über dem Horizont, und ſolchergeſtalt die Sonne 12 Stunden über, und 12 unter dem Horizont, das iſt, Tag und Nacht ſind einander gleich. W. Z. E.

Lehrſatz.

36. **Unter dem Aequator oder der Linie, iſt das ganze Jahr Tag und Nacht einander gleich.**

Beweis.

Denn ſowohl die Hälfte des Aequators AQ, als der übrigen Tagecircul, zwiſchen den Tropicis TC und VS, iſt über dem Horizont HR, und daher die Sonne ſo lange über, als unter dem Horizont. W. Z. E. 6.

Erklärung.

37. **Man ſaget von den Völkern unter der Linie, daß ſie** Sphaeram rectam **oder die Weltkugel gerade haben, weil ihnen die Sonne und die Sterne von dem Horizont gerade herauf-ſteigen.**

Lehrſatz.

38. **Unter dem Nord- und Süd-Pole iſt ein halbes Jahr Tag, und ein halbes Jahr Nacht.**

Beweis.

Denn weil der Pol P oder N im Zenith ſtehet, ſo iſt der Aequator im Horizont (§. 14. 20. Aſtron.) Alſo iſt die Sonne ſo lange über dem Horizont, als ſie über dem Aequator iſt, und ſo lange unter dem Horizont, als ſie unter dem Aequator iſt, das iſt, beyderſeits ein halbes Jahr. W. Z. E.

Anmerkung.

39. Da die Abenddämmerung und der Anbruch des Tages unter den Polen aber auch viele Tage dauert, ſo iſt es wenige Zeit daſelbſt ganz finſter.

39a) Aus der Theorie der Sonne läßt ſich herleiten, daß jede dieſer Dämmerungen unter dem Pole, ohngefähr 54 Tage dauert. Alſo iſt es nicht viel über zwey Monate völlig dunkel. Auſſerdem ſteht auch der Mond in dieſen Gegenden ſehr hoch um dieſe Zeit, und erleuchtet alſo die Nächte daſelbſt viel ſtärker, als bey uns.

Erklärung.

40. **Man ſaget, daß unter dem Pole** Sphaera parallela, **oder die Weltkugel (nemlich mit der Erdkugel) parallel ſey, weil die Sterne und die Sonne ſich mit ihrem Horizont parallel bewegen.**

Zuſatz.

41. Derowegen gehen in der Parallelkugel die Sterne niemals unter (§. 140. Aſtron.), und bekommet men daſelbſt nur die Hälfte der Sterne zu ſehen.

Lehrſatz.

42. **Je gröſſer die Polhöhe in einem Orte iſt, je länger iſt der längſte, und je kürzer der kürzeſte Tag.**

Beweis.

Beweis.

Es ſey HR der Horizont des einen, hr eines andern Ortes, in P der Nordpol, ſo iſt der längſte Tag, wenn die Sonne in den Tropicum cancri ST kommet; der kürzeſte aber, wenn ſie den Tropicum capricorni KL durchläufet. Da nun von ST ein gröſſerer Theil, hingegen von KL ein kleinerer Theil über den Horizont hr als über HR erhaben iſt, maſſen SO gröſſer als SN und KV kleiner, als KZ; ſo muß die Sonne, wenn der Tag am längſten iſt, länger, und wenn er am kürzſten iſt, kürzer über dem Horizont hr als über HR bleiben. Und demnach iſt der längſte Tag länger, und der kürzeſte Tag kürzer, wo die Polhöhe gröſſer iſt, als wo ſie kleiner iſt. W. Z. E.

Zuſatz.

43. Da nun die Polhöhe immer zunimmt, je weiter man von dem Aequator gegen den Pol fortgehet, ſo nimmt auch mit der Breite des Ortes (§. 23.) der längſte Tag zu, und der kürzeſte ab, und in den Orten, wo einerley Breite iſt, ſind auch die Tage von gleicher Länge.

Erklärung.

44. Von den Völkern, welchen der Pol über den Horizont erhaben iſt, ſaget man, daß ſie Sphaeram obliquam, oder die Weltkugel ſchief haben, weil die Sonne und Sterne über ihren Horizont ſchief herauf ſteigen.

Erklärung.

45. Die Fläche der Erdkugel wird durch Circul, die mit dem Aequator parallel ſind, in Climata eingetheilet. Nemlich durch jeden Grad der Breite, wo der längſte Tag im Jahre eine halbe Stunde zugenommen, wird ein Parallelcircul gezogen.

Anmerkung.

46. Der Anfang eines jeden Climatis iſt in folgender Tafel zu finden.

	St.		Gr.	'		St.		Gr.	'
I	12.		0.	0	XIII	18.		58.	29
II	12.	30	8.	25	XIV	18.	30	59.	58
III	13.	0	15.	25	XV	19.	0	61.	18
IV	13.	30	23.	50	XVI	19.	30	62.	25
V	14.	0	30.	20	XVII	20.	0	63.	22
VI	14.	30	36.	28	XVIII	20.	30	64.	6
VII	15.	0	41.	22	XIX	21.	0	64.	49
VIII	15.	30	45.	29	XX	21.	30	65.	21
IX	16.	0	49.	1	XXI	22.	0	65.	74
X	16.	30	51.	58	XXII	22.	30	66.	6
XI	17.	0	54.	27	XXIII	23.	0	66.	20
XII	17.	30	56.	37	XXIV	23.	30	66.	28
					XXV	24.	0	66.	41

Erklärung.

47. Die Weltgegend (Plaga) iſt ein Punkt in der Fläche der Himmelskugel, darinnen ſich die gerade Linie endet, welche aus dem Auge mit dem Horizont parallel gezogen wird. Diejenige Gegend, wo die Sonne zu Mittage geſehen wird, heiſſet Süden, die ihr entgegengeſetzte Norden. Wenn ihr das Geſicht gegen Norden kehret, ſo iſt zur Rechten 90 Grad, davon Oſt; zur Linken aber Weſt. Dieſe 4 Gegenden aber nennet man die Cardinal- oder die Hauptgegenden. Zwiſchen ihnen kommen vier Nebengegenden, welche von den beyden Cardinalgegenden zur Seite ihren Namen bekommen, dergeſtalt, daß Süd und Nord zuerſt genennet wird. Sie heiſſen demnach Südoſt, Nordoſt, Nordweſt, Südweſt. Man theilet die

Bogen

Bogen des Horizonts zwiſchen dieſen acht Gegenden wieder in zwey gleiche Theile, und ſetzet noch acht andere Nebengegenden, welche abermal ihre Namen von den zwey Gegenden zu ihren beyden Seiten bekommen, und zwar dergeſtalt, daß die Cardinalgegenden zuerſt genennet werden. Es ſind alſo die Namen dieſer Gegenden: Süd-Südoſt, Oſt-Südoſt, Oſt-Nordoſt, Nord-Nordoſt, Nord-Nordweſt, Weſt-Nordweſt, Weſt-Südweſt, Süd-Südweſt. Die Bogen des Horizonts zwiſchen dieſen 16 Gegenden theilet noch einmal in zwey gleiche Theile, und machet noch 16 andere Nebengegenden. Dieſe bekommen ihren Namen von der anliegenden Cardinalgegend, oder einer von den erſten Nebengegenden, und wird dazu geſetzet, gegen welche Cardinalgegend ſie liegen. Es ſind demnach dieſe Namen: Süd gen Oſten, Südoſt gen Süden, Südoſt gen Oſten, Oſt gen Süden, Oſt gen Norden, Nordoſt gen Oſten, Nordoſt gen Norden, Nord gen Oſten, Nord gen Weſten, Nordweſt gen Norden, Nordweſt gen Weſten, Weſt gen Norden, Weſt gen Süden, Südweſt gen Weſten, Südweſt gen Süden, Süd gen Weſten.

Zuſatz.

48. Wenn ihr alſo die Mittagslinie findet (§. 27. Aſtron.); ſo könnet ihr die übrigen alle finden.

Anmerkung.

49. Man bedienet ſich insgemein der Magnetnadel. Weil aber dieſe nicht genau Norden zeiget; ſo muß man erſt ihre Abweichung oder Declination von der Mittagslinie obſerviren, welches geſchiehet, wenn ihr ſie über der Mittagslinie aufrichtet, und den Winkel, den ſie mit ihr machet, anmerket. Es iſt aber die Declination nicht einerley zu einer Zeit an allen Orten: ja in einem Orte iſt ſie veränderlich.

49a) Dieſe Benennungen der Weltgegenden (§. 47.) werden von den Schiffern gebraucht, um die Richtungen der Winde zu unterſcheiden, und den Lauf des Schiffes anzugeben.

Aufgabe.

50. Eine Erdkugel zu verfertigen.

Auflöſung.

Weil auf der Erdkugel alle Circul beſchrieben werden, die man ſich an der Himmelskugel einbildet (§. 9.), und die Oerter auf ihre Fläche aus der gegebenen Länge und Breite eben ſo, wie die Sterne auf die Himmelskugel, aufgetragen werden, nur daß die Erdkugel in ihren beyden Polen eingehänget wird; ſo könnet ihr die Erdkugel auf eben eine ſolche Art, wie die Himmelskugel verfertigen. Nemlich:

1. Erwählet euch auf der Kugel zwey Punkte für die beyden Pole, und hänget ſie in einen meßingenen etwas dicken und breiten Circul, deſſen vier Quadranten in ihre 90 Grad eingetheilet worden. Dieſer ſtellet den Meridian vor.

2. In der Weite von 90 Graden von dem Pole haltet an den Meridian einen Stift, und beweget die Kugel, ſo wird der Aequator beſchrieben (§. 9.), den ihr abermals in 360 Grade genau eintheilen müſſet.

3. Zählet von dem Pole $23\frac{1}{2}$ Grade in dem Meridian gegen den Aequator zu, und ſtechet daſelbſt einen Punkt ab, ſo habet ihr den Pol der Ecliptik (§. 9.).

4. Hänget die Kugel an den Polen der Ecliptik innerhalb den Meridian, und beſchreibet in der Weite von 90 Graden einen Circul um die Kugel herum, welcher die Ecliptik iſt (§. 9.). Ihr müſſet aber bey dem Punkte des Aequators ihn zu beſchrei-

ſchreiben anfangen, wo ihr den Anfang, die Grade zu zählen, machet. Theilet die Ecliptik in ihre 12 himmliſche Zeichen, und jedes Zeichen in ſeine 30 Grade.

5. Hänget die Kugel wiederum in ihren Polen innerhalb den Meridian, führet den Grad der Länge eines jeden Ortes darunter, und zählet im Meridian den Grad der Breite, ſo iſt der Punkt darunter der gegebene Ort.

6. An die Axe, wo ſie zu dem über unſern Horizont erhabenen Pole herausgehet, machet einen Zeiger, den ihr nach Gefallen herumdrehen könnet, und um dieſen Theil der Axe befeſtiget an dem Meridian einen meſſingenen Circul, der in 24 gleiche Theile oder Stunden getheilet worden, ſo, daß die zwölfte Stunde in den Meridian fället.

7. Endlich richtet auf ein hölzernes Geſtelle einen breiten hölzernen Circul dergeſtalt auf, daß ihn der Meridian, er aber die Erdkugel in zwey gleiche Theile theilet, und beſchreibet auf ihn die Ecliptik, den Gregorianiſchen und Julianiſchen Calender und die Weltgegenden.

So iſt geſchehen, was man verlangte.

50 a) Auch von den Erdkugeln gilt, was (§. 11 a) von der Verfertigungsart der Himmelskugeln geſagt worden iſt.

Zuſatz.

51. Weil auf der Erdkugel die Ecliptik und der Aequator beſchrieben iſt, ſo könnet ihr, wie auf der Himmelskugel (§. 75. 77. 80. 81. 83. 84. 85. 118. Aſtron.) alle Tage für einen jeden Ort auf dem Erdboden finden, in welchem Orte die Sonne ſich befindet, wenn und in was für einer Gegend ſie auf- und untergehet, ihre ſchiefe und gerade Aſcenſion, ihre Höhe auf eine gegebene Stunde, die Länge des Tages und der Nacht, die Stun-

de des Tages, den Anbruch des Tages und das Ende der Abenddämmerung.

Zuſatz.

52. Wenn ihr einen Ort unter den Meridian führet, ſo könnet ihr daran ſeine Breite zählen; der Grad des Aequators, der unter dem Meridian ſtehet, zeiget die Länge des Ortes.

Zuſatz.

53. Wenn ihr Acht gebet, was für Oerter mit eurem unter dem Meridian ſind, ſo wiſſet ihr, welche Völker mit euch zugleich Mittag haben, imgleichen was für Völker auf eine gegebene Zeit Sommer, welche Winter, Herbſt, Frühling haben (§. 34.).

Zuſatz.

54. Wenn ihr Acht gebet, was für Oerter in dem Horizont ſtehen, ſo wiſſet ihr, wo die Sonne auf- und untergehet, indem es bey euch Mittag iſt.

Zuſatz.

55. Hingegen wenn ihr die Erdkugel ſo einhänget, daß die Pole auf dem Horizont liegen; könnet ihr die Eigenſchaften der geraden Kugel erkennen (§. 37.). Hänget ihr ſie aber ein, daß die Pole ins Zenith und Nadir kommen, ſo könnet ihr die Eigenſchaften der Parallelkugel wahrnehmen (§. 40.).

Aufgabe.

56. **Aus der gegebenen Länge und Breite etlicher Oerter und der Weite vieler andern von zweyen der vorhergehenden, eine Landcharte zu machen.**

Aufloͤſung.

9. 1. Beſchreibet ein Rectangulum ABDC (§. 99. Geom.), und traget in AC und BD die Grade der

Brei-

Breite, und auf AB und CD die Grade der Länge. Die Grade der Breite werden von beliebiger Gröſſe angenommen; die Grade aber der Länge zu ihnen proportioniret, wie es die Breiten der Parallelcircul AB und CD mit ſich bringen (§. 17.). Daher werden nicht allein die Grade in CD kleiner, als in AC und BD, ſondern auch die in AB kleiner, als die in CD, weil AB dem Pole näher iſt, als CD.

2. Zählet in AB und CD die Länge eines Ortes ab, und ziehet die Linie HG; in AC und BD aber nehmet den Grad der Breite F und E, und ziehet die Linie FE. Wo dieſe beyden Linien einander durchſchneiden, nemlich in I, da iſt der gegebene Ort.

3. Auf gleiche Weiſe traget die übrigen Oerter auf, deren Länge und Breite gegeben wird.

4. Mit der Weite des Ortes L von dem Orte I machet einen Bogen gegen die Gegend, wo er zu lieget, und mit ſeiner Weite von dem anderen Orte K einen andern, der den erſten in L durchſchneidet. So habet ihr auch den Ort L auf der Charte.

Und auf ſolche Weiſe könnet ihr alle übrige Oerter darauf ſetzen, welches man verlangete.

Anmerkung.

57. Die Manier gehet nur auf Particularcharten für gewiſſe Länder und Provinzen an; denn da kann man die Circulbogen der Länge und der Breite durch gerade Linien vorſtellen. Die Verfertigung der übrigen fället Anfängern zu ſchwer: man findet ſie aber theils in den deutſchen, theils in den lateiniſchen Anfangsgründen ausführlicher.

57 a) Am vollſtändigſten wird die Entwerfungsart der Landcharten nach den verſchiedenen Maximen, die man ſich hiebey vorſetzt, in dem IV. Theile von Mayers prakt. Geometrie gelehrt, welcher auch beſonders unter dem Titel: Gründliche und vollſtändige Anweiſung zur Verzeichnung der Land = See = und Himmelscharten

und der Netze zu Koniglobien und Kugeln. Erlangen 1794. zu haben iſt. In Karſtens Lehrbegriff der Mathem. VII. iſt insbeſondere die Theorie der perſpectiviſchen Projektionen, d. h. von Zeichnungen, welche die zu entwerfenden Stücke der Erdfläche aus einem gegebenen Standpunkte des Auges darſtellen, enthalten, aber verwickelter und weitläuftiger vorgetragen, als nöthig iſt. Gegenwärtig werden aber die perſpectiviſchen Projectionen bey Zeichnungen ſelbſt großer Stücke der Erdfläche nicht häufig mehr gebraucht. Die Schriftſteller, welche alle über das Zeichnen der Landcharten geſchrieben haben, findet man in Mayers v. a. Werke vollſtändig.

Noch können zur mathematiſchen Geographie überhaupt folgende dienen:

Lulofs Einleitung zur mathematiſchen und phyſikaliſchen Kenntniß der Erdkugel, überſ. und mit Anmerkungen von Abr. Gotth. Käſtner. Göttingen und Leipz. 1755.

Mallets allgemeine oder mathematiſche Beſchreibung der Erdkugel, aus dem Schwediſchen von Röhl. Greifsw. 1774. Funks Anfangsgr. d. mathemat. Geographie. Leipzig 1771. Scheibels Unterricht vom Gebrauche der künſtlichen Erd- und Himmelskugel. Bresl. 1779.

Ende der Geographie.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Chronologie.

Erklärung.

1.

Die Chronologie iſt eine Wiſſenſchaft, die Zeit auszumeſſen, und ihre Theile von einander zu unterſcheiden.

1 a) Eines der vollſtändigſten Bücher über die Chronologie iſt ohnſtreitig Hrn. Hofr. Gatterers Abriß der Chronologie. Göttingen 1777.

Joh. Heinr. Waſers hiſtoriſch diplomatiſches Zeitbuch. Zürch 1779. enthält ſehr viele Tafeln und andere Hülfsmittel zu chronologiſchen Rechnungen, ſo auch ein Buch, welches den Titel hat: Allgemeine Chronologie für die Zeiten nach Chriſti Geburth zur Erläuterung der alten Denkmäler, Chroniken, Urkunden, nebſt vollſtändigen chronologiſchen Tabellen, aus dem Franzöſiſchen (l' art de verifier les dates &c. par des Religieux Benedictins de la Congregation de St. Maur. Paris 1750.) mit Hrn. Conſiſtorialrath Walchs Vorrede. Leipz. 1779.

Erklärung.

2. Die Zeit, welche vorbeyſtreichet, indem die Sonne einmal um die Erde herumkommet, nennet man einen Tag. Es heiſſet aber auch der Tag die Zeit, welche die Sonne über unſerem Horizont zubringet; und die Nacht, welche ſie ſich unter unſerem Horizont verweilet. Jenen nennen wir den natürlichen Tag, dieſen aber ſchlechtweg Tag.

Erklärung.

3. Der natürliche Tag wird in 24 Stunden eingetheilet; die Stunde in 60 Minuten; die Minute in 60 Secunden u. ſ. w.

Erklärung.

4. Die Aſtronomen fangen den Tag vom Mittage an, und zählen 24 Stunden in einer Reihe fort, daher nennet man auf ſolche Art gezählte Stunden Aſtronomiſche Stunden. Wir hingegen fangen den Tag von Mitternacht an, und zählen 12 Stunden bis zu Mittage, von Mittage aber bis Mitternacht wieder 12 Stunden, und heiſſen ſie Europäiſche Stunden.

Zuſatz.

5. Nach Mittage kommen die Aſtronomiſchen Stunden mit den Europäiſchen überein. Vor Mittage aber addiret man zu den Europäiſchen 12 Stunden, ſo hat man die Aſtronomiſchen des vorhergehenden Tages, oder ſubtrahiret von den Aſtronomiſchen 12 Stunden, ſo hat man die Europäiſchen des folgenden Tages.

Erfahrung.

6. Die Italiäner und Sineſer (und vor Zeiten die Athenienſer) ſetzen den Anfang des Tages in den Untergang, die Babylonier aber in den Aufgang der Sonne, mit welchem die heutigen Griechen übereinkommen. Die nach erſter Art gezählte Stunden heiſſen Italiäniſche, die andern aber Babyloniſche Stunden. Beyde werden 24 in einer Reihe fortgezählet.

Erklärung.

7. Die Juden fangen den Tag mit dem Untergange der Sonne an. Vor dieſem theileten ſie jeden Tag, er mochte lang oder kurz ſeyn,

und

und ſo auch jede Nacht in 12 Stunden, und daher pfleget man ſolche ungleiche Stunden, Jüdiſche Stunden zu nennen. Sie heiſſen auch Planetenſtunden.

Zuſatz.

8. In langen Tagen ſind die Jüdiſchen Stunden lang, in kurzen aber kurz.

Erklärung.

9. Ein Chaldäiſcher Scrupel iſt $\frac{1}{1080}$ von einer Stunde.

Anmerkung.

10. Die Juden, Araber und andere morgenländiſche Völker bedienen ſich derſelben, und nennen ſie Helakim.

Zuſatz.

11. Da nun 18 Chaldäiſche Scrupel eine Minute machen, ſo werden die Minuten in Chaldäiſche Scrupel verwandelt, wenn ihr ſie durch 18 multipliciret; hingegen die Chaldäiſchen Scrupel in Minuten, wenn ihr ſie durch 18 dividiret. Alſo ſind 15 Minuten 270 Chaldäiſche Scrupel.

Erklärung.

12. Die Woche iſt eine Zeit von 7 Tagen.

Zuſatz.

13. Wenn ihr in dem Calender, vom Anfange des Jahres an, alle Tage durch die erſten 7 Buchſtaben des Alphabets A. B. C. D. E. F. G. andeutet, ſo hat jeder Tag in der Woche das ganze Jahr hindurch einerley Buchſtaben.

Erklärung.

14. Der Buchſtabe, welcher im Calender alle Sonntage das ganze Jahr durch andeutet, wird der Sonntagsbuchſtabe genennet.

Erklärung.

15. Der Sonnenmonat iſt die Zeit, in welcher die Sonne nach ihrer eigenen Bewegung ein himmliſches Zeichen durchläuft.

15a) Oder vielmehr der Sonnenmonat iſt der 12te Theil eines Sonnenjahres, und zwar des **tropiſchen** (Aſtron. §. 277. II.) weil ſich die Jahrszeiten nach dem Umlaufe der Sonne (oder eigentlich der Erde) in Anſehung der Aequinoktialpunkte, richten. Dieſer tropiſche Umlauf der Sonne, oder das wahre **Sonnenjahr**, iſt 365 Tage, 5 Stunden, 48 Min. 48 Sec., wie a. a. O. gefunden worden, und hievon der 12te Theil giebt den Sonnenmonat, wie im nächſten Zuſatze ſteht.

Zuſatz.

16. Nach der mittleren Bewegung iſt ein Sonnenmonat 30 Tage, 10 Stunden, 29′ 5″; welcher alſo im bürgerlichen Leben, da man nur ganze Tage zählen muß, nicht in Acht genommen werden kann.

Erklärung.

17. Ein Mondenmonat iſt die Zeit von einem Neumonden bis zu dem andern.

17a) Oder der 12te Theil der **ſynodiſchen** Umlaufszeit des ☽ (Aſtron. §. 238. II.)

Zuſatz.

18. Weil nach den Aſtronomen die Gröſſe eines Mondenmonats 29 Tage, 12 Stunden, 44′ 3″ hält, ſo kann ſie im bürgerlichen Leben gleichfalls nicht genau beobachtet werden.

Erklärung.

19. Ein Sonnenjahr iſt die Zeit, in welcher die Sonne die 12 himmliſchen Zeichen durchläuft.

Zuſatz.

20. Alſo beſtehet es aus 12 Sonnenmonaten (§. 15.).

Zuſatz.

21. Weil die Gröſſe des Sonnenjahres 365 Tage, 5 Stunden, 49′ iſt, ſo kann man im bürgerlichen Leben dieſelbe nicht in Acht nehmen, weil große Verwirrung entſtehen würde, wenn das Jahr nicht immer mit dem Anfange eines Tages angefangen würde. Derowegen müſſen einem gemeinen Sonnenjahre 365 Tage gegeben werden. Wenn aber die übrigen Stunden und Scrupel gleichfalls einen Tag ausmachen, ſo muß das Jahr 366 Tage bekommen.

Zuſatz.

22. Wenn ihr 365 durch 12 dividiret, ſo kommen 30 heraus, und bleiben 5 übrig. Derowegen da das Sonnenjahr 12 Monate hat, gehören für 7 Monate 30 und für 5 Monate 31 Tage. Hat aber das Jahr 366 Tage, ſo ſind 6 Monate von 31 Tagen.

Erklärung.

23. **Ein Sonnenjahr von 366 Tagen heiſſet** ein Schaltjahr, **und der Tag, ſo eingeſchaltet wird**, ein Schalttag.

Zuſatz.

24. Weil der Ueberſchuß der Gröſſe des Sonnenjahres über 365 Tage in 5 St. 49′ beſtehet, ſo müſſen innerhalb 100 Jahren 24 Tage eingeſchaltet werden, und bleiben noch 5 Stunden 40 Min. übrig, welche in 400 Jahren 12 St. 40 Min. und alſo nicht völlig einen Tag ausmachen.

Erklärung.

25. Ein Mondenjahr **iſt eine Zeit von 12 Mondenmonaten.**

Zuſatz.

26. Die Gröſſe des Mondenjahres iſt 354 Tage 8 St. 48 Min. 36 Sec.

Zuſatz.

27. Alſo iſt der Unterſchied zwiſchen dem Mondenjahre und Sonnenjahre 10 Tage 21. St. 0 Min. 24 Secund.

Zuſatz.

28. Wenn man 354 durch 12 dividiret, ſo kommen 29 heraus, und bleiben 6 übrig. Derowegen kommen im Mondenjahre für 6 bürgerliche Monate 30, für 6 aber 29 Tage.

Zuſatz.

29. Da nun der Unterſchied zwiſchen dem bürgerlichen Mondenjahre und zwiſchen dem wahren Sonnenjahre 11 T. 9 St. 49 Min. iſt, ſo müßten innerhalb 100 Mondenjahren 37 Monate, nemlich 23 von 30 und 14 von 31 Tagen eingeſchaltet werden, wenn der Anfang des Jahres nicht durch alle Jahreszeiten durchwandern ſoll. Und bleiben doch noch in 100 Jahren 5 St. 40 Min. übrig.

Erklärung.

30. Ein gemeines Julianiſches Jahr hat 365 Tage; ein Schaltjahr aber 366, **und iſt allezeit das vierte ein Schaltjahr.**

30a) Der Grund hievon liegt darinn, weil nach der zunächſt folgenden Anmerkung Julius Cäſar das Sonnenjahr zu 365 Tagen 6 Stunden annahm, und man alſo alle Jahr um 6 Stunden zu kurz kommen würde, wenn man es nur zu 365 Tagen annähme. Da nun dieſe 6 Stunden in 4 Jahren einen Tag geben, ſo muß man, um dieſen Fehler wieder einzubringen, das 4te bürgerliche Jahr allemahl um einen Tag länger machen, d. h. man muß einen Tag **einſchalten**, und das Jahr zu 366 Tagen annehmen, wenn 4 bürgerliche Jahre beynahe mit 4 aſtronomiſchen übereinſtimmen ſollen. Völlig genau können aber auch bey dieſer Einrichtung 4 bürgerliche Jahre nicht mit 4 aſtronomiſchen übereinkommen, weil Julius Cäſar das Sonnenjahr etwas zu

groß

groß angenommen hat, welches nach Verlauf mehrerer Jahre wieder eine Correktion nöthig macht.

Anmerkung.

31. Es hat nemlich Julius Cäſar, der Verbeſſerer des Römiſchen Calenders, auf Einrathen ſeines Aſtronomen, des Soſſygenis, die Gröſſe des Sonnenjahres auf 365 Tage 6 Stunden angenommen, und alſo am 11 Minuten zu groß, welches in 100 Jahren 18 Stunden 20 Minuten austräget. Das Julianiſche Jahr iſt unter den Chriſten in Europa bis 1582. bey allen im Brauch geweſen, da der Papſt Gregorius den Calender geändert. Allein die proteſtirenden Potentaten und Stände des Reichs haben es aus einem ungegründeten Eifer bis A. 1700. behalten, und die Engelländer und Ruſſen haben es noch bis auf den heutigen Tag.

Erklärung.

32. Das Gregorianiſche gemeine Jahr **hat wie das Julianiſche 365 Tage, und das Schaltjahr 366. Allein weil in hundert Jahren nur 24 Schaltjahre ſeyn können, doch aber in vierhundert Jahren 22 St. 40 Min. noch übrig bleiben, ſo hat der Pabſt Gregorius zwar alle vier Jahre ein Schaltjahr, aber in dem hunderten Jahre dreymal hinter einander ein gemeines Jahr behalten, und nur das vierte hunderte Jahr ein Schaltjahr ſeyn laſſen.**

Zuſatz.

33. Alſo weichet er in 400 Jahren um 1 Stunde 20 Min. von dem wahren Sonnenjahre ab.

33 a) Oder vielmehr 400 Jahre nach der gregorianiſchen Einrichtung der gemeinen und Schaltjahre, weichen nur um 1 St. 20 Min. von 400 Sonnenjahren ab.

Zuſatz.

34. Hingegen in 400 Jahren fänget ſich allemahl das Gregorianiſche Jahr um 3 Tage früher an, als das Julianiſche.

Anmer-

Anmerkung.

35. Da nun von dem Concilio Nicäno an bis zu des Gregorii Zeiten der Unterſchied 10 Tage war, und A. 1700 auf 11 Tage anwuchs; haben die evangeliſchen Stände des Reichs ſich in gedachtem Jahre reſolviret, das Gregorianiſche Jahr, obgleich nicht den Gregorianiſchen Calender, wenigſtens auf eine Zeit anzunehmen, bis vielleicht auch denen von der Römiſchen Kirche belieben wird, auf eine bequemere Einſchaltung mit zu gedenken.

Anmerkung.

36. Die Namen und ihre Gröſſe, beydes in dem Julianiſchen und Gregorianiſchen Jahre, ſind aus beygeſetzten Täfelein zu erſehen.

Ianuar	Jenner	31	Iulius	Heumonat	31
Februar	Hornung	28	Auguſtus	Auguſtmon.	31
Martius	März	31	Septemb.	Herbſtmon.	30
Aprilis	April	30	October	Weinmon.	31
Majus	May	31	November	Winterm.	30
Iunius	Brachmon.	30	December	Chriſtmon.	31

Der Schalttag wird nach dem 23 Febr. eingeſchoben, und bekömmt daher im Schaltjahre dieſer Monat 29 Tage. Anfangs hatten die Römer nur zehen Monate. Daher ſind die Namen September, October, November, December kommen.

Anmerkung.

37. Es haben aber die Römer eine ganz beſondere Art, die Tage zu zählen gehabt. Den erſten Tag nenneten ſie Calendas, darauf folgten im März, May, Julio und October 6, in den übrigen Monaten 4 Nonä, auf dieſe 8 Idus, und die übrigen Tage wurden Calendä des folgenden Monats genennet, nach den bekannten Verſiculn:

Prima dies menſis cujusque eſt dicta Calendae.
Sex Majus Nonas, October, Iulius & Mars.
Quatuor at reliqui: dabit Idus quilibet octo.
Inde dies reliquos omnes dic eſſe Calendas.

Es

Es werden aber ſowohl die Nonä und Jdus, als die Calendä rückwärts gezählet. Z. E. der andere März heiſſet ſextus Nonarum Martii. Der 16. März, decimus quintus Calendarum Aprilis.

Anmerkung.

38. Wir fangen das Jahr mit dem erſten Jenner an, nach dem Exempel Julius Cäſars, zu deſſen Zeiten der Anfang des Winters, oder der Eintritt in den Steinbock ihm ſehr nahe war.

Erklärung.

39. **Das heutige Judenjahr iſt eigentlich ein Mondenjahr von 354 Tagen, deſſen 12 Monate,** Tiſri, Marcheshvan, Casleu, Tebeth, Schebat, Adar, Niſan, Jiar, Sivan, Tamuz, Ab, Elul, **zuweilen wechſelsweiſe 30 und 29 Tage haben. Sie ſchalten zuweilen nach dem Monden** Adar **einen ganzen Monat ein von 30 Tagen, den ſie** Veadar **nennen. Unter 19 Jahren ſind die Schaltjahre 3. 6. 8. 11. 14. 17. 19 Der Anfang des Jahres geſchiehet von dem Neumonde, welcher nach der mittleren Bewegung des Mondes dem Herbſt-Aequinoctio am näheſten iſt. Unterweilen wird ſowohl in gemeinen als in den Schaltjahren im Monat** Casleu **ein Tag weggenommen, daß jenes nur 353, dieſes 383 Tage hat: hingegen wird wiederum unterweilen in beyden ein Tag hinzugeſetzet, daß jenes 355, dieſes 385 Tage hat. Die Urſache iſt, weil ſie den Neumond** Tiſri, **nach der Satzung der Alten, niemals am 1. 4. 6. Tage der Woche feyern, oder das neue Jahr davon anfangen wollen.**

39 a) Umſtändlich über die jüdiſche Zeitrechnung in Hrn. Hofr. Gatterers oben (§. 1 a) angeführten Buche.

Erklärung.

40. **Der Anfang, von welchem man die Jahre zählet, wird der Jahrtermin,** Aera **oder** Epocha **genennet.**

Zuſatz.

41. Weil es frey ſtehet, wovon man den Anfang, die Jahre zu zählen, nehmen will, ſo haben auch weder vor dieſem alle Völker einerley Jahrtermin gehabt, noch haben ſie jetzund einerley.

Anmerkung.

42. Damit man nun die verſchiedenen Jahrzahlen in einander verwandeln könnte, hat man auf allerhand Mittel gedacht, die Zeiten genau zu bezeichnen, von welchen demnach umſtändlich zu reden iſt.

Erklärung.

43. Die Zeichen der Zeit (Characteres Chronologici) ſind dergleichen Merkmale, wodurch eine Zeit von andern ihres gleichen unterſchieden werden kann.

Anmerkung.

44. Auſſer den Begebenheiten, die aus der Aſtronomie und Hiſtorie genommen werden, gehören hieher der Sonnencircul, der Mondcircul, der Römer Zinszahl, und die Epacten.

Erklärung.

45. Der Sonnen-Circul (Cyclus Solis) iſt die Zahl der Jahre, nach deren Verlauf die Sonntage und übrigen Tage der Woche wieder mit einerley Buchſtaben bemerket werden, als vorhin in einem anderen Jahre geſchahe.

Zuſatz.

46. Weil ein gemeines Jahr aus 365, ein Schaltjahr aber aus 366 Tagen beſtehet (§. 21.), und alſo jenes aus 52 Wochen und einem Tage, dieſes aus 52 Wochen und 2 Tagen (§. 12.), ſo rücket der Anfang des Jahres um einen Tag, nach einem Schaltjahre um zwey Tage in der Woche fort.

46 a)

46 a) I. D. h. nemlich ſo viel, wenn ſich ein gemeines Jahr von 365 Tagen z. E. mit einem **Donnerstage** anfienge, ſo würde es ſich auch mit einem Donnerstage endigen, und das folgende würde ſich mit einem **Freytage** anfangen, und auch wieder mit einem Freytage endigen, wenn es aber ein Schaltjahr wäre, mit einem **Sonnabende**. Da nun der erſte Tag im Jahre allemahl mit A bezeichnet wird (§. 13.), ſo würde, wenn es ſich mit einem Donnerstage anfinge, und ein gemeines Jahr wäre, jeder Donnerstag deſſelben den Buchſtaben A, und jeder Sonntag den Buchſtaben D bekommen. Weil ſich aber das folgende Jahr mit einem Freytage anfängt, und alſo dieſer jetzt den Buchſtaben A bekömmt, ſo wird wie aus folgendem Schema zu erſehen iſt

♀	♄	☉	☽	♂	☿	♃	♀ ꝛc.
A	B	C	D	E	F	G	A &c.
1 Jan. 2	3	4	5	6	7	8	ꝛc.

der Donnerstag den Buchſtaben G und der Sonntag den Buchſtaben C (zunächſt vor dem D, welchen der Sonntag in dem vorhergehenden Jahre hatte) bekommen, und man begreift alſo warum in dem folgenden Jahre, jeder Wochentag einen Buchſtaben haben muß, der in dem ABC um eine Stelle weiter vorwärts liegt, als der Buchſtabe eben dieſes Wochentages in dem vorhergehenden Jahre. Es verſteht ſich, daß man ſich die 7 Buchſtaben gleichſam in einen Kreis geſchrieben vorſtellen muß, ſo daß G als der nächſte vor A, anzuſehen iſt, wie C vor D u. ſ. w.

II. Man ſieht aus dieſem Schema zugleich, daß jeder Tag des Jahres (in einem Jahre wie in dem andern) immer einen beſtimmten Buchſtaben haben wird. Z. E. der 5te Januar immer den Buchſtaben E, der 1ſte März den Buchſtaben D u. ſ. w, wie aus der weitern Fortſetzung des obigen Schema erhellet. Nur in einem Schaltjahre würde dieſe Ordnung unterbrochen, und der 1. März nicht mehr wie in einem gemeinen Jahre den Buchſtaben D behalten, ſondern den folgenden E bekommen, wenn man nicht die Einrichtung getroffen hätte, dem im Februar fallenden Schalttage (den 24. Febr. §. 36.) eben den **Buchſtaben** zu geben, welchen der vor ihm fallende Tag der 23. Febr. hat. Dadurch wird denn vom 1. März angerechnet, auf jeden Monatstag

wieder

wieder derſelbe Buchſtabe gebracht, wie in einem gemeinen Jahre, und nur von dem Schalttage an, bis zu Ende des Februars, werden die Monatstage andere Buchſtaben, als in dem gemeinen Jahre bekommen. Z. E. in einem gemeinen Jahre würde der 25te Februar den Buchſtaben G haben, in einem Schaltjahre aber den F, wie aus folgendem Schema erhellet:

Gemeines Jahr.

22 Febr.;	23;	24;	25;	26;	27;	28;	1 März;	2;	3;	ꝛc.
D;	E;	F;	G;	A;	B;	C;	D;		E;	F; ꝛc.

Schalt-Jahr.

22 Febr.	23;	24;	25;	26;	27;	28;	29;	1;	2;	3;	ꝛc.
D	E	E;	F;	G;	A;	B;	C;	D;	E;	F;	ꝛc.

Vom 1. März an, iſt die Ordnung wieder hergeſtellt, und wie in dem gemeinen Jahre.

Zuſatz.

47. Fienge ſich das Julianiſche oder Gregorianiſche Jahr z. E. mit einem Freytage an, wie in dem Schema (§. 46 a I) und wäre es zugleich ein Schaltjahr, ſo würde es bis zum Schalttage (den 24. Febr.) den Sonntagsbuchſtaben C haben, wie ein gemeines Jahr, aber nach dem Schalttage werden die Sonntage den Buchſtaben B erhalten. Denn wenn man das Schema (§. 46 a I.) fortſetzt, ſo wird der 22te Febr. des Schaltjahres (§. 46 a II.) ein Montag ſeyn, alſo der 28ſte ein Sonntag, und dieſer würde den Buchſtaben B haben. So würde denn jeder folgende Sonntag nach dem Schalttage, den Buchſtaben B haben, welcher in dem ABC um eine Stelle weiter vorwärts liegt, als der C, welchen die Sonntage vor dem Schalttage hatten. Ein jedes Schaltjahr hat alſo zwey Sonntagsbuchſtaben, und wäre z. E. der erſte Sonntagsbuchſtabe in einem Schaltjahre G, ſo würde auf eine ähnliche Art der andere F ſeyn müſſen.

Was

Was von den Sonntagen geſagt worden iſt, gilt auch von andern Wochentagen in einem Schaltjahre.

Zuſatz.

48. Dannenhero muß der Sonnencircul aus 28 Jahren beſtehen, nemlich weil alle 4 Jahr ein Schaltjahr iſt, und 7 Buchſtaben ſind, aus viermal 7 Jahren: wie aus beygeſetztem Täfelein zu erſehen, welches nach den vorhergehenden Zuſätzen eingerichtet worden.

1	GF	5	BA	9	DC	13	FE	17	AG	21	CB	25	ED
2	E	6	G	10	B	14	D	18	F	22	A	26	C
3	D	7	F	11	A	15	C	19	E	23	G	27	B
4	C	8	E	12	G	16	B	20	D	24	F	28	A

Anmerkung.

49. Dieſes Täfelein dienet beſtändig in dem Julianiſchen Jahre den Sonntagsbuchſtaben zu finden, allein weil in dem Gregorianiſchen Calender in dem hunderten Jahre dreymal hinter einander ein gemeines Jahr iſt, ſo muß alle hundert Jahre ein neues Täfelein conſtruiret werden, von dem das dritte auch das vierte Jahrhundert durch gilt, weil in dem vierten hunderten Jahre ein Schaltjahr iſt (§. 32.). Von A. 1700 bis 1800. gilt folgendes:

1	DC	5	FE	9	AG	13	CB	17	ED	21	GF	25	BA
2	B	6	D	10	F	14	A	18	C	22	E	26	G
3	A	7	C	11	E	15	G	19	B	23	D	27	F
4	G	8	B	12	D	16	F	20	A	24	C	28	E

Aufgabe.

50. Auf ein gegebenes Jahr nach Chriſti Geburt den Sonntagsbuchſtaben zu finden.

Aufloͤſung.

1. Weil der Sonnencircul nach der Einrichtung Dionyſii, den wir in der Feſtrechnung folgen, ſich 9 Jahre vor Chriſti Geburt anfänget, ſo addiret zu

dem gegebenen Jahr Chriſti 9, und die Summe dividiret durch 28; was überbleibet, iſt der Sonnencircul. Bleibet aber nichts übrig, ſo iſt 28 der Sonnencircul.

2. Suchet den Sonnencircul entweder in dem Julianiſchen oder Gregorianiſchen Täfelein auf; ſo findet ihr den Sonntagsbuchſtaben im Julianiſchen oder Gregorianiſchen Jahre darneben.

Z. E. Ihr verlanget den Sonntagsbuchſtaben für 1710. zu wiſſen.

1710	1	
9	831	
1719	1719	61
	288	
	2	

Der Sonnencircul iſt 11. Alſo der Sonntagsbuchſtabe im Julianiſchen Jahre A, im Gregorianiſchen E.

Zuſatz.

51. Wenn ihr in einem immerwährenden Calender, darinnen für jeden Tag des Monats die gehörigen Buchſtaben geſetzet ſind, den Sonntagsbuchſtaben durch alle Monate aufſuchet, ſo wiſſet ihr, auf welche Tage im Jahre die Sonntage fallen.

Zuſatz.

52. Wenn euch der Sonntagsbuchſtabe bekannt iſt, wiſſet ihr zugleich den Buchſtaben eines jeden andern Tages (§. 13.), und könnet wie vorhin finden, auf welche Tage des Jahres alle Montage, Dienſtage u. ſ. w. fallen.

Erklärung.

53. Der Mondcircul (Cyclus Lunae) iſt die Zahl der Jahre, in welcher die Neu- und Vollmonden wieder auf Einen Tag des Julianiſchen Jahres kommen.

Anmer-

Anmerkung.

54. Man giebet den Mondecircul 19 Jahre, und daher kann er nicht länger als 312 Jahre die Tage richtig zeigen, auf welche in einem Jahre die Neu- und Vollmonden fallen. Urſache iſt dieſe. Nach Verlauf 19 Jahre fallen zwar die Neu- und Vollmonden wieder auf Einen Tag des Monats, aber nicht eben wieder auf dieſelbe Stunde und Minute.

Erklärung.

55. **Die Zahl, welche das Jahr von dem Anfange des Mondcirculs zeiget, wird die Güldene Zahl genennet.**

Aufgabe.

56. **Die Güldene Zahl in einem gegebenen Jahre nach Chriſti Geburt zu finden.**

Auflöſung.

1. Weil nach Dionyſii Einrichtung der Mondencircul ſich ein Jahr vor Chriſti Geburt anfänget, ſo addiret zu dem gegebenen Jahre nach Chriſti Geburt 1.
2. Die Summe dividiret durch 19; ſo bleibet die Güldene Zahl übrig. Wenn es aber ganz aufgehet, ſo iſt 19 die güldene Zahl.

Z. E. Ihr verlanget zu wiſſen, was 1710. für eine güldene Zahl iſt.

1710	8	
1	1711	90
1711	199	
	1	

Weil nach geſchehener Diviſion 1 übrig bleibet, ſo iſt 1. die güldene Zahl.

Erklärung.

57. **Die monatlichen Mond-Epacten ſind der Ueberſchuß eines bürgerlichen Julianiſchen**

oder **Gregorianiſchen Monats über einen Mondenmonat.**

Zuſatz.

58. Ein Mondenmonat iſt 29 T. 12 St. 44′ 3″. Wenn demnach der bürgerliche Monat 31 Tage hat, ſo ſind die Epacten 1 T. 11 St. 15′ 57″. Hat aber der bürgerliche Monat nur 30 Tage, ſo ſind die Epakten 11 St. 15′ 57″. Nemlich im erſten Falle ſind die Epakten beynahe 1 Tag 12 Stunden, im andern beynahe 12 Stunden.

Erklärung.

59. Die jährliche Mondepakten **ſind der Unterſchied zwiſchen einem bürgerlichen Sonnen-Jahre und einem aſtronomiſchen Monden-Jahre.**

Zuſatz.

60. Sie kommen alſo heraus, wenn ihr die 12 monatliche Epakten zuſammen addiret, und machen 11 Tage.

60 a) Oder ſie ſind dem Unterſchiede eines Mondenjahres (§. 26.) und eines Julianiſchen Sonnenjahres (§. 31.) gleich. Dieſer Unterſchied beträgt 10 Tage 21 St. 11 Min. 24 Sec. alſo beynahe 11 Tage.

Zuſatz.

61. Alſo fallen die Neu- und Vollmonden in dem folgenden Jahre 11 Tage im Monate früher, als im vorhergehenden.

Zuſatz.

62. Wenn ihr in den Mondencircul zu den güldenen Zahlen die Epakten ſetzen wollet, ſo ſchreibet in dem erſten Jahre 11, in dem andern 22, in dem dritten aber anſtatt 33 nur 3, in dem vierten 14 u. ſ. w. ſo werdet ihr finden, daß nach 19 Jahren die Epakten alle

durch

durch ſind, und ſich wieder von neuem, nemlich von 11, mit der güldenen Zahl 1 anfangen.

Aufgabe.

63. **Aus der gegebenen güldenen Zahl eines Jahres die ihm zugehörige jährliche Epakte im Julianiſchen Jahre zu finden.**

Aufloͤſung.

Multipliciret die güldene Zahl durch 11; was herauskommet, iſt die verlangte Epakte, wenn ſie weniger als 30 iſt, ſonſt aber dividiret das Produkt durch 30, ſo bleibet ſie übrig. Als 1710. war die güldene Zahl 1; alſo iſt die Julianiſche Epakte 11 (§. 62.).

Zuſatz.

64. Wenn ihr den Unterſchied der Tage zwiſchen dem Julianiſchen und Gregorianiſchen Calender davon abziehet, ſo bleibet die Gregorianiſche Epakte übrig. Z. E. 1711. war die Julianiſche Epakte 22, und alſo die Gregorianiſche 11. Wenn nichts übrig bleibet, wie 1710. ſo iſt die Gregorianiſche 30 oder *.

Anmerkung.

65. Wenn ihr die Epakten nicht jederzeit von neuem ausrechnen wollet, könnet ihr ſie aus beygefügtem Täfelein nehmen, in welchem in der erſten Reihe die güldenen Zahlen, in der andern die immerwährenden Julianiſchen Epacten, und in dem dritten die Gregorianiſchen Epacten von 1700 bis 1900 zu finden.

1	XI	*	11	I	XX
2	XXII	XI	12	XII	I
3	III	XXII	13	XXIII	XII
4	XIV	III	14	IV	XXIII
5	XXV	XIV	15	XV	IV
6	VI	XXV	16	XXVI	XV
7	XVII	VI	17	VII	XXVI
8	XXVIII	XVII	18	XVIII	VII
9	IX	XXVII	19	XXIX 30	XVIII
10	XX	IX			

 Erklä-

Erklärung.

66. Der Römer Zinszahl (Cyclus Indictionum) **iſt eine Reihe von 15 Jahren, in deren drittes Jahr Chriſti Geburt geſetzet wird.**

Anmerkung.

67. Wenn und zu was Ende dieſer Cyclus zuerſt eingeſetzet worden, iſt ganz ungewiß.

Aufgabe.

68. **Auf ein gegebenes Julianiſches oder Gregorianiſches Jahr der Römer Zinszahl zu finden.**

Aufloͤſung.

Addiret zu dem gegebenen Jahre nach Chriſti Geburt 3, und dividiret die Summe durch 15, ſo bleibet der Römer Zinszahl übrig. Gehet es aber auf, ſo iſt ſie 15.

Z. E. ihr verlanget der Römer Zinszahl für 1710. zu wiſſen.

1710	12		
3	26		
1713	1713	114	
	1555		
	11		

Weil nach geſchehener Diviſion 3 übrig bleibet, ſo iſt 3 der Römer Zinszahl.

Erklärung.

69. Der Julianiſche Periodus **iſt eine Zeit von 7980 Jahren, welche herauskommet, wenn man den Sonnen- und Mondcircul und der Römer Zinszahl in einander multipliciret, und nach deren Verlauf alle dieſe drey Circul ſich wieder mit einander in einem Jahre anfangen.**

Zuſatz.

Zuſatz.

70. Da nun die Welt noch nicht 6000 Jahr geſtanden, ſo ſind alle Jahre nach Erſchaffung der Welt bis auf das gegenwärtige durch dieſe drey Zeichen in dem Julianiſchen Periodo dergeſtalt von einander unterſchieden, daß keines unter allen die Zeichen hat, welche einem andern zukommen.

Erklärung.

71. **Wir Chriſten zählen jezund unſere Jahre von Chriſti Geburt. Der Juden Jahrzahl gründet ſich auf die Erſchaffung der Welt; der alten Römer auf die Erbauung der Stadt Rom; der Griechen auf die Einſezung der Olympiſchen Spiele.** Die Jahrzahl von Chriſti Geburt fället in das 4713. Jahr des Julianiſchen Periodi nach gemeiner Rechnung; die Jüdiſche in das 953. den 7. Oct. Die Jahrzahl von Erſchaffung der Welt nach dem Scaliger in das 764. den 26. Oct.; die von Erbauung der Stadt Rom in das 3961. den 21. Apr., die Griechiſche oder Olympiſche in das 3938. in Herbſt.

Aufgabe.

72. **Eine gegebene Jahrzahl in eine andere zu verwandeln.**

Aufloͤſung.

1. Addiret das gegebene Jahr zu dem Jahre des Julianiſchen Periodi, in welchem ſich die Jahrzahl anfänget, ſo habet ihr das Jahr des Julianiſchen Periodi, welches mit ihm übereinkommet, und
2. ziehet davon ab das Jahr des Julianiſchen Periodi, in welchem ſich die andere Jahrzahl anfänget (§. 71.).

Z. E. ihr verlanget zu wiſſen, wie viel in dem 1710ten Jahre die jüdiſche Jahrzahl iſt.

1710	6423
4713	953
6423	5470 jüdiſche Jahrzahl vom Oct. an.

Erklärung.

73. Die beweglichen Feſte ſind, welche nicht immer auf einen Tag des Jahres fallen, als Oſtern, Pfingſten, Trinitatis. Die unbeweglichen aber, die immer auf einen Tag fallen, als Weynachten.

Anmerkung.

74. Die beweglichen Feſte, ſo die geſammte Chriſtenheit in der Abendländiſchen Kirche feyert, ſind folgende Sonntage, ſo ſich alle nach Oſtern richten, nebſt andern wenigen Tagen.

Septuageſimä.
Sexageſimä.
Quinquageſimä, oder Eſto mihi.
Quadrageſimä, oder Invocavit.
Reminiſcere.
Oculi.
Lätare.
Judica.
Palmarum.
Grüner Donnerſtag.
Charfreytag.
Oſtern.
Oſterſonntag.
Oſtermontag.
Oſterdienſtag.
Quaſimodogeniti.
Miſericordias Domini.
Jubilate.
Cantate.
Rogate.
Den Donnerſtag darauf Himmelfahrt.
Exaudi.
Pfingſtſonntag.
Pfingſtmontag.
Pfingſtdienſtag.
Trinitatis.

Alle Sonntage vor Septuageſimä werden von dem Feſte Epiphaniä, die übrigen nach dem Feſte der Dreyeinigkeit von Trinita-

nitatis gezählet und benennet. Im Sächſiſchen Landen ſind die unbeweglichen Feſte:

Neu-Jahr, oder Beſchneidung Chriſti, 1 Januar.	Johannes der Täufer, 24. Juni.
Epiphania, oder Heilige drey Könige, 6. Januar.	Mariä Heimſuchung, 2. Jul.
Mariä Reinigung oder Lichtmeſſe, 2. Februar.	Michael, 29. Septemb.
Mariä Verkündigung, 25. März.	Weynachten, 25. December.
	Stephanus, 26. December.
	Johannes der Evangeliſt, 27. December.

Vor dieſem wurden auch die Feſte der Apoſtel gefeyert, ſo jetzt nur in Kirchenfeſte verwandelt worden.

Anmerkung.

75. In der Römiſchen Kirche werden auſſer den Apoſteltagen auch noch Laurentius, Mariä Himmelfahrt, Mariä Geburt, Aller Heiligen, und Mariä Opferung, nebſt vielen Kirchenfeſten, als Ignatius, Franciſcus, Porxiuncula, gefeyert. Imgleichen nehmen ſie die vier Quatember wegen der Faſten fleißig in Acht, welche wir im bürgerlichen Leben noch ſehr gebrauchen. Es fället aber der erſte auf die Mittewoche nach Invocavit, der andere auf die Mittewoche nach Pfingſten, der dritte auf die Mittewoche nach Creutzerhöhung, oder nach dem 14 Sept., der vierte auf die Mittwoche nach Lucia, oder nach dem 13. Dec. Daher nennen wir ſie insgemein das Quartal Reminiſcere, oder auch Invocavit, das Pfingſtquartal, das Quartal Crucis, und das Quartal Luciä.

Schluß des Conſilii Nicäni.

76. Das Oſterfeſt ſoll ſtets den erſten Sonntag gefeyert werden, welcher auf den Vollmond nach dem Frühlings-Aequinoctio folget. Daher wenn der Vollmond auf den Sonntag fället, muß es 8 Tage hernach gefeyert werden.

76a) I. Die **Oſtergränze** (terminus pachalis) heiſt der Tag, auf welchen der erſte Vollmond nach der Frühlings⸗nachtgleiche fällt. Da im Jahre 532, als die Einrichtung des Kalenders, nach Dionyſius Vorſchrift eingeführt ward, die Frühlingsnachtgleiche auf den 21. März einfiel, die güldene Zahl 1, und die Oſtergränze der 5te April war, ſo ſuchte man nach dem 19 jährigen Mondszirkel, auf was für einen Tag eines jeden Jahres dieſes Zirkels, die Oſtergränze oder der **Oſtervollmond** fallen würde, und ſo entſtand das Täfelchen der julianiſchen Oſtervollmonde, wie es in dem folgenden §. zur Berechnung der Julianiſchen Oſtern angegeben iſt. Die neben einem jeden Oſtervollmonde befindliche Zahl in dem Mondszirkel, alſo die güldene Zahl wird nach §. 56. berechnet.

II. Da aber der Mondszirkel die Neu⸗ und Vollmonde nicht länger als ohngefähr innerhalb eines Zeitraums von 300 Jahren richtig geben kann (§. 54.) ſo konnte dieſes Täfelchen, welches zu Dionyſius Zeiten die Oſtergränzen richtig gab, nur ohngefähr bis auf das Jahr 800 gelten, und ſchon um dieſe Zeit hätte eine Correction angebracht, und ein neues Täfelchen berechnet werden müſſen. Um ſo viel mehr hätte dieſes in den folgenden Jahrhunderten 1100; 1400; geſchehen müſſen. Auſſerdem war von Dioniſius Zeit, bis zu Pabſt Gregors (1582.) wegen der von Julius Cäſar unrichtig angenommenen Gröſſe des Sonnenjahres (§. 31.) eine beträchtliche Verrückung der Nachtgleichen vorgegangen, ſo daß die julianiſchen Nachtgleichen um 10 Tage von der Wahrheit abwichen, und ſtatt auf den 21ten März zu fallen, auf den 11ten fielen, weswegen denn auch vom Pabſt Gregor im Jahre 1582. die Einrichtung getroffen wurde, daß man auf den 5ten October ſogleich den 15ten folgen ließ, alſo gleichſam das Jahr um 10 Tage verkürzte, um in dem folgenden Jahre, die Nachtgleiche wieder, wie zu Dionyſii Zeit, auf den 21 März zurückzubringen. Nicht allein dieſe Wegwerfung der 10 Tage in dem Jahre 1582, ſondern auch die erwähnten Correctionen wegen des Mondzirkels, waren Urſache, daß das von Dionyſius berechnete Täfelchen der Oſtergränzen, zu Gregors Zeiten gänzlich umgeändert, und überhaupt eine gänzliche Reform des Julianiſchen Kalenders, und der nach ihm geführten Feſtrechnung vorgenommen werden mußte, wenn in der Folge jene Verrückung der Nachtgleichen nicht wieder ſtatt finden, und nach der Anordnung des Nicäiſchen Concilii (§. 76.) Oſtern allemahl auf den erſten

Sonn⸗

Sonntag nach dem Vollmonde gefeyert werden ſollte, welcher zunächſt nach der Frühlingsnachtgleiche fiele. Zu Anfang des gegenwärtigen Jahrhunderts, war wegen der Nachtgleichen wieder eine Correction von einem Tage nöthig, und auf dieſen Verbeſſerungen beruht nunmehr dasjenige Täfelchen, welches in dem folgenden §. zur Berechnung der gregorianiſchen Oſtergränzen, und Oſterfeſtes angegeben iſt. Es gilt bis zum Jahre 1900.

Aufgabe.

77. **Das Oſterfeſt auszurechnen.**

Auflöſung.

1. Suchet den Sonntagsbuchſtaben (§. 50.) und die güldene Zahl (§. 56.).

2. Die güldene Zahl ſuchet in dem Julianiſchen Oſtertäfelein, ſo ſtehet darneben der Tag, auf welchen der Oſtervollmond fället, und wenn ihr den dabey geſetzten Buchſtaben mit dem Sonntagsbuchſtaben vergleichet, erkennet ihr, was es für ein Tag in der Woche ſey (§. 52.), folgends auf welchen Tag des Jahres Oſtern fället (§. 76.).

3. Verlanget ihr aber die Gregorianiſche Oſtern, ſo ſuchet durch Hülfe der güldenen Zahl die Gregorianiſche Epakte (§. 65.).

4. Mit der Epakte gehet in das Gregorianiſche Oſtertäfelein, ſo ſtehet abermal der Tag daneben, auf welchen der Oſtervollmond fället, und im übrigen verfahret ihr wie n. 2.

5. Allein weil die Neu- und Vollmonde vermittelſt der bloßen Epakten nicht auf einzelne Stunden angegeben werden, ſo kann auch die daraus hergeleitete Oſtergränze nicht immer ſo ausfallen, daß Oſtern genau dem Schluſſe des Nicäiſchen Concilii gemäß (§. 76.) gefeyert wird. Der wahre

Oſtervollmond könnte z. E. Sonnabends Nachmittags fallen, dann müßte nach (§. 76.) ſogleich den folgenden Sonntag Oſtern gefeyert werden. Hingegen könnte die gregorianiſche Epaktenrechnung den erwähnten Vollmond erſt an dem Sonntage ſelbſt geben, und dann fiele Oſtern eine Woche ſpäter. Dies eräugnete ſich 1724. würklich. Der wahre Oſtervollmond fiel den 8. April Nachmittags um 4 Uhr (nach dem Uranienburgiſchen Meridian, und Keplers Rudolphiniſchen Tafeln) und das war ein Sonnabend, alſo hätte ſogleich den nächſten Sonntag als am 9. April das Oſterfeſt ſeyn müſſen. Die gregorianiſche Epakten-Tafel gab aber den Oſtervollmond auf den 9ten April, alſo an einem Sonntage ſelbſt, und man feyerte alſo Oſtern erſt 7 Tage darauf, den 16ten April. Die evangeliſchen Stände hatten indeſſen ſchon im Jahre 1700. auf dem Reichstage beſchloſſen, Oſtern allemahl nach der wahren aſtronomiſchen Angabe, ſowohl des Frühlingsäquinocti, als auch des Oſtervollmondes, wie er ſich nach oberwähnten Rudolphiniſchen Tafeln ergeben würde, zu feyern, und man nannte dies den **verbeſſerten Kalender**, nach welchem alſo würklich im Jahre 1724. Oſtern von den Proteſtanten 8 Tage früher, als von den Katholiken, welche die gregorianiſche Epaktenrechnung beybehielten, gefeyert wurde. Im Jahre 1744. eräugnete ſich dieſer Uebelſtand wieder, daß Oſtern in einem und demſelben Reiche von den Proteſtanten um eine Woche früher als von den Römiſchkatholiſchen gefeyert wurde. Dies verurſachte wegen der Ferien in dem Cammergerichte und in andern Geſchäften allerley Unordnungen, weswegen denn endlich die proteſtantiſchen Stände im Jahre 1776. den Entſchluß faßten, von der bisherigen Einrichtung ihres verbeſſerten Kalenders abzugehen,

hen, und künftig Oſtern, nebſt den davon abhängenden Feſten, allemahl mit den Katholiken zugleich zu feyern, mit Vorbehalt aller andern Rechte in geiſtlichen und weltlichen Dingen, und ſo einem allgemeinen Reichskalender beyzutreten, der mit dem Jahre 1777. ſeinen Anfang nahm.

Man ſieht indeſſen leicht, daß es in alle Fälle einfacher und beſſer geweſen wäre, bey der Berechnung des Oſterfeſtes den Mond ganz wegzulaſſen, und Oſtern etwa nach dem Vorſchlage Joh. Bernoullis Opp. Tom. IV. n. 188. p. 497. den erſten Sonntag nach der Frühlingsnachtgleiche zu feyern. Indeſſen wollte man von einer Verordnung des Nicäiſchen Concilii nicht abgehen, nach welcher man nicht zugleich mit den Juden das Paſſah feyern ſollte, und wählte daher die bisher beygebrachte Oſterrechnung, welche das unbequeme hat, daß ein wichtiger Abſchnitt des Jahres zum Nachtheil mancher Geſchäfte, den ganzen Zeitraum vom 22ten März bis zum 25ſten April durchwandert. Auf dieſe äuſſerſten Gränzen fällt nun zwar Oſtern ſehr ſelten. Doch wäre eine andere Einrichtung zu wünſchen. (M.)

Julia-

Julianiſches			Gregorianiſches		
Oſter=Täfelein.					
Güld. Zahl.	Oſtervollmond.		Epakten.	Oſtervollmond.	
1	5 April	D	*	13 April	E
2	25 Mart.	G	XI	2 April	A
3	13 April	E	XXII	22 Mart.	D
4	2 April	A	III	10 April	B
5	22 Mart.	D	XIV	30 Mart.	E
6	10 April	B	XXV	18 April	C
7	30 Mart.	E	VI	7 April	F
8	18 April	C	XVII	27 Mart.	B
9	7 April	F	XXVII	15 April	G
10	27 Mart.	B	IX	4 April	C
11	15 April	G	XX	24 Mart.	F
12	4 April	C	I	12 April	D
13	24 Mart.	F	XII	1 April	G
14	12 April	A	XXIII	21 Mart.	C
15	1 April	G	IV	9 April	A
16	21 Mart.	C	XV	29 Mart.	D
17	9 April	A	XXVI	17 April	B
18	29 Mart.	D	VII	6 April	C
19	17 April	B	XVIII	26 Mart.	A

Z. E. ihr verlanget die Julianiſchen und Gregorianiſchen Oſtern 1711. zu wiſſen. So iſt beyderſeits die güldene Zahl 2, der Sonnencircul 12, die Gregorianiſche Epakte XI, der Julianiſche Sonntagsbuchſtabe G, der Gregorianiſche D. Da nun der Oſtervollmond nach der Julianiſchen Cycliſchen Rechnung auf den 25. März fället, und dieſer ein Sonntag iſt, indem G dabey ſtehet, ſo müſſen die Julianiſchen Oſtern den 31. März gefeyert werden. Hingegen die Epakte XI. zeiget den Gregorianiſchen Oſtervollmond an auf den 2. April, und aus dem dabey ſtehenden Buchſtaben A erhellet, daß es ein Donnerſtag ſey. Demnach werden die Gregorianiſchen Oſtern den 5ten April gefeyert.

Immer=

Immerwährender Gregorianiſcher Kalender.

Ianuarius.		Februarius.		Martius.	
1. *	A	1. XXIX.	d	1. *	d
2. XXIX	b	2. XXVIII	e	2. XXIX.	e
3. XXVIII	c	3. XXVII	f	3. XXVIII	f
4. XXVII	d	4. 25. XXVI	g	4. XXVII	g
5. XXVI	e	5. XXV. XXIV	A	5. XXVI	A
6. 25. XXV	f	6. XXIII	b	6. XXV	b
7. XXIV	g	7. XXII	c	7. XXIV	c
8. XXIII	A	8. XXI	d	8. XXIII	d
9. XXII	b	9. XX	e	9. XXII	e
10. XXI	c	10. XIX	f	10. XXI	f
11. XX	d	11. XVIII	g	11. XX	g
12. XIX	e	12. XVII	A	12. XIX	A
13. XVIII	f	13. XVI	b	13. XVIII	b
14. XVII	g	14. XV	c	14. XVII	c
15. XVI	A	15. XIV	d	15. XVI	d
16. XV	b	16. XIII	e	16. XV	e
17. XIV	c	17. XII	f	17. XIV	f
18. XIII	d	18. XI	g	18. XIII	g
19. XII	e	19. X	A	19. XII	A
20. XI	f	20. IX	b	20. XI	b
21. X	g	21. VIII	c	21. X	c
22. IX	A	22. VII	d	22. IX	d
23. VIII	b	23. VI	e	23. VIII	e
24. VII	c	24. V	f	24. VII	f
25. VI	d	25. IV	g	25. VI	g
26. V	e	26. III	A	26. V	A
27. IV	f	27. II	b	27. IV	b
28. III	g	28. I.	c	28. III	c
29. II	A			29. II	d
30. I	b			30. I	e
31. *	c			31. *	f

Apri-

Aprilis		Majus.		Iunius.	
1. XXIX	g	1. XXVIII	b	1. XXVII	e
2. XXVIII	A	2. XXVII	c	2, 25. XXVI	f
3. XXVII	b	3. XXVI	d	3. XXVXXIV	g
4. 25. XXVI	c	4. 25. XXV	e	4. XXIII	A
5. XXV,XXIV	d	5. XXIV	f	5. XXII	b
6. XXIII	e	6. XXIII	g	6. XXI	c
7. XXII	f	7. XXII	A	7. XX	d
8. XXI	g	8. XXI	b	8. XIX	e
9. XX	A	9. XX	c	9. XVIII	f
10. XIX	b	10. XIX	d	10. XVII	g
11. XVIII	c	11. XVIII	e	11. XVI	A
12. XVII	d	12. XVII	f	12. XV	b
13. XVI	e	13. XVI	g	13. XIV	c
14. XV	f	14. XV	A	14. XIII	d
15. XIV	g	15. XIV	b	15. XII	e
16. XIII	A	16. XIII	c	16. XI	f
17. XII	b	17. XII	d	17. X	g
18. XI	c	18. XI	e	18. IX	A
19. X	d	19. X	f	19. VIII	b
20. IX	e	20. IX	g	20. VII	c
21. VIII	f	21. VIII	A	21. VI	d
22. VII	g	22. VII	b	22. V	e
23. VI	A	23. VI	c	23. IV	f
24. V	b	24. V	d	24. III	g
25. IV	c	25. IV	e	25. II	A
26. III	d	26. III	f	26. I	b
27. II	e	27. II	g	27. *	c
28. I	f	28. I	A	28. XXIX	d
29. *	g	29. *	b	29. XXVIII	e
30. XXX	A	30. XXIX	c	30. XXVII	f
		31. XXVIII	d		

Iulius.		Auguſtus.		September.	
1. XXVI	g	1. XXIV	c	1. XXIII	f
2. XXV	A	2. XXIII	d	2. XXII	g
3. XXIV	b	3. XXII	e	3. XXI	A
4. XXIII	c	4. XXI	f	4. XX	b
5. XXII	d	5. XX	g	5. XIX	c
6. XXI	e	6. XIX	A	6. XVIII	d
7. XX	f	7. XVIII	b	7. XVII	e
8. XIX	g	8. XVII	c	8. XVI	f
9. XVIII	A	9. XVI	d	9. XV	g
10. XVII	b	10. XV	e	10. XIV	A
11. XVI	c	11. XIV	f	11. XIII	b
12. XV	d	12. XIII	g	12. XII	c
13. XIV	e	13. XII	A	13. XI	d
14. XIII	f	14. XI	b	14. X	e
15. XII	g	15. X	c	15. IX	f
16. XI	A	16. IX	d	16. VIII	g
17. X	b	17. VIII	e	17. VII	A
18. IX	c	18. VII	f	18. VI	b
19. VIII	d	19. VI	g	19. V	c
20. VII	e	20. V	A	20. IV	d
21. VI	f	21. IV	b	21. III	e
22. V	g	22. III	c	22. II	f
23. IV	A	23. II	d	23. I	g
24. III	b	24. I.	e	24. *	A
25. II	c	25. *	f	25. XXIX.	b
26. I	d	26. XXIX	g	26. XXVIII	c
27. *	e	27. XXVIII	A	27. XXVII	d
28. XXIX	f	28. XXVII	b	28. XXVI	e
29. XXVIII	g	29. 25. XXVI	c	29. XXV. XXIV	f
30. XXVII	A	30. XXV	d	30. XXIII	g
31. 25. XXVI	b	31. XXIV	e		

October.			November.			December.		
1.	XXII	A	1.	XXI	d	1.	XX	f
2.	XXI	b	2.	XX	e	2.	XIX	g
3.	XX	c	3.	XIX	f	3.	XVIII	A
4.	XIX	d	4.	XVIII	g	4.	XVII	b
5.	XVIII	e	5.	XVII	A	5.	XVI	c
6.	XVII	f	6.	XVI	b	6.	XV	d
7.	XVI	g	7.	XV	c	7.	XIV	e
8.	XV	A	8.	XIV	d	8.	XIII	f
9.	XIV	b	9.	XIII	e	9.	XII	g
10.	XIII	c	10.	XII	f	10.	XI	A
11.	XII	d	11.	XI	g	11.	X	b
12.	XI	e	12.	X	A	12.	IX	c
13.	X	f	13.	IX	b	13.	VIII	d
14.	IX	g	14.	VIII	c	14.	VII	e
15.	VIII	A	15.	VII	d	15.	VI	f
16.	VII	b	16.	VI	e	16.	V	g
17.	VI	c	17.	V	f	17.	IV	A
18.	V	d	18.	IV	g	18.	III	b
19.	IV	e	19.	III	A	19.	II	c
20.	III	f	20.	II	b	20.	I	d
21.	II.	g	21.	I	c	21.	*	e
22.	I	A	22.	*	d	22.	XXIX	f
23.	*	b	23.	XXIX	e	23.	XXVIII	g
24.	XXIX	c	24.	XXVIII	f	24.	XXVII	A
25.	XXVIII	d	25.	XXVII	g	25.	XXVI	b
26.	XXVII	e	26.	25. XXVI	A	26.	25. XXV	c
27.	XXVI	f	27.	XXV. XXIV	b	27.	XXIV	d
28.	25. XXV	g	28.	XXIII	c	28.	XXIII	e
29.	XXIV	A	29.	XXII	d	29.	XXII	f
30.	XXIII	b	30.	XXI	e	30.	XXI	g
31.	XXII	c				31.	XX	A

Ende der Chronologie.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Gnomonik.

Erklärung.

1.

Die Gnomonik iſt eine Wiſſenſchaft, auf einer jeden gegebenen Fläche eine Sonnenuhr zu beſchreiben.

1 a) Bücher, woraus man die Zeichnung der Sonnenuhren erlernen kann, giebt es in ſehr großer Menge. Ich will nur einige anführen.

Die Theorie der Sonnenuhren und die genauere Verzeichnung derſelben durch Anwendung analytiſch-trigonometriſcher Formeln lehrt am gründlichſten Hrn. H. Käſtners Gnomonica analytica Lipſ. 1754. Noch vollſtändiger ausgeführt in deſſen diſſert. math. et Phyſ. VII.

Die Handgriffe und das praktiſche bey dieſem Geſchäfte lehren Welpers Gnomonik III. Ausgabe mit dem 4ten Theile vermehrt (von Joh. Chriſt. Sturm) Nürnb. 1708.

Penthers Gnomonica fundamentalis et mechanica. Augsp. 1734.

De la Hire Gnomonique Par. 1698.

Böttgers erleichterte Gnomonica. Lemgo 1748.

Joh. Jac. Schüblers neue und deutliche Anleitung zur praktiſchen Sonnenuhrkunſt. Nürnb. 1726.

La Gnomonique pratique par Dom. Bedos 1774.

Bruckner deſcription et uſage d'un cadran ſolaire univerſel. Petersb 1735.

Bions, Grubers, Helfenfrieders u. a. hieher gehörige Schriften übergehe ich.

Erklärung.

2. Die Sonnenuhr iſt eine Verzeichnung gewiſſer Linien auf einer gegebenen Fläche, darauf der Schatten des eingeſteckten Zeigers eine Stunde nach der andern anzeigt.

Aufgabe.

3. Ein Inſtrument zu machen, dadurch man die Abweichung einer Verticalfläche von Süden oder Norden, imgleichen von der Horizontalfläche erforſchen kann.

Auflöſung.

I. 1. Theilet einen halben Circul in ſeine 180 Grade,
1. und zählet von E bis in A und D in jedem Quadranten 90 Gr.

2. In dem Mittelpunkte F befeſtiget ein Lineal HI daran ein Käſtlein K mit einer Magnetnadel befeſtiget. Es muß aber darinnen nicht allein die Mittagslinie, ſondern auch die Declinationslinie der Magnetnadel beſchrieben ſeyn.

Ich ſage, durch dieſes Inſtrument könnet ihr finden, wie viel Grad eine Verticalfläche von Süden oder Norden entweder gegen Oſten oder Weſten, imgleichen eine inclinirte von der Horizontalfläche abweichet.

Beweis.

I. Denn wenn die Fläche gegen Mittag oder Mitter-
2. nacht ſiehet, ſo muß die Mittagslinie auf einer jeden Linie, die an derſelben horizontal gezogen wird, perpendicular ſtehen. Derowegen wenn ihr die Seite des Inſtruments AD an die Fläche anleget, und es horizontal ſtehet, das Lineal aber an dem Mittelpunkte F ſo lange verſchiebet, bis die Magnetnadel auf ihrer Declinationslinie ſtehet, ſo wird die Schärfe deſſelben in E fallen, wenn die Fläche nicht abweichet; hingegen wenn ſie abwei-

chet

chet, entweder gegen Oſten oder gegen Weſten den verlangten Grad der Abweichung auf dem Inſtrumente abſchneiden, welcher nemlich den Winkel QFN = PFM (§. 40. Geom.) zeiget, den eure Fläche mit der Fläche, ſo nach Mittag ſiehet, machet. Denn es ſey PQ die Seite der Fläche ſo nach Mittag ſiehet, MN aber die Seite der abweichenden Fläche, ſo iſt PFM der Declinationswinkel. Nun ſey EF die Perpendicularlinie auf euer Fläche, FG aber die Mittagslinie, welche auf PQ perpendicular ſtehet. Da nun

$$EFG + GFM = 90 \text{ Gr. und}$$
$$GFM + MFP = 90 \text{ Gr., ſo iſt}$$
$$EFG + GFM = GFM = MFP$$

(§. 22. Arithm.), folgends

$$EFG = PFM \text{ (§. 25. Arithm.)}$$

Welches das erſte war.

Wenn die Seite des Inſtruments BC an die gegen den Horizont inclinirte Fläche IL angeleget, und an den Mittelpunkt F ein Bleywurf FH angemachet wird, ſo iſt der Winkel EFG dem Inclinationswinkel ILK gleich, wovon der Beweis völlig in der Mechanik (§. 82.) zu finden. Welches das andere war. 1. 3.

3 a) Die Aſtronomie giebt genauere Verfahren, die Abweichung einer vorgegebenen Fläche von der Mittagsfläche zu finden. Sonnenuhren zu beſchreiben mag der Gebrauch einer guten Magnetnadel hinlänglich ſeyn, wozu insbeſondere das Branderiſche Declinatorium magneticum Augsp. 1779. dienlich iſt. Die Abweichung jeder Ebene aus dem Schatten eines auf ſie lothrechten Stiftes zu finden, lehrt Jac. Bernoulli, Opp. N. 36. Hat man auf der Horizontalfläche, worauf eine Wand ſteht, eine Mittagslinie nach aſtronomiſchen Methoden (§. 27. Aſtr.) gezogen, ſo wird es auf dieſe Art auch nicht ſchwer fallen, den Winkel zu meſſen, den die Wand mit der Mittagsfläche macht.

Erklärung.

4. Die Aequinoktialuhr iſt diejenige, welche auf einer Fläche beſchrieben wird, die mit dem Horizont einen Winkel machet, welcher der Höhe des Aequators gleich iſt.

Erklärung.

5. Die Horizontaluhr iſt diejenige, ſo auf einer Horizontalfläche beſchrieben wird.

Erklärung.

6. Die Verticaluhren ſind, welche auf Verticalflächen beſchrieben werden. Siehet die Fläche gegen Mittag, ſo nennet man die darauf beſchriebene Uhr eine Mittagsuhr; hingegen eine Mitternachtsuhr, wenn ſie gegen Mitternacht ſiehet. Endlich heiſſet es eine declinirende Uhr, wenn die Fläche decliniret.

Erklärung.

7. Die Morgenuhren ſind, die auf einer gegen Morgen gerichteten Fläche beſchrieben ſind. Die Abenduhren aber, welche auf einer Fläche ſtehen, die gegen Abend ſiehet.

Erklärung.

8. Die Polaruhren ſind die, welche auf einer Fläche beſchrieben werden, die gegen Norden dergeſtalt incliniret, daß ſie mit der Horizontalfläche einen Winkel machet, welcher der Polhöhe gleich iſt. Wenn die Flächen Winkel mit der Horizontalfläche machen, die weder der Höhe des Aequators noch des Poles gleich ſind, ſo nennet man es inclinirte Uhren; decliniret die Fläche zugleich von Mittage oder Mitternacht, declinirte Uhren.

Auf-

Aufgabe.

5. **Eine Aequinoktialuhr zu verfertigen.** I. 4.

Auflöſung.

1. Beſchreibet einen Circul, und theilet ihn in 24 gleiche Theile, ſo ſind die Linien, welche aus dem Mittelpunkte C in die Theilungspunkte in der Peripherie gezogen werden, die Stundenlinien.

2. Schreibet auf die Abendſeite die Vormittagsſtunden, und auf die Morgenſeite die Nachmittagsſtunden.

3. Endlich richtet in dem Mittelpunkte C die Zeigerſtange perpendicular auf, ſo nicht allzugroß ſeyn darf.

So iſt geſchehen, was man verlangete.

Beweis.

Weil in Anſehung der Sonnenweite von der Erde ihr halber Diameter nur für einen Punkt zu halten (§. 58. Aſtron.); ſo könnet ihr den Mittelpunkt des Circuls C für den Mittelpunkt der Erde, und weil der Circul in der Fläche des Aequators iſt, die auf der Mittagslinie C 12 perpendicular erhöhete Zeigerſtange für die Weltaxe annehmen (§. 13. 14. Aſtron.). Da nun die Sonne ihre Tagecircul mit dem Aequator parallel beſchreibet, und ſich einmal ſo geſchwinde wie das andere beweget, ſo muß auch der Schatten der Weltaxe auf der Aequinoktialfläche in gleicher Zeit gleiche Theile des Circuls beſchreiben. Da nun die Sonne in 24 Stunden herumkommet, ſo darf die Peripherie des Circuls nur in 24 gleiche Theile getheilet werden, um die Stundenlinien zu haben. Und weil der Schatten der Sonne gegen über geworfen wird (§. 34. Optik), ſo fallen die Vormittagsſtunden gegen Abend, die Nachmittagsſtunden gegen

Morgen. Solchergeſtalt iſt die Aequinoktialuhr richtig beſchrieben worden. W. Z. E.

Zuſatz.

10. Demnach muß der Punkt 12 auf der Mittagslinie liegen.

Zuſatz.

11. Da in unſern Landen die Sonne nicht viel vor 4 Uhr aufgehet, und nicht lange nach 8 Uhr über dem Horizont bleibet, werden die Stunden Vormittags von 4 Uhr an, Nachmittags aber bis 8 Uhr auf die obere Aequinoktialfläche geſchrieben: hingegen auf der unteren Fläche an allen Orten die Stunden frühe von 6 Uhr an bis Abends um 6 Uhr.

Anmerkung.

I. 12. Wenn ihr auf den Deckel ADCB des Magnetkäſtleins CFED oben die obere und unten die untere Aequinoctialuhr be-
5. ſchreibet, und ihm nach der gegebenen Höhe des Aequatoris in einem jeden Orte vermittelſt des Quadrantens LH erhöhet, vermittelſt der Magnetnadel aber die Uhr gegen die Gegenden der Welt richtet, ſo habet ihr eine allgemeine Aequinoctialuhr, die ihr überall gebrauchen könnet.

Aufgabe.

I. 13. **Eine Horizontaluhr zu beſchreiben.**
6.

Auflöſung.

1. Ziehet die Mittagslinie AB (§. 27. Aſtron.), oder nehmet ſie auf einer beweglichen Fläche nach Belieben an.

2. In dem nach Belieben erwählten Punkte C richtet eine Perpendicularlinie CD von beliebter Länge auf (§. 70. Geom.), und machet den Winkel CAD der gegebenen Polhöhe gleich (§. 48. Geom.).

3. In D machet den Winkel CDE = CAD, und ziehet die Linie DE.

4. Durch

4. Durch E ziehet die Linie GH, welche AB rechtwinkelicht durchſchneidet (§. 70. Geom.).

5. Machet EB = ED, und beſchreibet den Quadranten EF.

6. Theilet ihn in 6 gleiche Theile, und ziehet aus dem Mittelpunkte B durch die Theilungspunkte bis an die Linie GH die Linie Ba, Bb, Bc &c.

7. Traget aus E gegen G die Theile Ea, Eb, Ec &c.

8. Aus A beſchreibet mit beliebiger Eröffnung des Circuls einen kleinen Circul, und ziehet gegen den Mittelpunkt A bis an die Peripherie und die nach Belieben gemachte Einfaſſung der Uhr durch alle Theilungspunkte der Linie GH gerade Linien, ſo bekommet ihr die Stundenlinien A 5, A 4, A 3 rc.

9. Ziehet durch A die ſechſte Stundenlinie 6. 6. auf die zwölfte A 12 perpendicular (§. 70. Geom.).

10. Verlängert A 7 bis 7 über den Circul, und A 8 bis in 8; A 5 bis in 5; A 4 bis in 4, damit ihr die Abendſtunden A 7 und A 8, imgleichen die Frühestunden A 4 und A 5 bekommet.

11. In A richtet die Zeigerſtange entweder nach der Linie AD oder CD auf, jedoch dergeſtalt, daß der Triangel ADE in der Fläche des Meridians iſt, oder auf der Uhrfläche perpendicular ſtehet; wie ihr dann auch anſtatt der Zeigerſtange den Triangel ADE oder ACD von ſtarkem Bleche, doch oben in AD ſcharf abgeſchliffen, nehmen könnet.

Beweis.

Stellet euch vor, als wenn AD die Zeigerſtange der Aequinoktialuhr wäre, welche in A die Horizontalfläche erreichet, und GH die Linie, da die Aequinoktialfläche die Horizontalfläche berühret, ſo iſt klar, daß die Eintheilungen für die Stundenlinien in der Linie GH gefun- II. 7.

 gefun-

gefunden werden, wenn man die Stundenlinien der Aequinoktialuhr bis an GH verlängert. Wenn man nun ſich ferner vorſtellet, als wenn die Aequinoktialuhr auf die Horizontalfläche dergeſtalt niedergeleget würde, daß die verlängerte Stundenlinien noch in den vorigen Punkten die Linie GH durchſchneiden, ſo fället DE auf EB, und der eine Quadrant der Aequinoktialuhr auf EFB.
I. Und demnach ſind die Stundenlinien in der Horizontal-
6. uhr richtig gefunden worden. W. Z. E.

Anmerkung.

14. Der Beweis wird handgreiflich, wenn man eine Aequinoctialuhr bey der Hand hat, und alles im Werke ſelbſt zeiget. Auch iſt zugleich klar, daß man vermittelſt der Aequinoktialuhr eine Horizontaluhr, darauf die Mittagslinie AB gefunden worden, gar leicht beſchreiben kann.

Zuſatz.

I. 15. Weil der Winkel EBA 15°, EBb 30, EBc
6. 45, EBd 60, EBH 75°, ſo iſt vermöge der Tafeln über die Tangenten, wenn EB 1000 angenommen wird, EA 267, EB 577, EC 1000, ED 1732, EH 3732, welches zu großen Sonnenuhren dienet.

Aufgabe.

II. 16. **Eine Mittagsuhr zu zeichnen.**

8.
Auflöſung.

Die Beſchreibung iſt völlig wie vorhin, außer daß die Winkel CAD und CDE der Höhe des Aequators gleich gemachet werden.

Beweis.

Der Beweis wird wie der vorige eingerichtet.

Aufgabe.

II. 17. **Eine Mitternachtsuhr zu zeichnen.**

9.

Aufloſung.

1. Ziehet die Mittagslinie EA auf eine Fläche, die gegen Mitternacht ſiehet (§. 30. Aſtron.), und beſchreibet aus A nach Belieben einen kleinen Circul. II. 9.

2. Machet die Winkel DAC und EDC des Aequators Höhe gleich, und über dieſes EB = ED.

3. Ziehet durch E die Linie GH auf EA perpendicular, und theilet den aus B durch F beſchriebenen Quadranten EF in 6 gleiche Theile.

4. Durch die zwey letzten Theilungspunkte ziehet aus A die Linien Ad und AH, welche die ſiebente und 8. Stundenlinie nach Mittag geben.

5. Machet Eh = Ed und EG = EH; ſo bekommet ihr auch die vierte und fünfte Stundenlinie vor Mittage.

6. Ziehet durch A die Linie 6. 6 auf AE perpendicular; ſo habet ihr die ſechſte Stundenlinie vor- und nach Mittage.

7. Richtet die Zeigerſtange nach der Linie AD oder CD über die Mittagslinie AE auf, oder nehmet dafür den Triangel EDA.

Beweis.

Der Beweis wird wie bey der Horizontaluhr eingerichtet, und ſtellet man ſich hier vor, als wenn die Aequinoctialuhr nach dem Winkel DEA, welcher der Höhe des Pols gleich iſt, angeleget, die Zeigerſtange aber DA durch den Mittelpunkt der Aequinoktialuhr bis in A geſtoſſen würde.

17a) Die Linie EA bedeutet hier auf der Mitternachtsuhr den Durchſchnitt einer über der Mittagslinie errichteten Mittagsfläche, mit derjenigen Fläche, worauf in gegenwärtiger Aufgabe die Uhr conſtruiret werden ſoll. Um dieſe EA zu erhalten, ſo braucht man nur die auf der Horizontalfläche gezogene Mittagslinie, bis an die Fläche, worauf man die

Uhr zeichnen will, zu verlängern, und in dem Punkte, wo jene Mittagslinie in die Fläche einſchneidet, eine lothrechte Linie zu errichten, ſo hat man die geſuchte EA. Noch beſſer: Man errichtet in A einen Stift ſenkrecht auf die Wand, und ziehet in den Augenblicken, da eine gehörig geſtellte Aequinoctialuhr Morgens 5 Uhr und Abends 7 Uhr weiſet, auf der Wand aus A die Richtungen, nach denen der Schatten des von der Sonne beſchienenen Stiftes fällt, ſo liegt die Mittagslinie EA, von der Wolf redet, in der Mitte zwiſchen jenen beyden Schattenlinien, die gleichen Stunden Vor⸗ und Nachmittags zugehören.

Aufgabe.

III. 10. 18. **Eine Morgenuhr zu beſchreiben.**

Auflöſung.

1. Auf der Seite der Mittagsfläche die gegen Morgen ſtehet, ziehet eine gerade Linie AB mit dem Horizonte parallel, und eine andere AK, die mit AB einen Winkel KAB machet, ſo der Höhe des Aequators gleich iſt.

2. Aus einem nach Belieben angenommenen Punkte D beſchreibet mit beliebiger Weite DE einen Circul, und ziehet durch D auf KA die Linie EC perpendicular.

3. Theilet einen jeden Quadranten in 6 gleiche Theile, und ziehet aus dem Mittelpunkte D durch die Theilungspunkte bis an EG und CI Linien; ſo bekommet ihr die Stundenlinien, wie die Figur weiſet.

4. Richtet in D eine Zeigerſtange perpendicular auf, die der Linie DE gleich iſt, oder eine andere in der Höhe dieſer Linie mit EC parallel.

Beweis.

Wenn man ſich vorſtellet, als wenn die Aequinoktialuhr auf die Linie FG perpendicular dergeſtalt aufgerich-

richtet würde, daß FG von der ſechſten Stundenlinie in E berühret wird, und alſo der Zeiger mit EC parallel iſt, ſo läſſet ſich der Beweis wie bey der Horizontaluhr (§. 13.) einrichten.

Aufgabe.

19. Eine Abenduhr zu beſchreiben. III. 11.

Auflöſung.

Die Abenduhr wird wie die Morgenuhr auf der Abendſeite des Meridians gezeichnet: nur werden die Stunden anders geſchrieben, wie die Figur zeiget.

Aufgabe.

20. Ein Polaruhr zu beſchreiben. III. 12.

Auflöſung.

1. Ziehet die Linie AB mit dem Horizonte parallel, und ſuchet die Mittagslinie CE (§. 30. Aſtron.).
2. Theilet dieſelbe in zwey gleiche Theile in D, und beſchreibet aus D mit der Hälfte DE einen Quadranten.
3. Theilet ihn in 6 gleiche Theile, und ziehet aus D durch alle Theilungspunkte gerade Linien, welche AB in 1. 2. 3. 4. 5. durchſchneiden.
4. Traget die Theile E 1, E 2, E 3 &c. aus E in 11, in 10, in 9 ꝛc. und ziehet beyderſeits aus den Theilungspunkten mit der Mittagslinie CE Parallellinien, ſo habet ihr die Stundenlinien.
5. Endlich richtet die Zeigerſtange in der Höhe DE über der Mittagslinie CE perpendicular auf, ſo iſt die obere Polaruhr fertig.
6. Wenn ihr alle Stunden bis auf 4 und 5, imgleichen 8 und 7 wegſtreichet, ſo habet ihr die untere Polaruhr.

Beweis.

Beweis.

Bey dem Beweiſe iſt eben das zu merken, was bey der Morgenuhr (§. 18.) erinnert worden.

Anmerkung.

21. Ueberall können die Eintheilungen der Linie AB für groſſe Uhren, wie oben (§. 15.), gefunden werden.

Aufgabe.

III. 22. **Eine Uhr zu beſchreiben, die von Mit-**
13. **tage gegen Morgen oder gegen Abend abweichet.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet eine Horizontaluhr AGH (§. 13.), und GH ſey die Linie, in welcher die Aequinoktialfläche die Horizontalfläche durchſchneidet.

2. Durch E, wo die Mittagslinie AE die Linie GH ſchneidet, ziehet eine Linie IK, welche mit GH einen ſo großen Winkel machet, als die Abweichung der gegebenen Fläche iſt, ſo geben ſich die Eintheilungen für die Stundenlinien auf der Linie IK.

3. Ziehet auf der gegebenen Fläche eine Linie IK mit dem Horizonte parallel, und traget die gefundenen Theile E 1, E 2, E 3 &c. darauf.

4. In E richtet den Perpendicul EC in der Länge auf, als die Weite des Mittelpunkts in der Mittagsuhr von der Horizontalfläche (§. 16.) beträget, ſo habet ihr den Mittelpunkt, daraus die Stundenlinien CE, C 1, C 2, C 3 &c. gezogen werden.

5. Laſſet auf dem Papiere aus A auf IK das Perpendicul AD fallen, und traget die Weite ED auf die Mauer, darüber die Uhr beſchrieben wird, ſo iſt DC die Linie, darüber der Zeiger kommt.

6. Setzet endlich AD und DC rechtwinklicht zuſammen, ſo iſt AC die Zeigerſtange, welche unter dem

dem Winkel DCA in C an der Mauer befeſtiget wird.

Aufgabe.

23. Eine Uhr zu zeichnen, die von Mitternacht gegen Morgen oder Abend abweichet.

Aufloͤſung.

Weil die Mitternachtsuhren in der That nichts anders ſind als verkehrte Mittagsuhren (§. 16.) ſo beſchreibet eine Uhr, die von Mittag abweichet, und wendet ſie dergeſtalt um, daß ihr Mittelpunkt C gegen den Horizont, und der Punkt E gegen das Zenith gekehret wird. Ueber dieſes muͤſſen die Stunden, wie in der Mitternachtsuhr, gehoͤrig (§. 17.) eingeſchrieben werden.

Anmerkung.

24. Man darf nur die noͤthigen Punkte in der Mittagsuhr auf dem Papiere mit einer Nadel durchſtechen, ſo iſt auf der umgekehrten Seite die Mitternachtsuhr zu ſehen.

Aufgabe.

25. Eine Uhr zu zeichnen, die von dem Zenith gegen Morgen oder Abend abweichet. I. 14.

Aufloͤſung.

Es ſey HR der Horizont, PR die Polhoͤhe, Z das Zenith und N das Nadir, ſo iſt klar, daß unſere Horizontalflaͤche in einem Orte, der von uns 90 Gr. weg lieget, die Verticalflaͤche ſey, und demnach die Polhoͤhe an demſelben Orte das Complement unſerer zu 90 Gr. PZ. Derowegen darf man nur eine abweichende Mittagsuhr auf das Complement der Polhoͤhe (§. 22.) verzeichnen, ſo iſt ſelbige die bey uns von dem Zenith abweichende Uhr.

Gleichergeſtalt erhellet hieraus, daß man vermittelſt der Mittagsuhr unſeres Ortes, als welche die Horizontaluhr unter dem Complement unſerer Polhoͤhe iſt, die

die von dem Zenith abweichende Uhr zeichnen kann; wie man die vom Mittage abweichende vermittelſt der Horizontaluhr verzeichnet (§. 22.)

Aufgabe.

II. 15. 26. Auf einer ſchiefliegenden Fläche eine Uhr zu beſchreiben.

Auflöſung.

I. Wenn die ſchiefliegende Fläche DC zwiſchen die Aequinoktialfläche CE und die Verticalfläche CB fället, ſo daß der Winkel DCA größer iſt, als die Höhe des Aequators ECA, ſo beſchreibet oben eine Mitternachtsuhr, unten aber eine Mittagsuhr auf die Höhe des Aequators, welche der Summe aus gedachter Höhe und dem Complement des Abweichungswinkels vom Horizonte zu einem Quadranten gleich iſt.

Beweis.

Es ſey CG auf CD perpendicular, ſo iſt DC die Mittagsfläche unter der Höhe des Aequators ECG. Da nun BCA = DCG = 90 Gr. (§. 37. Geom.); ſo iſt ACG = DCB (§. 25. Arithm.), das iſt, dem Complement des Abweichungswinkels zu einem Quadranten, und demnach ECG = ECA + DCB. W. Z. E.

II. 15. II. Wenn die ſchiefliegende Fläche FC zwiſchen die Aequinoctial-Fläche CE und Horizontalfläche CA fället, ſo daß der Winkel FCA kleiner, als die Höhe des Aequators, ſo beſchreibet oben eine Horizontaluhr auf die Polhöhe, welche der Summe aus der Polhöhe eures Ortes und dem Abweichungswinkel FCA gleich iſt.

Beweis.

Weil bey E ein rechter Winkel, und ECF die Höhe des Aequators über der Fläche CF iſt, ſo iſt EFC

die

die Polhöhe auf derſelben Fläche (§. 62. Aſtron.) Da nun gleichergeſtalt FAC die Polhöhe eures Ortes iſt, ſo iſt klar, daß die Polhöhe der Uhr EFC der Polhöhe eures Ortes FAC und dem Abweichungswinkel vom Horizonte FCA gleich ſey. W. Z. E.

III. Wenn HC zwiſchen die Verticalfläche BC und die Polarfläche IC fället, ſo daß der Winkel HCL gröſſer iſt, als die Polhöhe ICL, ſo beſchreibet oben eine Mittagsuhr, unten aber eine Mitternachtsuhr auf die Höhe des Aequators, welche dem Unterſchiede zwiſchen der Höhe des Aequators in eurem Orte und der Abweichung vom Zenith HCB gleich iſt. II. 15.

Beweis.

Wenn HC für die Verticalfläche angenommen wird, ſo iſt HCI der Höhe des Aequators gleich (§. 62. Aſtron.). Es iſt aber ICB der Höhe des Aequators in eurem Orte gleich (§. cit.). Derowegen iſt die Höhe des Aequators für die Uhr ICH der Unterſchied zwiſchen der Höhe des Aequators in eurem Orte ICB und der Abweichung von dem Zenith HCB. W. Z. E. II. 15.

IV. Wenn KC zwiſchen die Horizontalfläche CL und die Polarfläche CI fället, daß der Winkel KCL kleiner iſt, als die Polhöhe ICL, ſo beſchreibet eine Horizontaluhr für die Polhöhe, welche dem Unterſchiede zwiſchen der Höhe des Aequators in eurem Orte und der Abweichung vom Zenith KCB gleich iſt.

Beweis.

Wenn KC für eine Horizontalfläche angenommen wird, ſo iſt ICK die Polhöhe. Da nun ICB die Höhe des Aequators in dem gegebenen Orte iſt (§. 62. Aſtron.), ſo iſt klar, daß die Polhöhe auf der Uhr dem Unterſchiede der Höhe des Aequators in eurem Orte ICB und der

Abweichung der Fläche von dem Zenith KCB gleich ſey. W. Z. E.

26a) I. Die bisher beſchriebenen Verfahren, wird man in der Ausübung, meiſtens nicht ſo leicht finden, als ſie auf dem Papiere erſcheinen. Am bequemſten kann man um die Zeit des längſten Tages herum, durch Hülfe einer guten Aequinoktialuhr, auf jeder vorgegebenen Fläche, durch folgendes **mechaniſches** Verfahren, eine Uhr verzeichnen.

GI (Fig. 16.) Gnom.) ſey eine beliebige Fläche worauf
16. die Uhr gezeichnet werden ſoll, und PQ eine Horizontalfläche, z. E. ein horizontalgeſtelltes Bret, worauf eine Mittagslinie AE gezogen worden ſey (§. 27. Aſtron.) Aus einem Punkte e dieſer Mittagslinie errichte man auf die Horizontalfläche ein Perpendikel ef, oder eine lothrechte Linie, nehme von dem Punkte e nach Süden zu, auf der gezogenen Mittagslinie, eA von beliebiger Länge, je gröſſer je beſſer, und ſchließe hierauf nach der Trigonometrie

Sin. tot. : tang. Polhöhe = eA : ef

ſo findet man ef, und wenn man dieſe aufgetragen hat, ſo wird eine durch A und f gezogene gerade Linie mit der Horizontalfläche einen Winkel fAe machen, welcher der Polhöhe gleich ſeyn wird. Man kann auch

eA : ef = coſ. Polhöhe : Sin. Polhöhe nehmen, welches in dem Falle anzurathen iſt, wenn die Tangente zu groß würde.

II. Es wird nicht ſchwer halten, in dieſer Richtung Af ſelbſt, einen Zeiger DA oder HD an die Wand GI zu befeſtigen, oder wenn dies nicht bequem angehet, doch durch einen beliebigen Punkt der Wand, eine Parallele mit fA zu ziehen, und den Zeiger anzubringen. Dieſer wird nun mit der Weltaxe, oder dem Zeiger einer richtig nach der Mittagslinie und Polhöhe geſtellten Aequinoktialuhr parallel ſeyn, und dies iſt das Weſentliche einer jeden Sonnenuhr. **Jeder Weiſer einer Sonnenuhr, der durch ſeinen Schatten die Stunden des Tages anzeigen ſoll, muß der Weltaxe parallel ſeyn.**

III. Iſt dieſe Bedingung, auf welche Art man will, erfüllt, ſo kann jede Stundenlinie der auf die Fläche GI zu zeich-

zeichnenden Uhr durch Hülfe einer richtig geſtellten Aequinoc⸗tialuhr beſtimmt werden. Man ziehe nemlich in dem Au⸗genblicke, da der Zeiger einer Aequinoctialuhr eine gewiſſe Stunde weiſet, auf der Wand GI die Lage des Schattens, den der Weiſer DA, oder DH darauf wirft, ſo hat man auch auf GI die entſprechende Stundenlinie und ſo jede andere. Wählt man zu dieſer Arbeit, die Zeit um den längſten Tag herum, ſo kann man auf dieſe Art, auch die früheſten und ſpäteſten Stundenlinien erhalten, die auf der Fläche GI nach Maasgabe ihrer Lage noch angezeigt werden können.

IV. Wenn einmahl der Zeiger DA ſeine richtige Lage hat, ſo können die Stundenlinien auf GI begreiflich auch vermittelſt einer andern Sonnenuhr die richtig gezeichnet und geſtellt worden iſt, beſtimmt werden. Die Aequinoctialuhr iſt aber die bequemſte zu Verzeichnung anderer Uhren, weil ſie ſelbſt ſo leicht entworfen werden kann.

V. Das bisher beſchriebene mechaniſche Verfahren eine Sonnenuhr auf jeder Fläche zu verzeichnen, iſt freylich nur für diejenigen, welche nicht Zeit oder Luſt haben, ſich voll⸗ſtändig mit der Theorie der Gnomonik zu beſchäftigen, aber für die Ausübung iſt es in den meiſten Fällen vollkommen hinlänglich. Wenn man auch aus Mangel an Sonnenſchein an einem gewiſſen Tage nicht alle Stundenlinien zeichnen kann, ſo laſſen ſich die noch fehlende doch an andern Tagen ergänzen. Denn, wenn der Weiſer mit der Weltaxe parallel iſt, ſo muß ſein Schatten zu einerley Stunde eines jeden Tages, auch immer auf dieſelbe Linie hinfallen, und man kann alſo dieſe oder jene Stundenlinien beſtimmen, wenn die bequemſte Zeit und Witterung dazu iſt.

VI. Wenn man auf dem horizontal an die Wand befe⸗ſtigten Brete PQ die Mittagslinie AE gezogen, und über ihr unter dem gehörigen Winkel EAD die Weltaxe oder den Zeiger befeſtigt hat, ſo iſt es nicht gerade nöthig, daß der Zeiger DA, bis D an die Wand ſelbſt hingehe, und daſelbſt feſtgeſteckt werde. Ja es könnte ſich ereignen, daß der Wei⸗ſer beynahe mit der Wand GI parallel ausfiele, und alſo der Punkt D ſo weit weg zu liegen käme, daß man den Zeiger weder in D befeſtigen, noch auch von D ſelbſt aus, die Schat⸗tenlinien D 10, D 11 u. ſ. w. für die einzeln Stunden ziehen könnte. In dieſem Falle läßt man nur ein Stück des Wei⸗ſers z. E. np ſtehen, und zieht die Schattenlinien β 10;

α 11 u. ſ. w. nur ſo lang, als nöthig iſt, um ſie einem entfernten Auge deutlich in Abſicht auf ihre Lagen darzuſtellen. Zum Weiſer ſelbſt nimmt man am bequemſten ein Stück Blech mnqp von ſchicklicher Gröſſe, und befeſtigt es ſo an die Wand, daß die Schärfe deſſelben np, welche durch ihren Schatten auf der Wand GI, die Stundenlinien abſchneidet, in die gehörige Richtung AD der Weltaxe zu liegen komme.

Ende der Gnomonik.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Artillerie.

Erklärung.

1.

Die Artillerie oder Geſchützkunſt iſt eine Wiſſenſchaft des Geſchützes, welches man in Belagerung der Veſtungen zu gebrauchen pfleget.

1 a) Einige der vorzüglichſten hieher gehörigen Bücher ſind Caſſimiri Simienovicz ars magna Artilleriae ins Deutſche überſetzt von Thom. Leonh. Beeren, und mit einem zweyten Theile verſehen von Daniel Elrich, Frankf. a. M. 1676.

Joh. Sigm. Büchners Theoria et praxis artilleriae. 3 Theile Nürnberg 1682 — 1685.

Mich. Mieths Geſchützbeſchreibung, Dresden und Leipz. 1705.

La Forge de Vulcain ou l'appareil des machines de guerre par le Chev. de St. Iulien. Haag 1606.

Memoires d'artillerie recueilles p. M. Surirey de St. Remy. Paris 1745.

L'artillerie raiſonnée &c. par Mr. le Blond. Paris 1761.

L'art de jetter des Bombes p. Mr. Blondel. Paris 1683.

Le bombardier françois par Mr. Belidor. Amſterdam 1734.

Neue Grundſätze der Artillerie, aus dem Engliſchen des Hrn. Benj. Robies, mit vielen Anmerkungen von Leonh. Euler. Berl. 1745.

Eſſai d'une Theorie d' artillerie p. le Chev. d' Arcy Dresden 17‘6. mit Anmerkungen, deutſch von **Joh. Heinr. Lambert.** Daſ. 1766.

Anfangsgründe der Artillerie von **Carl Aug. Struenſee** Leipz. 1769. ohnſtreitig das beſte und vollſtändigſte, was wir jetzt in der Artillerie haben.

Tempelhoff bombardier Pruſſien Berl. 1781. **V. Meſſenbachs** Erläuterungen darüber. Halle 1785.

Anmerkung.

2. Die Artillerie hat noch viele andere Namen. Einige nennen ſie die **Feuerwerkerkunſt,** andere die **Zeugmeiſtereykunſt;** noch andere die **Büchſenmeiſtereykunſt.** Im Lateiniſchen heiſſet ſie Pyrobologia und Pyrotechnia. Das Wort **Artillerie** brauchet man auch von dem Geſchütze ſelbſt, welches in Belagerungen erfordert wird.

Anmerkung.

3. Das Pulver iſt die Hauptſache in der ganzen Artillerie, welches zu der Erfindung alles Geſchützes Anlaß gegeben hat.

Aufgabe.

4. **Pulver zu machen.**

Aufloͤſung.

1. Nehmet geläuterten und in Mehl gebrochenen Salpeter, zerriebenen Schwefel und klein zerſtoſſene Kohlen in ſolcher Proportion, wie hernach folget.

2. Schüttet dieſe drey Materien zuſammen in einen Mörſer, feuchtet ſie an mit Waſſer, und ſtampfet ſie 24 bis 30 Stunden; vergeſſet aber nicht, ſie alle 4 Stunden von neuem anzufeuchten, damit ſie ſich nicht entzünden.

3. Nachdem ſie wohl unter einander gemiſchet, nehmet das Pulver heraus und körnet es: welches geſchiehet, wenn ihr es mit einem hölzernen Teller durch ein Härenſieb drucket.

4a) Die Verfertigung des Pulvers im Großen, geſchieht in beſonders dazu eingerichteten **Pulvermühlen**, wovon man Beſchreibungen und Abbildungen in Belidors archi- tect. hydraul. findet.

Anmerkung.

5. Wenn ein Funken in das Pulver fället, wird ein Theilchen Kohle glühend, und weil alle Materien wohl unter einander gemiſchet ſind, ſchmelzet das anliegende Theilchen des Schwefels, imgleichen das anliegende Theilchen des Salpeters, und alsdann ſteiget die angezündete Materie in einer hellen, raſſelnden und ſich ausbreitenden Flamme in die Höhe, und machet zugleich das anliegende Kohlentheilchen glühend. Derowegen, wenn ein Körnlein angezündet wird, ſtecket es gleich die übrigen an, und gehet behende in einer ſich ausbreitenden Flamme mit einem Geräuſche auf.

5a) Die neuern Kenntniſſe von den Luft- oder Gaßarten haben in Abſicht auf die fürchterliche Gewalt des Schießpulvers ſehr vieles aufgeklärt. Dieſen zufolge iſt es gewiß, daß alle Erſcheinungen des angezündeten Pulvers ein Erfolg der plötzlichen Entwickelung einer großen Menge von Wärmeſtoff, Dämpfen und Gasarten ſind, welche durch ihre ausdehnende Kraft, zumahl in einem eingeſchloſſenen Raume, jene Würkung hervorbringen. Die vollſtändige Erklärung hievon ſetzt aber zu viel chemiſche Kenntniſſe hier voraus, und muß in Büchern nachgeſehen werden, welche ſich mit dieſem Gegenſtande, in ſo fern er chemiſch iſt, beſchäftigen. Z. E. **Grens** Handbuch der Chemie §. 738 ꝛc. der neuern Ausgabe 1794. Uebrigens iſt es wohl gewiß, daß beym Abbrennen des Schießpulvers in Geſchützen, nicht die ganze Ladung plötzlich entzündet wird, daß nur ein Theil davon ſeine Würkung äuſſert, und der andere Theil noch brennt, wenn der Widerſtand ſchon gehoben iſt. Wenn daher die Länge des Geſchützes nicht der **Pulverladung** angemeſſen iſt, ſo daß z. E. noch vieles Pulver nachbrennt, wenn die Kugel vielleicht ſchon aus der Mündung heraus iſt, ſo kann es nicht ſeine ganze Wirkung auf die Kugel verwenden. Durch die Theorie hat man die vortheilhafteſte Ladung nach der Länge des Geſchützes zwar zu beſtimmen geſucht, man nimmt aber ſelten in der Ausübung ſo viel Pulver, als die Theorie vorſchreibt.

Anmerkung.

6. Simienowicz part. 1. c. 14. fol. 61. recommandiret zu großem Geſchütze auf 100 Pf. Salpeter 20 Pf. Schwefel und 24 Pf. Kohlen: für Musketen auf 100 Pf. Salpeter, 18 Pf. Schwefel und 20 Pf. Kohlen; für Piſtolen auf 100 Pf. Salpeter, 12 Pf. Schwefel und 15 Pf. Kohlen. Büchner part 3. f. 44. 45. ſetzet überhaupt die Proportion des Schwefels zu dem Salpeter wie 1 zu 7, der Kohlen aber zu dem Salpeter wie 5 zu 28. Mieth part. 2. c. 40. f. 55. rühmet ſich durch vielfältige Proben gefunden zu haben, daß das Pulver am ſtärkeſten werde, wenn man auf ein Pf. Salpeter 6 Loth Kohlen und zum höchſten bis $4\frac{1}{2}$ Loth Schwefel gießet und dieſe Materie 20 Stunden lang mit ſchlechtem Waſſer arbeitet. Er zeiget aber in folgenden Capiteln deutlich, daß man mit großem Schaden und keiner Erſparung der Koſten das Stückpulver insgemein ſchwächer machet als das andere.

6 a) In den meiſten Pulvermühlen in Frankreich, werden auf $76\frac{1}{2}$ Pf. Salpeter gerechnet $12\frac{1}{2}$ Pf. Schwefel und $12\frac{1}{2}$ Pf. Kohlen. Andere Verhältniſſe ſ. m. in Grens Chemie, (§. 725.) Pulverſätze zu **Brandröhren, Raketen, Feuerkugeln, Leuchtkugeln, Schwärmern,** und andern zur Luſtfeuerwerkerey gehörigen Dingen findet man in **Struenſees** Artillerie, in **Maquers** chemiſchen Wörterbuche IV. Thl. S. 677. der **Leonhardiſchen** Ueberſ. und andern Schriftſtellern.

Anmerkung.

7. Das gekörnte Pulver hat mehr Stärke, als das zerriebene, imgleichen das kleinkörnichte iſt ſtärker, und entzündet ſich ſchneller, als das großkörnichte.

Anmerkung.

8. Zur Luſt pfleget man ein knallendes Pulver folgendergeſtalt zu machen. Nehmet 3 Theile Salpeter, 2 Theile Salis Tartari, und einen Theil Schwefel. Zerſtoſſet es klein zu Pulver, und miſchet es wohl unter einander. Wenn ihr ein wenig davon in einen Löffel thut, und über das Licht oder glühende Kohlen haltet, wird es einen ſehr großen Knall geben, ſo bald es ſchmelzet.

Aufgabe.

9. **Das Pulver zu probiren, ob es gut ſey oder nicht.**

Aufloͤſung.

1. Leget ein Haͤuflein Pulver auf ein weiſſes Papier.

2. Zuͤndet es mit einer gluͤhenden Kohle an.

Wenn es ſich bald anzuͤndet, der Rauch fein gerade aufſteiget, auf dem Papiere nichts zuruͤcke bleibet, auch daſſelbe nicht verbrannt wird, ſo iſt das Pulver gut.

9 a) Man hat auch ſogenannte **Pulverproben**, Werkzeuge vermittelſt deren man die Gewalt des entzuͤndeten Pulvers dadurch beſtimmt, daß man angiebt, wie hoch eine gewiſſe Menge deſſelben eine gegebene Laſt, oder ſonſt einen Widerſtand z. E. eine geſpannte Feder u. d. g. hebt. Sie ſind aber von keinem großen Nutzen. Zuverlaͤſſiger beurtheilt man die Guͤte des Pulvers nach der Weite auf welche eine beſtimmte Menge deſſelben eine Kugel aus einem gegebenen Moͤrſer unter einem gegebenen Winkel treiben kann. (Struenſee §. 39.). Die ausdehnende Kraft des Pulvers theoretiſch zu beſtimmen, hat ſehr große Schwuͤrigkeiten.

Erklaͤrung.

10. **Die Stuͤcke ſind Geſchuͤtze, daraus man große eiſerne, bleyerne und ſteinerne Kugeln in die Weite durch die Gewalt des Pulvers treiben kann, und zwar nach einem Orte, der mit dem Geſchuͤtze ohngefaͤhr in einer Horizontallinie lieget.** 1.

Erklaͤrung.

11. **Der Unterſchied der Stuͤcke oder Kanonen entſtehet hauptſaͤchlich aus ihrer Laͤnge und aus der Schwere der Kugeln, die ſie ſchieſſen, und bekommen daher unterſchiedene Namen. Die kurzen werden Carthaunen, die langen Schlangen genennet. Der Unterſchied von beyden Arten bey den Deutſchen iſt aus beygefuͤgter Tafel zu erſehen.**

A	B	C	D	E	F	G	H
	Cal.	P.	Pf.	Centner			
Ganze Carthaun.	18	48	54	90	4	12–16	24
Drey Viertel Carth.	20	36	40	78	4	10–14	20
Halbe Carthaun.	22	24	27	50–60	3	10–12	16
Viert. Carthaune	24	12	14	28–36	2	6 – 8	8–10
Achtel Carthaun.	27	6	7	19–20	1	3 – 4	6
Regiment- od. Viertel-Feldſtücke.	14. 16 bis 18	3–4	4 – 5	6 – 9	1	2 – 4	4 – 6
Ganze Feldſchl.	30	18	21	50	3	9 – 10	14
Halb. Feldſchlange	36	9	10	30	2	6	8–10
Viert. oder Quartier-Feldſchl.	34	4–5	6 – 7	25	1	4	5 – 6
Falkaune	27	6	7	25	1	4	6
Falkonet	35–36	2–3	$2\frac{1}{2}$–$3\frac{1}{2}$	10–12	1	2	3 – 4
Halbes Falkonet	38	1	$\frac{17}{16}$	6 – 7	1	1	2
Serpentinel	40	$\frac{1}{2}$	$\frac{9}{16}$	$4\frac{1}{2}$	1	1	2

11 a) Die ganzen und Dreyviertel Carthaunen ſind jetzt abgeſchafft.

Anmerkung.

12. Unter A ſind die Namen der Stücke, unter B iſt die Länge des Rohrs, unter C die Schwere der Kugel von Eiſen, ſo daraus geſchoſſen wird, unter D die Schwere der eiſernen Kugel, nach deren Diameter es gebohret wird, unter E die Schwere des ganzen Stückes nach Nürnbergiſchen Centnern von 100 Pfunden, unter F die Zahl der Conſtabler und unter G die

G die Zahl der Handlanger, ſo dazu nöthig ſind, endlich unter H die Zahl der Pferde, damit man ſie wegführet.

Zuſatz.

13. Damit die Stücke der großen Gewalt des Pulvers widerſtehen können, werden ſie aus Metall, zuweilen aus Eiſen gegoſſen.

13 a) Die äuſſere Figur der Kanonen iſt im ganzen kegelförmig, weil das Metall vorne nicht ſo dick, als hinten, wo die Würkung des Pulvers ganz beyſammen iſt, zu ſeyn braucht. Das Gießen und Ausbohren der Kanonen kann man im allgemeinen aus Struenſees Artillerie erſehen.

Anmerkung.

14. Das Metall iſt eine Mixtur aus Kupfer, Zinn und Meſſing. Die Proportion wird verſchieden angegeben. Einige rechnen auf 100 Pfund Kupfer an Zinn 10, an Meſſing 8 Pfund.

Erklärung.

15. Der Diameter der Mündung des Stü- 1.
ckes AB, oder eines Geſchützes, imgleichen einer Kugel die daraus geſchoſſen wird, heiſſet der Caliber.

Erklärung.

16. Der Caliberſtand iſt ein Maaßſtab, darauf die Gröſſe der Diameter von den ſteinernen, eiſernen und bleyernen Kugeln, wie ſie mit ihrem Gewichte zunehmen, verzeichnet iſt. Z. E. es ſtehet darauf die Länge des Diameters einer pfündigen, zweypfündigen, dreypfündigen Kugel, u. ſ. w.

Erklärung.

17. Der Spielraum oder Windraum iſt der Unterſchied zwiſchen der Mündung des Stückes und dem gröſten Circul der Kugel, oder zwiſchen dem Caliber des Stückes und dem Diameter der Kugel.

Auf

Aufgabe.

18. **Den Diameter einer pfündigen Kugel zu finden.**

Auflöſung.

1. Wieget ein Pfund Eiſen, Bley und Stein auf einer richtigen Wage ab, und ſuchet den körperlichen Inhalt in Cubiklinien (§. 217. Geom.).
2. Sehet ihn als den Inhalt einer Kugel an, und ſuchet daraus ihren Diameter (§. 204. Geom. und 85. Arithm.).

Aufgabe.

19. **Einen Caliberſtab zu verfertigen.**

Auflöſung.

1. Bildet euch ein, es ſey der Diameter einer pfündigen Kugel in 100 gleiche Theile getheilet; ſo iſt der Cubus 1000000.
2. Dupliret denſelben, und ziehet aus 2000000 die Cubikwurzel heraus (§. 79. Arithm.). Dieſer iſt der Diameter einer zweypfündigen Kugel in eben ſolchen Theilchen.
3. Wenn ihr den Cubum 1000000 mit 3 multipliciret, und aus dem Produkte abermals die Cubikwurzel ausziehet, ſo kommet der Diameter einer dreypfündigen Kugel heraus.
4. Auf eben ſolche Weiſe könnet ihr den Diameter von einer vier- fünf- ſechspfündigen Kugel u. ſ. w. finden.
5. Nehmet den Diameter einer pfündigen Kugel von Bley (§. 18.), und theilet ihn in 100 gleiche Theile, wie in der Geometrie die Ruthe auf dem verjüngten Maaßſtabe (§. 163. Geom.).
6. Traget von dieſem Maaßſtabe auf den Caliberſtab die gehörigen Hunderttheilchen, nach Anleitung der

aus-

ausgerechneten Tafel für die ein- zwey- drey- vier-pfündigen Kugeln u. ſ. w.

So iſt der Caliberſtab fertig. W. Z. T.

Beweis.

Man ſoll erweiſen, daß, wenn der Diameter einer einpfündigen Kugel 100 Theile hat, die vielpfündigen ſo viel derſelben haben müſſen, als durch die angegebene Rechnung gefunden wird.

Wenn nun die Kugeln von einerley Materie ſind, ſo verhalten ſich ihre Schweren, wie ihre Gröſſen, das iſt, eine bleyerne Kugel von zwey Pf. iſt zweymal ſo groß, als eine von 1 Pf., eine von 3 dreymal, eine von 4 viermal ſo groß, als eine von 1 Pf. u. ſ. w. die Gröſſen aber der Kugeln verhalten ſich wie die Cubi ihrer Diameter (§. 212. Geom.) Derowegen iſt der Cubus des Diameters einer zweypfündigen Kugel zweymal, einer dreypfündigen dreymal, einer vierpfündigen viermal ſo groß, als einer einpfündigen, u. ſ. w. Wenn man ſolchergeſtalt den Cubum des Diameters einer einpfündigen Kugel mit 2. 3, 4. u. ſ. w. multipliciret und aus den Produkten die Cubikwurzel ausziehet, ſo kommen die Diameter der zwey- drey- vierpfündigen Kugeln u. ſ. w. heraus. W. Z. E.

Erklärung.

20. **Das Stück wird in drey Theile eingetheilet, nemlich in das** Bodenſtück MK, das Zapfenſtück KG, **darinnen** die Zapfen P **ſind, damit es auf den Laffetten aufflieget, und das** Mundſtück GA. **Die innere Höhle** heiſſet die Seele **oder** der Lauf.

Anmerkung.

21. Das Bodenſtück iſt dicker als das Zapfenſtück, und dieſes dicker als das Mundſtück, weil die Kraft des Pulvers immer mehr und mehr abnimmt, je weiter es ſich ausdehnet und die Kugel treibet.

Erklä-

Erklärung.

I. 22. **Die Delphine I ſind die Handhaben, damit das Stück gehoben wird.**

Erklärung.

I. 23. **Die Laffetten ſind das Gerüſte LN, darauf das Stück lieget.**

23 a) Man unterſcheidet **Feld- Wall-** und **Schifflaffetten.** Feldlaffetten haben höhere Räder und längere Wände als die Walllaffetten. Die Schifflaffetten deren man ſich in Feſtungen an engen Plätzen bedient, haben ſehr kurze, ſtuffenweis abgeſetzte Wände, und vier Räder. Die Kanonen fortzuſchaffen, dienen die ſogenannten **Prozwagen,** die wie das Vordergeſtelle eines Wagens beſchaffen ſind.

Erklärung.

2. 24. **Die Ladeſchauffel iſt das Inſtrument, damit die Ladung, das iſt, das zum Schieſſen nöthige Pulver, bis auf den Boden der Seele in das Stück gebracht wird.**

24 a) Das Pulver wird gegenwärtig nicht mehr mit der Ladeſchaufel in die Kanone geladen, ſondern vortheilhafter in eine **Patrone** gethan, vor welche alsdann nach der Mündung des Stücks zu die Kugel zu liegen kömmt. In der Gegend des Zündlochs durchſticht man die Patrone mit der ſogenannten **Raumnadel,** welche auch zur Reinigung des Zündlochs dient, und wie dieſes eine coniſche Geſtalt hat.

Anmerkung.

25. Die Ladung iſt insgemein in Carthaunen das halbe Gewichte der Kugel. Nemlich in einer Carthaune, die 48 Pfund ſchieſſet, iſt die Ladung 24 Pfund Pulver. In Schlangen hingegen iſt ſie $\frac{9}{10}$. Einige nehmen anſtatt des grobkörnichten Stückpulvers Musketenpulver, und machen die Ladung nur halb ſo groß wie ſonſt.

25 a) **Belidor** hat gefunden, daß die ſtärkſte Ladung ohngefähr ein Drittel der Kugelſchwere ſeyn muß.

Anmer-

Anmerkung.

26. Wie viel ein Schuß koſtet, und wie viel Schüſſe man des Tages aus jedem Stücke thun kann, iſt aus folgendem Täfelein zu erſehen. Nemlich man rechnet einen Centner gemein Pulver auf 14, und einen Centner gegoſſenes Eiſen auf 4 Thaler.

	Thlr.	
Ganze Carthaune	6	50 bis 60
Halbe Carthaune	3	80
Viertel Carthaune	$1\frac{1}{2}$	100
Regimentſtück	$\frac{1}{2}$	100
Viertel-Feldſtück	$\frac{1}{2}$	100
Ganze Schlange	3	80
Halbe Schlange	$1\frac{1}{2}$	90
Viertel Schlange	$\frac{3}{4}$	100
Falkonet	$\frac{1}{2}$	100
Halbes Falkonet	$\frac{1}{4}$	ſo viel man will
Serpentinel	$\frac{1}{8}$	ſo viel man will

26 a) Begreiflich ändern ſich dieſe Preiſe nach Verſchiedenheit der Zeiten und Länder. Wolfs Angaben dienen nur, ohngefähr einen Begriff davon zu geben. Vollſtändigere Nachrichten hierüber findet man in dem Anhange zur Struenſeeiſchen Artillerre.

Erklärung.

27. **Der Setzkolben, Setzer oder Stampfer, iſt** 3.
das Inſtrument, damit die Ladung auf einander geſtoſſen wird.

Anmerkung.

28. Es wird in der Geſtalt eines Cylinders zubereitet, aus 3.
ſtarkem Holze, und iſt ſein Diameter AB 1 Caliber, die Länge AD $1\frac{1}{2}$, auch wohl 2. Auch wird er hinten und vorne mit Kupfer überkappet, und eine Stange EC daran geſchiftet.

Erklärung.

29. **Der Wiſchkolben oder Wiſcher iſt das In-** 4.
ſtrument, damit das Stück ausgewiſchet wird, nachdem es losgezündet worden.

Anmer-

Anmerkung.

4. 30. Der Kolben AB wird von Lindenholz gedrehet, in Geſtalt eines Cylinders, 2 Caliber lang, ¾ breit im Diameter, und mit Schaaffellen überzogen, bis er ſich genau in die Seele des Stückes ſchicket. Es werden aber die Felle mit kupfernen Nägeln angenagelt, daß dadurch dem Stücke im Abwiſchen kein Schaden geſchiehet, und die Stange BC wird, wie in dem Setzkolben und der Ladeſchaufel, eingeſchiftet.

Erklärung.

31. Anſtatt der Kugeln ladet man zuweilen Kartetſchen in die Stücke, die aus Papier, Pergament, Zwillig, oder auch eiſernem Bleche, in der Geſtalt eines Cylinders, abgekürzten Kegels und vollkommenen Kegels gemacht, und mit Musketen-Kugeln, Nägeln, Ketten und dergleichen gefüllet werden.

Zuſatz.

32. Weil die eingefüllete Materie ſich ausbreitet, indem ſie durch die Gewalt des Pulvers herausgetrieben worden, ſo muß der Ort, wo man ſie hinſchießt, nicht gar zu nahe ſeyn, damit ſie ſich recht ausbreiten könne; doch nicht gar zu weit, damit ſie ſich nicht allzuſehr ausbreite, und ihre Kraft verliere.

32 a) Die Kartetſchen werden nur gegen Menſchen und Pferde gebraucht. Man verfertigt ſie auch ſo, daß man ein coniſches Stück Eiſen, oder eine hölzerne Spindel mit einer Scheibe an dem einen Ende in zerlaſſenes Pech tunkt, ſie darauf über bleyerne Kugeln wälzt, und mit einem Ueberzuge aus Leinewand durch Bindfaden befeſtigt. Man heiſt ſie alsdann **Hagelpatronen** oder **Traubenhagel**, und wenn ſie eine kegelförmige Geſtalt haben, **Tannzapfen**.

Erklärung.

33. Der Kernſchuß wird genennet, wenn das Stück horizontal gerichtet iſt: wird es aber über die Horizontallinie erhöhet, ſo nennet man

man es einen Bogenſchuß, insbeſondere den Viſirſchuß, wenn es bis in den erſten Grad erhöhet worden, hingegen den Bogenſchuß nach der höchſten Elveation, wenn er im 45 Gr. geſchiehet.

Namen des Geſchützes.	Weite des Kernſchuſſes.	Weite des Bogenſchuſſes von 45 Gr.
Ganze Carthaune	500 Schritte	6000 Schritte
Halbe Carthaune	420	5000
Viert. Carthaune	370	4400
Regimentſtück	320	3600
Viert. Feldſtück	etwas weniger	etwas weniger
Ganze Schlange	600	7140
Halbe Schlange	450	5470
Viert. Schlange	350	4180
Falkonet	280	3320
Halbes Falkonet	206	2450
Serpentinel	160	1870

33 a) Man hat noch eine Art Schüſſe, welche man Ricochetſchüſſe oder Prellſchüſſe nennt. Man ladet die Kanone nur mit dem 5ten oder 6ten Theil der gewöhnlichen Ladung, und richtet ſie unter einem kleinen Winkel von 6 bis 12 Graden gegen den Horizont. Die Kugel macht alsdann Sprünge auf dem Boden, wie ein Stein, den man ſchief auf das Waſſer wirft, wodurch die Kanonen, die Bedeckungen und die Mannſchaft auf den Linien der Belagerten ſehr beſchädigt werden. Man braucht jetzt auch kleine Bomben zum Ricoſchettiren.

33 b) Es iſt nöthig hier auch etwas von den Bahnen der Geſchützkugeln, d. h. von dem Wege den ſie beſchreiben, wenn ſie unter dieſem oder jenem Winkel ſchief gegen die Horizontalfläche abgeſchoſſen werden, zu erwähnen.

I. Um hievon einen allgemeinen Begriff zu geben, ſo ſey (Fig. 9. Art.) AW eine horizontale Fläche, und AG die Direction nach der eine Kugel aus dem Geſchütze A abgeſchoſſen 9.
wird, alſo GAW der Elevationswinkel des Geſchützes.

II. Die Geſchwindigkeit mit der die Kugel aus dem Geſchütze fährt, ſey ſo groß, daß ſie in einer Secunde den Raum AB beſchreiben würde, ſo iſt klar, daß wenn ſie durch die Schwerkraft nicht beſtändig aus der geraden Richtung AG niedergezogen würde, ſie mit dieſer Geſchwindigkeit ohne Ende fort ſich in der Linie AG bewegen, und nach Verfluß der erſten Secunde ſich bey B, nach zwey Sekunden bey C, nach drey bey D u. ſ. w. befinden würde, dergeſtalt, daß

$$AB = BC = CD = DE$$

u. ſ. w. oder

$$AC = 2 . AB; \; AD = 3 . AB; \; AE = 4 . AB \&c.$$

ſeyn müßte.

III. Da ſie aber von der Schwere beſtändig aus der Richtung AG niedergezogen wird, ſo kann ſie am Ende der (II.) genannten Zeittheile nicht bey B, C, D &c. ſich befinden, ſondern ſie muß ſo tief unter dieſen Punkten ſeyn, als ſie innerhalb jener Zeittheile niedergefallen ſeyn würde. Da nun die Tiefen des Falles eines Körpers ſich wie die Quadrate der Fallzeiten verhalten (§. 48 p Mech.) ſo iſt klar, daß wenn die lothrechten Linien BN, CM, DO, EP &c die Tiefen des Falles in 1; 2; 3; 4; ꝛc. Secunden ausdrücken, dieſe Linien ſich wie die Quadrate dieſer Zahlen; alſo wie 1; 4; 9; 16; ꝛc. verhalten müſſen. Die aus A geworfene Kugel wird alſo am Ende der erſten, zweyten, dritten ꝛc. Secunde ſich nicht bey B; C; D; &c. ſondern bey N; M; O; &c. um jene Falltiefen, unterhalb den Punkten B, C, D, &c. ſich befinden. Hängt man dieſe Punkte A, N, M, O, &c. bis zu demjenigen w, wo die Kugel niederfällt (denn begreiflich muß ſie durch die Wirkung der Schwere endlich ganz bis auf den Boden AW niedergezogen werden) durch eine krumme Linie zuſammen, ſo wird dieſe einen Begriff von der **Bahn des geworfenen Körpers** geben, von der man ſehr leicht beweiſen kann, daß ſie eine **Parabel** ſeyn muß, deren Scheitelpunkt P (§. 23. V höh. Geom.) lothrecht über dem Mittelpunkt R, der **Schußweite** AW liegen wird.

IV. Dieſe Schußweite AW hängt von der Geſchwindigkeit, mit der die Kugel aus A abgeſchoſſen wird, und von dem Erhöhungswinkel des Geſchützes, d. h. von dem Winkel GAW ab. Man nenne jene = c dieſen α, ſo daß c den Weg AB ausdrücke, den die Kugel in einer Secunde längſt

AG

AG beſchreiben würde, wenn die Schwere ſie nicht niederzöge, ſo iſt für jede Zeit t, von dem Augenblicke angerechnet, da die Kugel abgefeuert worden, der Raum AX den ſie würde in der Richtung AG beſchrieben haben, wenn die Schwere ſie nicht niederzöge $= c \,.\, t$. Vermöge der Würkung der Schwere aber iſt

$$XY = BN \,.\, t^2 \text{ oder } = g \,.\, t^2$$

(wenn g die Tiefe des Falles in der erſten Secunde, oder die Linie BN bezeichnet) und der Körper iſt am Ende der Zeit t in dem Punkte Y ſeiner Bahn.

V. Man verlängere XY lothrecht herab, ſo iſt in dem rechtwinklichten Dreyecke AXQ für den Sinus totus $= 1$

$$QX = AX \,.\, \sin\alpha = c \,.\, t \sin\alpha$$

$$AQ = AX \cos\alpha = c \,.\, t \cos\alpha$$

Alſo für die dem Punkte Y entſprechende Ordinate $YQ = y$ hat man

$$y = QX - YX = c \,.\, t \sin\alpha - g \,.\, t^2$$

oder auch

$$y = (c \sin\alpha - g \,.\, t)\, t \,.$$

VI. Dieſe Ordinate y wird zweymahl $= 0$, einmahl für $t = 0$ alſo bey A ſelbſt, und dann für

$$c \sin\alpha - g \,.\, t = 0$$

d. h. wenn die Zeit

$$t = \frac{c \sin\alpha}{g}$$

verfloſſen, und der Körper in W angelangt ſeyn wird.

VII. Setzt man dieſen Werth von t in die Formel für AQ, ſo kömmt für die dem Punkte W entſprechende Abſciſſe AW, alſo für die **Schußweite** der Werth

$$AW = \frac{c^2 \sin\alpha \cos\alpha}{g},$$

wofür man auch

$$Aw = \frac{c^2 \text{ Sin } 2\alpha}{2g}$$

ſetzen kann, wie aus Trigon. (§. 44. I) erhellt, wenn man das dortige $\beta = \alpha$ ſetzt. Die Schußweite AW verhält ſich alſo für einerley c, wie der Sinus des doppelten Erhöhungswinkels, und für einerley α, wie das Quadrat der anfänglichen Geſchwindigkeit der Kugel.

VIII. Um die größte Höhe RP zu finden, auf welche die Kugel ſteigen kann, ſuche man die Ordinate y für eine Zeit t, welche der halben Zeit gleich iſt, welche die Kugel braucht, die ganze Bahn APW zu beſchreiben, d. h. man ſetze in die Gleichung für die Ordinate (v)

$$t = \frac{c \text{ Sin } \alpha}{2g}$$

(IV.) ſo wird

$$PR = \frac{c^2 \text{ Sin } \alpha^2}{4g}.$$

IX. Aus dieſen Formeln für AW und PR läßt ſich alles herleiten, was in der Ausübung bey dem **Werfen der Bomben und Kanonenkugeln** vorkommen kann. So iſt z. E. die **größte** Weite auf welche eine Kugel bey einer gegebenen anfänglichen Geſchwindigkeit c gelangen kann, d. h. AW am größten, wenn $2\alpha = 90$ Gr., alſo der Erhöhungswinkel $\alpha = 45$ Gr. iſt. Ferner wird die Kugel auf einerley Weite geworfen, wenn der Erhöhungswinkel ſo viel über 45 Gr. als darunter iſt. Z. E. AW wird von gleichem Werth ausfallen, man mag $\alpha = 30$ Gr. oder $\alpha = 60$ Gr. nehmen, und ſo in andern Fällen, welches alles bey den Schriftſtellern, welche von dem Bombenwerfen handeln, umſtändlich zu erſehen iſt.

X. Ein beſonderer Fall iſt noch zu erörtern, wenn die Richtung des Geſchützes wie in (Fig. 10. Art.) horizontal iſt. Hier wird die Kugel, wenn die Höhe des Geſchützes über dem Boden TP = AT iſt, auch einen paraboliſchen Bogen ANMOP beſchreiben, deſſen Scheitelpunkt aber bey A ſelbſt ſeyn wird. Die Linien AB, BC &c. BN, CM &c. haben in der gegenwärtigen Figur eben die Bedeutung, wie in (II. III.) und die dortigen Schlüſſe ſind hier dieſelben.

XI. Die

XI. Dieſe Lehren von der paraboliſchen Bahn der Geſchützkugeln würden bey der Anwendung ihre vollkommene Richtigkeit haben, wenn kein **Widerſtand der Luft** in Betrachtung zu ziehen wäre. Allein dieſer verurſacht, daß obige Lehren in der Ausübung ſehr große Einſchränkung leiden. Nur in einem luftleeren Raume würden die Bahnen der geworfenen Körper vollkommen paraboliſch ſeyn, aber in der Luft ſelbſt weichen ſie deſto mehr von einer Parabel ab, je gröſſer die Geſchwindigkeit der geworfenen Körper, und folglich der Widerſtand der Luft iſt. Daher obige Theorie einer ſehr groſſen Verbeſſerung bedarf, wenn ſie in der Ausübung zutreffen ſoll. Bey dem Werfen der **Kanonenkugeln** kann ſie faſt gar nicht gebraucht werden, weil dieſe gewöhnlich eine ſehr große Geſchwindigkeit haben. Eher läßt ſie ſich beym Werfen der **Bomben** anwenden, welche gewöhnlich keine ſo große Geſchwindigkeit als die Kanonenkugeln haben, und man begnügt ſich daher bey jenen mit der paraboliſchen Theorie, ſo lange man keine beſſere für die Ausübung hat. Denn wenn gleich die gröſten Mathematiker ſich damit beſchäftigt haben, die Bahnen der Geſchützkugeln mit Betrachtung des Widerſtandes der Luft zu beſtimmen, ſo fehlt dieſen Bemühungen doch noch gar vieles zur würklichen Ausübung. Man kann indeſſen hierüber vorzüglich die oben (§. 1 a) angeführten Schriften von Robies, Euler, **D'Arcy Tempelhof** nachleſen, denen man noch viel andere beyfügen könnte. Die Ausübung der paraboliſchen Theorie hat **Belidor** a. a. O. am beſten und vollſtändigſten ausgeführt, und die meiſten Artilleriſten richten ſich bis jetzt noch nach den Belidoriſchen Regeln, daher ich es für nützlich gehalten habe, einige Begriffe und Hauptformeln, die dabey vorkommen, hier kürzlich anzuführen. Werden mit dieſer Theorie unmittelbare Erfahrungen (z. E. über die Schußweiten) verbunden, ſo weicht ſie doch nicht gar zu ſehr von der Wahrheit ab, und kann daher dienen, bis mehrere Unterſuchungen über den Widerſtand der Luft genauere Beſtimmungen zulaſſen. Erfahrungen dieſer Art ſind in **Struenſees** Artillerie §. 272. aus dem Belidor angeführt.

Erklärung.

84. Die Mörſer oder Böller **ſind Geſchütze, daraus man Granaten, Bomben, Carcaſſen,** 5.

 und

und andere Feuerkugeln nach einem Bogen werfen kann.

Erklärung.

5. 35. Es beſtehet aber der Mörſer aus dem Keſſel oder Laufe ABCD, darein die Bombe oder eine andere Feuerkugel geladen wird; aus der Kammer GEH, darein das Pulver kommt, und aus dem Stoſſe oder Boden EI. Der obere gleich weite Theil des Laufes ABDC heiſſet der Flug; der untere runde CGHD das Lager.

Erklärung.

36. Hangende Mörſer werden genennet, welche die Schildzapfen in der Mitte haben: hingegen ſtehende heiſſen diejenigen, welche die Schildzapfen an dem Boden haben: Fuß- oder Schemmel-Mörſer ſind, die gar keine Schildzapfen haben.

Erklärung.

6. 37. Die Bomben ſind hohle eiſerne Kugeln, welche mit Pulver angefüllet werden, und in deren Mundloch A eine hölzerne Brandröhre geſchlagen wird, mit einem beſondern Brande angefüllet.

Anmerkung.

38. So bald der Zeug in der Brandröhre bis an das Pulver brennet, entzündet ſich dieſes auf einmal, und weil es nicht Raum hat ſich auszubreiten, zerſprenget es die Bombe mit großer Gewalt, daß durch die herumfliegenden Stücke Eiſen Menſchen und Gebäude ſehr beſchädiget, auch dieſe in den Brand geſtecket werden. Der Brand in der Brandröhre beſtehet aus 2 Loth Salpeter, 1 Loth Schwefel, 4 Loth Mehlpulver. Zu dem Kütte nehmet gegoſſenen ungelöſchten Kalk, Ziegelmehl, reine Aſche und Feilſpäne, menget alles wohl unter einander, und feuchtet es mit Leimwaſſer an.

Erklä-

Erklärung.

39. **Die Granaten ſind von den Bomben nur der Gröſſe nach unterſchieden: daher auch einige die Bomben Granaten nennen. Wenn ſie ſehr klein ſind, und nicht über zwey Pfund wiegen, wirfet man ſie mit den Händen, und werden dannenhero Handgranaten genennet.**

Anmerkung.

40. Die Granaten ſchlagen Arme und Beine entzwey, und verwunden auch an dem Kopfe, auch an andern Orten des Leibes, öfters tödtlich.

Erklärung.

41. **Die Carcaſſen ſind länglichte Kugeln, welche mit kleinen Stücken von Musqueten-Läuften, die mit bleyernen Kugeln geladen, Handgranaten und anderm Feuerkugel-Zeuge gefüllet, und mit zwey eiſernen Reifen und Stricken, gleich anderen Feuerkugeln, gebunden werden.**

Anmerkung.

42. Der Feuerkugelzeug wird auf gar verſchiedene Art zubereitet. Ich will zum Exempel nur Einen Satz anführen. Nehmet 3 Pfund Mehlpulver, 1 Pfund Salpeter, und 1 Pfund Schwefel. Miſchet alles wohl unter einander.

Erklärung.

43. **Durch die Feuerkugeln verſtehen wir diejenigen, welche angezündet werden und brennen können.**

Anmerkung.

44. Es ſind derſelben gar vielerley Arten, nachdem ſie entweder die Häuſer anzuſtecken, oder die Beſatzung zu beſchädigen, oder aus andern Abſichten gebrauchet werden. So hat man zum Exempel Leuchtkugeln, die man an einen Ort wirft, den man erleuchten will. Dampfkugeln, welche es

finſter machen, daß man an einem Orte nicht ſehen kann. Stinkende Kugeln, dadurch man die Luft mit einem garſtigen Geſtanke verunreiniget.

Erklärung.

45. Die Haubitzen ſind ein grobes Geſchütz, ſo eine Kammer, aber dabey einen längeren Flug als ein Mörſer haben, und daraus ſowohl Granaten, als andere Feuerkugeln, auch Cartetſchen und nicht allzugroße Steine geſchoſſen werden.

Anmerkung.

46. Die Haubitzen ſind von den alten Kammerſtücken hauptſächlich der Länge und Weite nach unterſchieden, welche Anfangs zu dem Ende erfunden worden, daß man große ſteinerne Kugeln mit wenig Pulver daraus ſchieſſen könnte. Daher ſie auch von einigen Steincarthaunen oder Steinſtücke genennet worden. Nach dieſem hat man ſie abgeſchaffet, weil ſie langſam zu laden ſind.

Erklärung.

7. 47. Die Petarde iſt ein Inſtrument von Metall in Geſtalt eines abgekürzten Kegels, welches mit Pulver gefüllet, und zum Zerſprengen, z. E. der Thore, Mauern, Brücken, Palliſaden u. ſ. w. gebrauchet wird.

Zuſatz.

8. 48. Damit man die Petarde da anhängen kann, wo etwas geſprenget werden ſoll, wird ſie auf das Matrillbret genagelt, und damit dieſes angehet, werden gegen die Mündung eiſerne Handhaben eingegoſſen.

Erklärung.

49. Die Minen ſind unter der Erde gegrabene Keller, die man mit etlichen Tonnen oder Stücken Pulver füllet, um die auf dem Keller liegen-

liegende Laſt in die Luft zu ſprengen, wenn das Pulver anzündet.

Anmerkung.

50. Z. E. Wenn man einen alten Thurm untergrübe, und in der gemachten Grube einige Tonnen Pulver dergeſtalt verſchlöſſe, daß man ſie doch noch anzünden, und dadurch den Thurm über einen Haufen werfen könnte, ſo nennet man dieſes den Thurm unterminiren.

Erfahrung.

51. Wenn die Mine zu ſcharf geladen iſt, machet ſie nur eine enge Grube, deren Diameter nicht gröſſer iſt als die Weite der Kammer, darinnen das Pulver geſtanden. Wenn ſie aber rechte Ladung hat, ſprenget ſie alles, was um die Kammer gelegen, mit in die Höhe. Wenn ſie zu ſchwach geladen, machet ſie nur eine kleine Erſchütterung auf der ſchwächſten Seite.

Erfahrung.

52. Aus ſehr vieler Erfahrung, welche der berühmte Vauban bey vielen Belagerungen ſelbſt gehabt, iſt endlich folgendes für gut befunden worden. Es werden nemlich in einer Mine erfordert für jede Cubikruthe Franzöſiſch, das iſt, 216 Cubikſchuh:

Lockere Erde . .	9—10	Pf. Pulver.
Feſte und ſandichte Erde	11—12	
Thon . . .	15—16	
Neues Mauerwerk .	15—20	
Altes Mauerwerk .	25—30	

Aufgabe.

53. Eine Mine anzulegen.

Auflöſung.

8. 1. Nachdem z. E. in einem gemauerten Bollwerke ſchon durch die Kanonen ein Loch gemachet worden, ſo treibet daſelbſt einen Gang AB 4′ bis 5′ hoch und breit.

2. Wenn ihr durch die Mauer bis in die Erde kommen ſeyd, ſo treibet ſowohl zu der Rechten als zu der Linken andere Gänge, CB und BD nach der Seite 18 bis 20 Schuh lang.

3. An deren Ende C und D machet eine Kammer.

4. Treibet gerade aus B den dritten Gang EB, und leget an deſſen Ende die dritte Kammer.

5. Füllet die Kammer mit ihrem gehörigen Pulver (§ 52.), und ſtopfet ſie aus.

6. Faſſet die Minengänge, die $2\frac{1}{2}$ Schuh weit, $3\frac{1}{2}$ hoch ſind, mit Holz, daß ſie nicht einfallen.

7. In die Minenkammer leget eine Wurſt mit einem Leitfeuer, und führet ſie durch die Minengänge bis an den Graben.

8. Ueber dieſelbe leget ein Dächlein mit Bretern, damit es ihr nicht ſchaden kann, wenn etwas im Minengange einfallen ſollte.

9. Endlich leget an die Wurſt angezündete Lunte, aber umgekehret.

53 a) Bey der würklichen Ausübung iſt noch gar vieles in Betrachtung zu ziehen, was hier in Anfangsgründen keinen Platz finden kann. Struenſees Artillerie §. 298. u. f. behandelt auch das hieher gehörige ſehr gründlich und vollſtändig. Auch ſehe man hierüber Le Febre, Eſſai ſur les mines, woſelbſt auch der Nutzen derjenigen Minen, welche man Globes de compreſſion neunt, gewieſen wird.

Ende der Artillerie.

Anfangs-

Anfangs-Gründe der Fortification, oder Krieges-Baukunſt.

Der erſte Theil von den Grundregeln der Fortification.

Erklärung.

I.

Die Fortification oder Kriegsbaukunſt iſt eine Wiſſenſchaft, einen Ort dergeſtalt zu befeſtigen, daß ſich wenige gegen viele, die ihn belagern, mit Vortheil wehren können.

1 a) Succows erſte Gründe der Kriegsbaukunſt. Frkf. und Leipz, 1769. Struenſees Anfangsgründe der Kriegsbaukunſt 3 Theile 1771—74. Tielke Unterricht für die Officiers, die ſich zu Feldingenieurs bilden. Zweyte Ausg.

V. Gaudi, Anweiſung für Officiers von der Infanterie, wie Feldſchanzen angelegt werden. Weſel 1767.

Belidor Science des Ingenieurs a la Haye 1734.

L'Ingénieur de la Campagne par le Chev. de Clairac. à Paris 1749. iſt auch ins Deutſche überſ.

Kurze, jedoch gründliche und deutliche Anweiſung zur Fortification von Joh. Rud. Fäſch. Nürnberg.

Anweiſung zur Kriegsbaukunſt. Berlin 1757.

Traité

Traité de l'attaque des placés par Mr. le Blond Paris 1762. Traité de la defenſe des places von ebendemſ. 1762. Memoires pour ſervir d'inſtruction dans la Conduite des Sieges et dans la defenſe des places p. Mr. le Maréchal de Vauban. Leiden 1740. Das obengenannte Struenſeeiſche Werk macht faſt alle übrigen entbehrlich.

Die **Feldbefeſtigungskunſt** iſt vorzüglich einem Offizier wichtig, und damit ſollte eigentlich jeder Unterricht in der Fortification angefangen werden. Eine Feſtung anzulegen kömmt ſehr ſelten vor, aber eine Schanze aufzuwerfen, ein Lager zu befeſtigen, eine Batterie anzulegen ꝛc. darinn ſollte wohl jeder Officier ſich Kenntniſſe verſchaffen. Wer darinn geübt iſt, findet ſich in die Feſtungen leicht, bey deren Anlage aber oft viel Unnützes iſt. Wolfs Unterricht dient, um Anfänger zur Leſung gröſſerer Werke vorzubereiten.

Zuſatz.

2. Die Manier, zu befeſtigen, muß alſo nach der Beſchaffenheit der Attaken eingerichtet werden.

Zuſatz.

3. Die Werke an einer Feſtung müſſen der Gewalt des gröſten Geſchützes, das man in den Attaken brauchet, ſo viel möglich widerſtehen können.

Zuſatz.

4. Die Beſatzung ſoll auf den Werken nicht allein wider die Stückkugeln, ſondern auch wider Bomben, Granaten und andere Fuerkugeln zulänglich bedeckt ſeyn, der Feind aber muß für ſich nirgend um die Feſtung einige Bedeckung finden.

Zuſatz.

5. Es muß demnach um die Feſtung kein erhabener Ort ſeyn, der nicht aus einem anderen kann geſehen und beſtrichen werden.

Lehrſatz.

6. **Die Defenſion ſoll in der Nähe auf einen Musketenſchuß eingerichtet werden.**

Beweis.

Beweis.

Die Defenſion aus Musketen iſt geſchwinder als aus Stücken, und nicht ſo koſtbar. Die Kraft einer Stückkugel iſt in der Weite, wo eine Muskete hinträgt, um ſo viel ſtärker, ja man kann auch in ſolcher Weite mit gutem Nachdruck Carterſchen brauchen (§. 31. Artill.).

Zuſatz.

7. Die Linie, welche einen beängſtigten Ort ſecundiret, muß von ihm nicht einen Musketenſchuß abliegen.

Lehrſatz.

8. **Die Feſtung muß an allen Orten gleich ſtark fortificiret ſeyn.**

Beweis.

Sie iſt verlohren, ſobald der Feind ſich an einem Orte einen offenen und ſicheren Gang in dieſelbe gemachet. Denn wenn ſich wenige in einer Feſtung gegen viele wehren ſollen (§. 1.): ſo findet man keine ſo ſtarke Beſatzung darinnen, die nach ſo vielen Bemühungen, als die Defenſion erfordert hat, noch in dem Stande ſeyn könnte, den Feind wieder herauszuſchlagen: wie ſich denn auch ſolches anderer Umſtände halber (z. E. wegen des Proviants und der Munition) nicht wohl würde thun laſſen. Iſt nun die Feſtung an einem Orte ſchwächer, als an dem andern, ſo wird der Feind ſie an dem ſchwachen attakiren, und iſt die Stärke an den übrigen Orten vergebens.

Lehrſatz.

9. **Wenn ein Ort fortificiret wird, ſo muß man einen Wall um ihn aufwerfen.**

Beweis.

Der Feind greifet einen Ort mit dem groben Geſchütze an, und alſo muß man ſich auch mit dem groben Geſchü-

Geſchütze gegen ihn wehren, folgends Stücke auf die Feſtung pflanzen können. Da nun die Stücke nicht allein wegen ihrer Länge einen ziemlichen Raum einnehmen, ſondern auch zurücke laufen, wenn ſie gelöſet werden, ſo kann man nicht, wie vor Alters, ehe das Geſchütze erfunden wurde, mit einer Mauer zufrieden ſeyn, ſondern man muß einen breiten Wall von Erde aufwerfen. W. Z. E.

Zuſatz.

10. Damit man zu dem Walle Erde habe, ſo ſoll ein Graben um den ganzen Wall von auſſen herum gehen.

Zuſatz.

11. Weil die Beſatzung vor dem feindlichen Canoniren ſicher ſeyn ſoll (§. 4.); ſo muß der Wall gegen das Feld höher ſeyn als gegen die Stadt.

Zuſatz.

12. Daß das Erdreich wohl zuſammen hält, ſo muß man ihn ſowohl gegen den Graben, als gegen die Stadt abhängig machen.

Erklärung.

I. 13. **Den hohen Theil des Walles IG, da-**
1. **durch die Beſatzung wider die Stückkugeln des Feindes bedecket wird, nennet man die Bruſt**wehre (Parapet).

Zuſatz.

14. Sie muß alſo 6 bis 7 Schuh hoch, und, damit ſie einen Canonenſchuß aushalten kann, 20 bis 24' dicke ſeyn.

Zuſatz.

15. Damit die Soldaten von dem Walle feuern können, ſo machet man die Bruſtwehre gegen das Feld

2 bis

2 bis 3 Schuhe niedriger als gegen die Stadt, und daran ein oder auch wohl zwey Banquets oder Bänklein, 3 Schuhe breit, 1½ hoch.

Erklärung.

16. **Den niedrigen Theil des Walles gegen die Stadt A I, darauf die Beſatzung ſich befindet, und die Stücke gepflanzet werden, nennet man den Wallgang (Terreplain).** I. 1.

Zuſatz.

17. Die Breite muß wegen der Stücke 24 bis 30′ ſeyn.

Erklärung.

18. **Die Schräge AB, PC und HN, welche der Wall beyderſeits bekommet, nennet man die Böſchung, Abdachung oder Doſſirung (Talud): die Linie BA oder DC und MN ihre Anlage. Unterweilen heiſſet auch wohl die Anlage DC und MN die Böſchung.** I. 1.

Anmerkung.

19. Für gutes Erdreich iſt die Anlage der äuſſeren Böſchung MN der halben, für mittelmäßiges ⅔, und für ſchlimmes der ganzen Höhe des Walles gleich. Hingegen die Anlage der inneren DC mag man auch im guten Erdreiche der Höhe DA gleich machen, im mittelmäßigen und ſchlimmen noch gröſſer.

Anmerkung.

20. Wenn man eine Futtermauer hat, wie in unſerer Figur nach Vaubans Manier genommen wird, rechnet man im guten Erdreich auf 6′, im mittelmäßigen auf 5′, im ſchlimmen auf 4′ der Höhe, einen Schuh für die Anlage der Böſchung. Das Mauerwerk ſelber bekommet ⅙ bis ⅕, oder auch wohl, wenn es nicht das beſte iſt, ¼ der Höhe zu ſeiner Böſchung.

Lehrſatz.

21. **Der Wall muß lieber etwas niedrig, als gar zu hoch gemachet werden.**

Beweis.

Beweis.

Wenn der Wall hoch iſt, ſo kann der Feind bald unter die Stücke rücken. Ueber dieſes gehen die Schüſſe nicht mit dem Horizont parallel. Es iſt aber bekannt, daß die Horizontalſchüſſe mehr als die andern raſſiren, das iſt, wegnehmen, was ſie unterwegens finden.

Lehrſatz.

22. **Der Wall kann nicht in einer Linie, oder auch wie ein Vieleck nach den Seiten des Platzes fortgeführet werden, ſondern es müſſen hin und wieder einige Werke über den übrigen Wall weiter herausgeleget werden.**

Beweis.

Eine jede Linie an der Feſtung ſoll von einer andern können beſtrichen werden (§. 5.). Wollte man nun um die Feſtung den Wall in einer Circullinie, oder in einer andern krummen in ſich ſelbſt laufenden Linie, oder auch nach den Seiten des Platzes in Geſtalt eines Vielecks herumführen, ſo könnte keine Linie die andere ſecundiren, wenn ſie beängſtiget würde.

Erklärung.

23. **Die Werke, welche über den Wall, der nach der Seite des Platzes aufgeworfen worden, weiter herausgeleget werden, heiſſen** Bollwerke **oder** Baſteyen (Baſtions).

Lehrſatz.

24. **Die Bollwerke müſſen ſpitzig zulaufen.**

Beweis.

I. Man laſſe ſie nicht ſpitzig zulaufen, ſondern man
2. gebe ihnen die Geſtalt eines viereckichten Thurmes, als ABDC. Ziehet von beyden Seiten die äuſſerſten Defenslinien FE und GE; ſo bleibet an dem Bollwerke ein Trian-

Triangel BED, der von den ſecundirenden Linien nicht kann beſtrichen werden, und dahin ſich der Minirer, ſo das Bollwerk ſprengen will, ſicher logiren kann. Da nun dieſes ungereimt iſt (§. 5.); ſo muß das Bollwerk ſpitzig zulaufen, wie BED. W. Z. E.

Erklärung.

25. **Die Linien AN und AF, welche die Bollwerkspünte A formiren, heiſſen die Geſichtslinien (Faces).** I. 3.

Zuſatz.

26. Damit der Feind, der die Feſtung an den Facen attakiret, daſelbſt keinen Vortheil zum Unterminiren und Stürmen finde, muß die Pünte nicht allzugroß, und alſo nicht über 30 Ruthen ſeyn; damit ſie aber zu einer Contrebatterie wider den Feind dienen kann, muß ſie nicht allzuklein, und alſo nicht unter 24 Ruthen ſeyn.

Erklärung.

27. **Der mittlere Wall zwiſchen zwey Bollwerken wird die Curtine (la Courtine) genennet.**

27 a) In den Curtinen werden allemahl die **Thore** einer Feſtung angelegt. Man macht ſie nach Beſchaffenheit der Umſtände in unterſchiedener Weite und Höhe, gewöhnlich 12 Schuh weit und 16 hoch. Man führt ſie nicht mehr, wie ſonſt, nach einer gewiſſen Krümmung, ſondern nach einer geraden Richtung quer durch die Curtine, und verſieht ſie mit einem **Fallgatter** von Holz oder Eiſen, welches man niederlaſſen kann, um einen unvermuthet eingedrungenen Feind abzuhalten. Auch dienen hiezu die **Fallbäume**, die man einzeln an Ketten niederlaſſen kann. Die Thore werden oben mit einem Bombenfeſten Gewölbe verſehen. Von innen werden zu beyden Seiten noch ein paar Gewölbe angelegt, welche der Thorwache zu einem Aufenthalte dienen. Auſſer den großen Thoren kommen bey einem Walle noch verſchiedene kleinere Oeffnungen vor, welche einen Zugang zu dieſen oder jenen Theilen der Feſtung, oder wenigſtens zu dem Graben verſtatten. Dergleichen kleine Thüren heiſſen **Ausfälle, oder auch Poternen.** Jener Nahme rührt

 daher

daher, weil ſie zur Erleichterung der Ausfälle einer Beſatzung dienen. Man pflegt ſie gerne hinter den Schulterwehren (§. 32 a) anzubringen, weil ſie daſelbſt bedeckt ſind, und die ſchönſte Gelegenheit zu Ausfällen verſtatten.

Vor den Thoren werden **Brücken** angelegt, welche bey Feſtungen nie ganz von Steinen gebaut werden, damit die großen Pfeiler und Bogen keine Ausſicht verhindern. Sie werden vielmehr von Holz aufgeführt, und ruhen auf einer Balkenverbindung, welche man **Joche** nennt. Oben werden ſie gepflaſtert, ſo weit ſie **unbeweglich** (Ponts dormants) ſind. Zunächſt am Thore iſt die **Zugbrücke** mit ihnen verbunden, die wie eine große Fallthüre auf= und niedergelaſſen werden kann. Umſtändlich handelt von den Brücken und Thoren **Belidor** in o. a. Werke im 4ten und 6ten Buche.

Unter den Cortinen werden auch am vortheilhafteſten allerley Gewölbe zur Aufbewahrung der Kriegs= und Mundbedürfniſſe, auch wohl zum Aufenthalte der Soldaten angelegt, um ſie gegen Bomben und alle Arten von Wurffeuer zu bedecken, wenn ſie nicht gerade im Dienſte ſind. Auch unter den Bollwerken werden zuweilen dergleichen Gewölbe angelegt, welche, wenn ſie mit Schießlöchern verſehen ſind, **Schießgewölbe, Mordkeller, Caſematten** heiſen.

Die Bollwerke ſind aber entweder **voll** oder **hohl**, je nachdem der Raum zwiſchen den Facen und Flanken ganz mit Erde angefüllt iſt oder nicht. Nur die hohlen dienen zu Caſematten, weil hier die Gewölbe hinten eine zureichende Oeffnung zur Abführung des Rauchs erhalten können, wozu bloße Rauchröhren über den Kanonen nicht hinlänglich ſind. Die vollen Bollwerke haben aber darinn wieder Vorzüge, daß man auf ihnen Verſammlungsplätze für die Soldaten anlegen kann, und Platz genug hat, auch noch Mörſer hinter die Kanonen aufzupflanzen.

Lehrſatz.

28. Die Bollwerke können nicht aus bloſſen Facen beſtehen.

Beweis.

Denn es kämen todte Winkel, welches der Hauptmaxime (§. 5.) zuwider iſt. Es ſind auch die Bollwerke nicht geräumig genug.

Erklä=

Erklärung.

29. Alſo ſind auſſer den Facen noch zwey andere Linien zu den Bollwerken kommen, nemlich NO und EF, welche die Bollwerke an die Curtine anhängen, und die Flanken oder Streiche (les Flancs) genennet werden. I. 3.

Zuſatz.

30. Weil die Flanken nicht allein einander ſelbſt, ſondern auch eine jede die Face des überſtehenden Bollwerks defendiren; ſo ſind große beſſer als kleine.

Zuſatz.

31. Weil die geraden Schüſſe gewiſſer ſind, als die ſchiefen; ſo ſoll die Flanke auf der Defensiinie perpendicular ſtehen, zumal da man auch mehr Stücke darauf pflanzen und mehr Mannſchaft daran ſtellen kann, als wenn ſie von eben der Gröſſe iſt, und einen ſchiefen Winkel machet.

Zuſatz.

32. Damit ſie nun aber dem Feinde nicht zu ſehr in Augen lieget; ſoll der untere Theil IG bis in LK 2 bis 3 Ruthen zurücke gezogen werden. II.

32 a) Der hervorſtehende Theil der Flanke heiſt auch die Schulterwehre (epaulement.) Man pflegt ihn abzuründen, und giebt ihm dann den Nahmen des Bollwerksohres (Orillon.). I.

Zuſatz.

33. Weil die Flanke KL die Face CB von dem überſtehenden Bollwerke defendiret, ſo muß ſie der Feind nicht eher zu ſehen bekommen, als bis er ſich in die Breche an der Face leget. Darum ſollen die Linien BI und BG, nach welchen die Flanke IG zurückgezogen wird, aus der Bollwerkspünte B, oder, da die Breche eben nicht an der Bollwerkspünte, ſondern etwas beſſer herunter

unter geſchoſſen wird, die obere Linie BP auch wohl aus einem andern Punkte der Face gezogen werden.

Zuſatz.

34. Wenn die Flanken nach einer geraden Linie aufgeführet werden, ſo kann der Feind eine Batterie dagegen aufwerfen, davon er alle Punkte der Flanke gerade zu beſtreichen kann. Hingegen wenn ſie eingebogen iſt, kann nicht mehr als ein Schuß die Flanke gerade zu treffen. Da nun die Schüſſe ſo geradezu gehen, ſtärker ſind als die andern, ſo kann man die Flanke KL eingebogen machen.

Zuſatz.

35. Zu der Defenſion des Grabens können niedriggeſenkte Flanken angeleget, und mit Stücken bepflanzet werden.

Zuſatz.

36. Damit aber der Feind nicht mit ſo gutem Vortheile Bomben und Granaten hineinwerfe, noch die von der obern Flanke herunterfallende Erde oder Steine denen in der unteren beſchwerlich fallen, wenn ſie eingeſchoſſen wird, ſo ſoll die niedrige Flanke von der oberen durch einen kleinen Graben abgeſondert werden.

Erklärung.

XI. 37. **Der obere Theil der Flanke DI, welche zur Bedeckung des unteren Theiles LK dienet, wird das Orillon genennet.**

Zuſatz.

38. Damit die Flanke nicht ohne Noth verkürzet wird, ſoll das Orillon ſo klein gemachet werden, als es ſich thun läſſet.

Erklärung.

I. 39. **Die äuſſere Polygon iſt die Linie AB, welche von einer Bollwerkspünte A bis zu der an-**
3. **dern B gezogen wird.**

Erklä-

Erklärung.

40. Wenn man die Face AF bis an die Cur- I.
tine EH continuiret, ſo heiſſet AG die kleine oder 3.
die ſtreichende Defenslinie (la ligne de defenſe flanquante). Hingegen die Linie AH, welche von der Bollwerkspünte A gegen das Ende der Flanke H des überſtehenden Bollwerks gezogen wird, nennet man die beſtändige Defenslinie (la ligne de defenſe fichante).

Zuſatz.

41. Die beſtändige Defenslinie kann nicht über 60 Ruthen ſeyn.

Anmerkung.

42. Vauban erlaubet bis 75 Ruth. Es können aber nicht wohl in Beſtürmung der Feſtung die Cartetſchen gebrauchet werden.

Erklärung.

43. Das Stück von der Curtine GH, wel- I.
ches die beyden Defenslinien abſchneiden, nen- 3.
net man die Second Flanc, oder Nebenſtreiche.

Erklärung.

44. Die Linien CO und CE, welche den I.
Eingang in das Bollwerk formiren, nennet 3.
man die Kehllinien (Demigorges).

Zuſatz.

45. Große Kehlen ſind beſſer als enge (§. 32. 35.). I.

Erklärung. 3.

46. Die Linie CD, welche aus der Curtine EH und zwey Kehllinien CE und HD beſtehet, das iſt, die Seite von der Figur des Platzes, wird die innere Polygon genennet. (Coté interieur).

Erklärung.

I. 47. Die Linie AC, welche von der Kehle C
3. bis an die Bollwerkspünte A gezogen wird, heiſſet die Capital- oder Hauptlinie (la Capitale).

Erklärung.

I. 48. Der Radius CI, damit der Circul be-
3. ſchrieben wird, darein man die innere Polygon träget, wird der kleine Radius genennet.

Erklärung.

I. 49. Der Radius AI, damit der Circul be-
3. ſchrieben wird, der durch die Bollwerkspünte gehet, heiſſet der große Radius.

Erklärung.

I. 50. Der Polygonwinkel OCE iſt derjenige, den
3. die äuſſeren Polygonen AB und AK, oder auch die inneren Polygonen MC und DC mit einander machen.

Erklärung.

I. 51. Der Bollwerkswinkel FAN iſt derjenige,
3. den die Facen AN und AF mit einander machen.

Zuſatz.

52. Damit er der Gewalt des groben Geſchützes widerſtehen kann, und das Bollwerk nicht zu enge wird, ſoll er nicht unter 60 Graden ſeyn.

Erklärung.

I. 53. Der Streichwinkel AHE iſt derjenige,
3. welchen die beſtändige Defenslinie AH mit der Curtine HE machet.

Erklärung.

I. 54 Der kleine Winkel GAB (Angle diminué)
3. iſt derjenige, den die kleine Defenslinie AG mit der äuſſeren Polygon AB machet.

Erklä-

Erklärung.

55. Der Schulterwinkel AFE (Angle de l'Epaule) iſt derjenige, den die Face mit der Flanke machet. I. 3.

Erklärung.

56. Der Centriwinkel (Angle du Centre) CID iſt derjenige, den die beyden Radii CI und DI, ſo aus den Enden der inneren Polygon CD gezogen werden, mit einander machen. I. 3.

Erklärung.

57. Die Berme (Berme) iſt ein Gang oder breiter Rand um den Fuß des Walles unten an dem Graben.

Zuſatz.

58. Weil die Berme nicht allein hindert, daß der Wall, wenn er ſich ſetzet, nicht einfället, ſondern auch die Erde oder Ziegel aufhält, wenn die Bruſtwehre eingeſchoſſen wird, daß ſie nicht in den Graben fallen, und ihn dem Feinde zum Vortheile füllen kann, ſo ſoll überall um den Wall eine Berme angeleget, und entweder mit lebendigen Dornhecken beſetzet, oder verpalliſadiret werden.

Erklärung.

59. Die Fauſſebraye oder der untere Wall, iſt ein Gang um den Wall mit einer Bruſtwehre und dazu gehörigem Banket.

Zuſatz.

60. Wenn die Fauſſebraye niedrig iſt, ſo kann man daraus das Glacis nicht beſtreichen, und ſie dannenhero nicht eher brauchen, als bis der Feind in den Graben kommet. Iſt ſie dabey enge, ſo verlieret ſie öfters gar ihren Gebrauch. Denn wenn der Feind die

Bruſtwehren des oberen Walles einſchließet, wird die Fauſſebraye davon gefüllet, ehe man ſie brauchen kann.

Zuſatz.

61. Derowegen, wenn man eine Fauſſebraye haben will, ſo ſoll ſie billig etwas erhöhet werden. Daher aber muß ſie geräumig und von dem oberen Walle durch einen beſonderen Graben abgeführet ſeyn.

Lehrſatz.

62. Man ſoll den Graben lieber breit, als tief machen.

Beweis.

Wenn der Graben ſehr breit iſt, ſo brauchet der Feind eine große Gallerie darüber, und alſo fället es ihm beſchwerlicher, über einen breiten, als über einen ſchmalen Graben zu kommen. Iſt er ſehr tief, ſo kann man ihn nicht recht horizontal beſtreichen; in welchem Falle doch die Kugeln am beſten raſiren. Demnach bringet ein breiter und nicht allzutiefer Graben den Belagerten Vortheile, dem Feinde aber iſt er nachtheilig.

Zuſatz.

63. Damit der Graben von der Flanke ganz beſtrichen werden kann, machet man ihn beynahe der Flanke gleich, und ziehet ihn daher mit der Face parallel, wenn die Flanke auf der Defenslinie perpendicular ſtehet. In andern Fällen läſſet man ihn gegen die Schulterwinkel zulaufen.

Anmerkung.

64. Um der Feſtigkeit willen giebet man dem Graben beyderſeits eine Böſchung mit dem Walle, daß alſo die untere Breite des Grabens kleiner wird, als die obere. Die Schranken der Tiefe des Grabens ſetzet man insgemein zwiſchen 1 Rth. und 2 Rth.; die Breite muß gröſſer ſeyn als die Länge der größten Bäume, 8 bis 12 Ruthen: damit der Feind nicht mit leichter Mühe ſeine Gallerie über den Graben ſchlagen kann.

64 a) Ob naſſe oder trockene Graben vortheilhafter ſeyen, muß aus Beſchaffenheit der Umſtände beurtheilt werden. Ein naſſer Graben verurſacht dem Feinde freylich manche Schwierigkeiten, aber er erſchwert auch die Gemeinſchaft zwiſchen dem Hauptwalle und den Auſſenwerken, und macht es faſt unmöglich, auf den Feind, wenn er einmahl bis zu dem Graben vorgedrungen iſt, Ausfälle zu thun. Iſt das Waſſer im Graben ſtehend oder todt, ſo verurſacht es einen üblen Geruch, und kann der Beſatzung ſchädlich werden. Feſtungen mit naſſen Graben ſind bey ſtarkem Froſt der Gefahr eines Uebrrfalles oder einer Leitererſteigung eben ſo gut, ja noch mehr ausgeſetzt, als Feſtungen mit trockenen Graben, in welchen man ſich vortheilhafter allerley Arten von Kunſtfeuern bedienen, und Minen anlegen kann, wodurch der Beſatzung eines der ſchönſten Vertheidigungsmittel verſchafft wird. Es ſind alſo auf beyden Seiten Vortheile und Nachtheile. Belidor glaubt, daß ſich naſſe Graben am beſten für kleine Feſtungen ſchickten, trockene Graben hingegen für große, die eine zahlreiche Beſatzung haben, um Ausfälle thun zu können. Indeſſen kann man einigermaßen die Vortheile trockner und naſſer Graben mit einander verbinden, wenn man in dem trocknen einen ſchmalen aber tiefen naſſen Graben anbringt. Kann dieſer fließendes Waſſer haben, ſo verſchafft dies den Bedürfniſſen der Beſatzung unendliche Vortheile. Dergleichen kleine Graben in der Mitte eines trocknen, nennen die Ingenieurs eine Cünette (cunette ou couvette). Kann man aber durch angelegte Schleuſſen einen trocknen Graben nach Gutbefinden unter Waſſer ſetzen, ſo ſind die Vortheile eines trocknen und naſſen Grabens noch viel beſſer verbunden, als es durch eine Cünette würde geſchehen können, weil dieſe, wenn ſie nicht breit iſt, dem Feinde doch keinen Widerſtand leiſten kann.

Erklärung.

65. Die Auſſenwerke (les Dehors) **ſind alle diejenigen, welche man über den Graben des Hauptwalles hinausleget, theils den Feind dadurch fein lange von der Feſtung entfernet zu halten, theils die Werke des Hauptwalles dadurch zu bedecken, theils die Macht des Feindes durch derſelben Beſtürmung zu brechen, theils aus andern dergleichen Abſichten.**

Zuſatz.

66. Weil dieſe Abſichten bey Fortificirung eines Ortes höchſt nöthig ſind, ſo ſind auch die Auſſenwerke bey einer Feſtung nöthig, wenn ſie nur ſtarke Defenſion haben, und ſo angeleget werden, daß ſie nicht der Feind, wenn er ſie mit Sturm erobert, zu Batterien wider den Hauptwall gebrauchen kann.

Erklärung.

III. 67. Das Ravelin (Ravelin) **iſt ein Werk, welches blos zwey Facen hat fc und cd, und vor die Curtine geleget wird.**

Erklärung.

68. Der halbe Mond (Demi-lune) **iſt ein Werk, welches gleich einem Bollwerke auſſer den Facen VZ auch Flanken ZY, obwohl ganz kleine hat, und am gewöhnlichſten vor die Bollwerkspünte, jedoch auch vor die Curtine, wie in unſerem Riſſe, geleget wird.**

Erklärung.

69. **Aus dem halben Monde vor der Bollwerkspünte ſind die Contregarden entſtanden, als man ihre Facen mit den Facen des Bollwerks parallel bis an den Graben des Ravelins gezogen.**

Erklärung.

70. Die einfache Scheere (Tenaille ſimple) **iſt ein groſſes Werk, welches aus zwey Facen AD und BD, die einen einwärts gebogenen Winkel formiren, beſtehet.**

Erklärung.

71. Die doppelte Scheere (Tenaille double) **iſt ein Werk, welches aus zwey kleinen einfachen Scheeren zuſammengeſetzet wird.**

Erklä-

Erklärung.

72. Das Hornwerk (Ouvrage à Cornes) beſte- I.
het aus zwey halben Bollwerken AHE und FGB 4.
und einer Curtine EF.

Erklärung.

73. Das Kronwerk (Ouvrage couronné) iſt ein I.
doppeltes Hornwerk, welches wie der Theil 3.
der Feſtung Fig. 3. Tab. I. ausſiehet.

Erklärung.

74. Die Contreſcarpe iſt das äuſſerſte Werk an einer Feſtung, welches aus einem Gange um den Graben und einer Bruſtwehre, deren Abdachung ſich mit dem ebenen Felde verlieret, beſtehet. Der Gang wird der bedeckte Weg (Chemin couvert), die Bruſtwehr das Glacis (ingleichen Eſplanade) genennet.

Zuſatz.

75. Das Glacis wird mit dem Graben überall pa- III.
rallel gezogen, auſſer wo man in dem bedeckten Wege Waffenplätze a (Places d'armes) zu Verſammlung der Soldaten anleget.

Zuſatz.

76. Weil die Abdachung des Glacis ſich mit dem ebenen Felde verlieret, ſo kann es nicht eingeſchoſſen werden. Und dannenhero iſt die Contreſcarpe eines von den wichtigſten Werken der Feſtung, um welcher Urſachen willen einige verlangen, man ſolle, wenn nur Raum vorhanden, eine doppelte Contreſcarpe machen.

Zuſatz.

77. Damit aber auch der Feind ſie nicht erſteigen kann, ſoll ſie verpalliſadiret werden.

Anmer-

Anmerkung.

78. Man hält die Feſtung mehr als für halb verlohren, wenn der Feind die Contreſcarpe erobert, ſonderlich wenn ſie ſo angeleget worden, daß es ihm nicht viel Mühe koſtet, ſich ihrer zu bemeiſtern.

Erklärung.

79. **Palliſaden ſind Pfähle von Holze 5 bis 6 Schuhe lang, 9 bis 10″ ſtark, und ſowohl unten als oben ſpitzig, welche 5′ tief in die Erde ſo nahe neben einander geſetzet werden, daß man zwiſchen zweyen nur mit einer Muskete durchkommen kann; ſie dürfen nicht mehr als 1′ über das Glacis hervorragen.**

79 a) Es iſt ein großer Fehler bey alten Feſtungen, daß daſelbſt die Palliſaden auf das Glacis ſelbſt geſetzt wurden. Denn in dieſem Falle ſind ſie durch die feindlichen Kanonenkugeln bald zerſtört. Vortheilhafter werden die Palliſaden auf die Bank des Glacis geſetzt, ſo daß ſie nicht höher als einen Schuh über dem Glacis hervorragen. Uebrigens kann man dem Feinde die Eroberung des Glacis noch durch allerley andere Vorkehrungen erſchweren. Dahin gehören **Wolfsgruben, Verhaue, Fladderminen, u. ſ. w.**

Erklärung.

II. 80. **Traverſen ſind Bruſtwehren, die man quer über den Wallgang und den bedeckten Weg leget, als po.**

Zuſatz.

81. Sie hindern alſo, daß der bedeckte Weg nicht kann enfiliret, das iſt, von dem feindlichen Geſchütze nach der Länge durchſtrichen werden; dienen zur Retirade, wenn der Feind in die Contreſcarpe einbricht, auch zur Bedeckung wider die Bomben. Denn die Soldaten können ſich dahinter legen, und die Bomben über ſich wegſchlagen laſſen.

Erklärung.

82. Die Caponieres ſind in die Erde 4 bis 5 Schuhe eingegrabene Gänge, die oben entweder gewölbet, oder mit hölzernen Decken verſehen, und ſo ſtark mit Erde überſchüttet ſind, daß keine Bombe noch Carcaſſe durchſchlagen kann.

Anmerkung.

83. Man leget ſie dannenhero unter dem Glacis, imgleichen unter dem Walle an der Fauſſebraye, zuweilen auch unter den Bruſtwehren an; damit die Soldaten ſich hinein retiriren können, wenn die Bombardirung geſchiehet.

Erklärung.

84. Halb-Caponieres, ſind aus Holz zuſammengeſchlagene Gallerien, welche an die Bruſtwehren, ſonderlich das Glacis geſetzet werden. Ihre Höhe an der Bruſtwehre iſt ohngefähr 9′, an dem andern Ende 8′. Oben werden ſie ſtark mit Bretern verſchlagen und mit Sandſäcken oder Erde bedecket.

Zuſatz.

85. Sie dienen alſo zur Bedeckung der Soldaten wider die Handgranaten.

Erklärung.

86. Endlich die Contra-Minen ſind gewölbte Gänge unter den Facen, die zu dem Ende angeleget werden, damit man deſto leichter die Minen des Feindes entdecken, und das Pulver daraus nehmen kann.

Anmerkung.

87. Nachdem die Ingenieurs die bisher erkläreten Gründe viel oder wenig erwogen, oder auf das eine mehr als auf das

das andere geſehen, haben ſie verſchiedene Manieren zu fortificiren erdacht, davon wir nur diejenigen erklären wollen, die Vauban erſonnen, weil ſie nicht allein für andern berühmt ſind, ſondern auch von Anfängern am leichteſten begriffen werden. Wer aber nach dieſem vielerley Manieren ſich bekannt zu machen Luſt hat, und die bisher erklärten Gründe zu Beurtheilung der Feſtungen anzuwenden ſich üben will, der darf nur Sturms Architecturam militarem hypotheticam, und zwar die neue Auflage in 4. nachſchlagen.

Ende des erſten Theils der Fortification.

Der andere Theil
der
Fortification,
von
Vaubans beyden Manieren zu fortificiren.

Aufgabe.
88.

Den Grundriß des Hauptwalles nach Vaubans erſter Manier zu machen.

Aufloͤſung.

1. Beſchreibet mit dem großen Radio einen Circul, und traget in demſelben die aͤuſſere Polygon AB herum. II.
2. Theilet dieſe in zwey gleiche Theile in E (§. 90. Geom.), und richtet in E auf AB den Perpendicul EF auf (§. 70. Geom.).
3. Theilet die aͤuſſere Polygon AB im Vierecke in 8, im Fuͤnfecke in 7, und in den uͤbrigen Vielecken in 6 gleiche Theile (§. 154. Geom.), und nehmet einen davon fuͤr die Laͤnge des Perpendiculs EF.
4. Ziehet aus A und B durch F die Defenslinien AH und BG.
5. Theilet die aͤuſſere Polygon AB in 7 Theile ein (§. 154. Geom.), und traget zwey von dergleichen Theilen auf die Defenslinien AH und BG aus A in D und aus B in C fuͤr die Facen.

6. Se-

6. Setzet den Zirkel in C, und thut ihn auf bis D; ſo könnet ihr mit dieſer Eröffnung den Defenslinien aus C und D ihre gehörige Länge bis G und H determiren, und die Flanken DG und CH ziehen.

7. Theilet die Flanke DG in drey gleiche Theile (§. 154. Geom.), und nehmet den dritten Theil DI für das Orillon, welches ihr durch einen Bogen ausziehen müſſet, der die Defenslinie HA berühret.

8. Verlängert die Defenslinie BG bis in L, ſo daß GL = 30′. Ziehet durch I aus der überſtehenden Bollwerkspünte B gleichfalls eine Linie BK, und machet IK = GL.

9. Machet aus K und L mit KL einen Durchſchnitt in M, und beſchreibet aus M mit eben der Eröffnung des Circuls den Bogen KL, ſo iſt der ganze Umriß fertig, den ihr

10. vermöge folgender Tafel dergeſtalt ausziehen könnet, daß ihr mit dem ganzen Umriſſe in der Weite des Wallganges und der Bruſtwehre, imgleichen des Bankets, Parallellinien ziehet.

Namen der Theile.	Breiten.	Höhen.
Innere Böſchung d.	Schuh.	
Mauer	1	12
der Erde	3	16
Der Wallgang	30	18
Das erſte Banket	1½	1½
Das andere	3	1½
Innere Böſchung d.		
Bruſtwehre	1	
Die äuſſere	2	
Die Bruſtwehre	19	von innen 4½ von auſſen 1½
Der Graben	oben 114 unten 108	18

Auf-

Aufgabe.

89. **Die Tenaille vor der Curtine zu zeichnen.**

Aufloͤſung.

1. Schneidet aus C in N und aus D bis O von den Defenslinien 18′ ab, und ziehet NP mit der Flanke CH parallel u. ſ. w. II.

2. Theilet FN in zwey gleiche Theile in Q (§. 90. Geom.); ſo iſt QN die Face.

3. Laſſet von Q auf die Defenslinie AH ein Perpendicul QT fallen (§. 70. Geom.). Dieſes iſt die Flanke.

4. Wenn ihr auf der andern Seite eben ſo verfahret, ſo giebet ſich die Curtine TS, und ihr koͤnnet, nachdem ſolchergeſtalt der Umriß fertig,

5. auf gewoͤhnliche Weiſe die Tenaille ausziehen, wenn ihr fuͤr den ganzen Wall bey der Curtine TS 30′, in den uͤbrigen Theilen TN und SO 42′ rechnet, wovon die Bruſtwehre 18′ bekommet.

Anders.

Ihr koͤnnet auch nur die einfache Tenaille OFN annehmen, und ſie gehoͤriger maßen ausziehen.

Aufgabe.

90. **Das Ravelin und den halben Mond vor der Curtine zu zeichnen.** II.

Aufloͤſung.

1. Setzet den Zirkel in H, und thut ihn auf bis D, und beſchreibet den Bogen DV.

2. Setzet ihn darauf an das Ende der andern Defenslinie G, und beſchreibet von dem andern Schulterwinkel C den Bogen CV.

3. An den Punkt des Durchſchnittes V und den Schulterwinkel D leget das Lineal, ſo könnet ihr die Face VW und auf gleiche Weiſe die Face VX ziehen.

Solchergeſtalt iſt des Ravelins Umriß fertig.

Verlanget ihr aber einen halben Mond, ſo

4. traget ferner aus W in Z 60′, und

5. laſſet von Z auf WY das Perpendicul ZY fallen, (§. 69. Geom.).

6. Endlich führet in der Breite von 6′ den Graben herum.

Anmerkung.

91. Wenn man den Riß ausziehen, und ein Profil für das Ravelin verfertigen will, ſo brauchet man folgende Tafel:

Namen der Theile.	Breiten.	Höhen.
	Schuh.	
Innere Böſchung	6	
Der Wallgang	$25\frac{1}{2}$	13
Das erſte Banket	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$
Das andere	3	$1\frac{1}{2}$
Böſchung der Bruſtwehre	1	
Die Bruſtwehre	15	von innen $4\frac{1}{2}$ von auſſen $1\frac{1}{2}$
Aeuſſere Böſchung des Walles	8	
Der Graben	oben 72 unten 68	12

Aufgabe.

II. 92. **Die Brillen zu beyden Seiten des Ravelins oder halben Mondes zu zeichnen.**

Auflöſung.

1. Verlängert die Face des halben Mondes WV über den Graben, ſo daß ab $12\frac{1}{2}$ bis 15 Ruth. wird.

2. Hin-

2. Hingegen an dem groſſen Graben ſchneidet von d bis e 5 bis 6 Ruth. ab, ſo

3. könnet ihr die Linien ab und bc ziehen, welche den Umriß der Brille geben, und

4. endlich dieſelben nach gewöhnlicher Art völlig ausziehen.

Anmerkung.

93. Der Wallgang wird $15\frac{1}{2}'$ breit, 8 Schuhe hoch gemacht: das übrige bleibet, wie vorhin (§. 91.). Der Graben iſt oben 54′, unten 51′ breit und 8′ tief.

Aufgabe.

94. Die kleine Brille zu zeichnen, welche zur Bedeckung des halben Mondes zwiſchen die groſſen geleget wird. II.

Auflöſung.

1. Schneidet für die Kehlen ef und hi $7\frac{1}{2}°$ ab.

2. Machet mit der Weite von 10 Ruth. einen Durchſchnitt in g aus f und i, ſo könnet ihr die Facen fg und gi ziehen.

3. Führet den Graben in der Weite von 20 Grad herum.

Anmerkung.

95. Die Bruſtwehre wird auf ebener Erde aufgerichtet, und bekommet der Wallgang keine Erhöhung.

Aufgabe.

96. Die Waffenplätze (Places d' Armes) in der Contreſcarpe zu zeichnen.

Auflöſung.

1. Nachdem ihr mit dem äußerſten Graben den bedeckten Weg in der Breite von $36\frac{1}{2}$ (davon das erſte Banket $1\frac{1}{2}$, das andere 8 bekommet, damit Raum für die Palliſaden vorhanden,) parallel herum

um gezogen: ſo ſchneidet für die Kehlen der Waffenplätze kl und km in den Schenkeln der einwärts gebogenen Winkel 5 R. ab, und

2. machet aus m und l mit der Weite von 6 R. einen Durchſchnitt in n; ſo könnet ihr die Facen mn und ln ziehen.

Aufgabe.

II. 97. **Die Traverſen in der Contreſcarpe zu zeichnen.**

Auflöſung.

1. Nachdem ihr mit dem bedeckten Wege und den Facen der Waffenplätze in der Weite von 144′ das Glacis parallel herumgezogen (§. 67. Geom.) ſo ziehet eine Bruſtwehre nebſt ihrem Banket mit den Facen des Waffenplatzes parallel, und zwar an demſelben herunter, in der Weite von $1\frac{1}{2}$ bis 2 R. durch den ganzen bedeckten Weg, bis an das Glacis.

2. Damit ihr aber den Gang andeutet, der an dem Glacis gelaſſen wird, in den Waffenplatz zu kommen, ſo ſchneidet in das Glacis 3 bis 4′ ein.

3. Die Traverſen op, welche an der Rundung des Grabens vor den Brillen in dem bedeckten Wege querüber geleget werden, damit man denſelben nicht enfiliren oder frey beſtreichen kann, ziehet mit dem vorigen parallel.

Aufgabe.

98. **Ein Hornwerk zu zeichnen.**

Auflöſung.

I. 1. Wenn das Hornwerk vor die Curtine kommet, ſo
4. traget auf die Linie, die ſie mitten rechtwinklicht durchſchneidet, aus der Spitze des Ravelins 44 Ruthen. Kommet es vor das Bollwerk, ſo träget man

man die Weite aus der Spitze des Bollwerks auf die verlängerte Capital.

2. Ziehet AB auf CD perpendicular, und machet AC = CB = 30 Ruth., CD = 10 Ruth., und BG = AH = 18 R.

3. Ziehet die Flanken GF und HE auf AF und BE perpendicular, ſo giebet ſich zugleich die Curtine EF.

4. In der Weite von 5 Ruthen ziehet den Graben mit den Facen; die Bruſtwehre in der Weite von 18 Schuhen, den Wall in der Weite von 4 Ruthen, mit dem ganzen Umfange parallel.

Aufgabe.

99. Ein Profil zu zeichnen.

Auflöſung.

1. Auf eine Linie Cb traget aus C in Q die Anlage I.
der Böſchung der Mauer, aus Q in R die Breite 1.
ihres Randes, aus R in D die Anlage der inneren Böſchung, aus D in S die Breite des Wallganges, aus S in T und aus T in V die Breite des Bankets, aus V in W die Anlage der inneren Böſchung der Bruſtwehre, aus W in X die Breite der Bruſtwehre, aus X in Y ihre äuſſere Böſchung, aus Y in M die Breite des Randes, und aus M in N die Anlage für die Böſchung der Futtermauer, aus N in Z die Anlage der inneren Böſchung des Grabens, aus Z in b die Breite des Grabens, und ſo weiter fort bis auf die Anlage des Glacis (§. 88-91. 96. 97.

2. Richtet überall Perpendicularlinien auf, und machet QP = BR der Höhe der inneren Mauer, AD und SE der Höhe der Banketen, Lc der inneren und Od der äuſſeren Höhe der Bruſtwehre, dX

aber GY und MH der Höhe der äuſſeren Mauer, Za der Tiefe des Grabens u. ſ. w. gleich; ſo könnet ihr

3. das Profil ausziehen, wie aus der Figur zu erſehen.

Aufgabe.

III. 100. **Den Grundriß, nach Vaubans verſtärkter Manier zu fortificiren, zu machen.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet mit dem großen Radio einen Circul, und traget die äuſſere Polygon darinnen herum in der Gröſſe von 90 Gr.

2. Theilet ſie in zwey gleiche Theile in F, und richtet daſelbſt das Perpendicul FC auf (§. 70. Geom.), von eben der Gröſſe, wie in der vorigen Manier (§. 88.).

3. Ziehet die Defenslinien AB und BG, ſchneidet wie vorhin (§. 88.) die Facen AD, BE ab, und determiniret aus D und E mit der Weite ED die Punkte P und G; ſo könnet ihr die Flanken DG und EP ziehen, auch mit der Weite von 12′ ſowohl die Tenaille von den Bollwerken durch den Graben IYPE und DGLH, als mitten bey C ihre beyden Theile von einander ſelbſt abſondern.

4. Damit ihr aber die Bollwerke abſondert, ſo ziehet durch die Enden der Flanken P und G mit den Facen EB und AD die Parallellinien GM und PK (§. 67. Geom.).

5. Ziehet ferner mit GP in der Weite von 3 bis 4 Ruth. die innere Polygon NO parallel, und in eben der Weite der Defenslinie TQ mit PK parallel.

6. Schneidet für die Fa e QR 5, 6 bis 7 Ruth. ab, und

7. zie-

7. ziehet die Flanke RS entweder auf die Curtine perpendiculär (§. 69. Geom.), oder mit der Flanke EP parallel (§. 67. Geom.).

8. Setzet hierauf den Zirkel in die Bollwerkspünkte B, und beſchreibet in der Weite von $9\frac{1}{2}$ Ruthen den Bogen V, ſo könnet ihr den Graben auf gewöhnliche Weiſe ziehen.

9. Traget aus den Schulterwinkeln E und D in Z 5 bis 6 Ruth., und machet aus ihnen in der Weite von 22 Ruth. einen Durchſchnitt in c; ſo könnet ihr aus c gegen Z die Facen des Ravelins c d und und c f ziehen.

10. Mit dieſen ziehet gegen die Schulterwinkel die Facen des inneren Ravelins b e und b g parallel und

11. ſondert es mit einem Graben von $3\frac{1}{2}$° von dem äuſſeren ab, und um das große ziehet einen Graben von doppelter Breite.

12. Die Waffenplätze und Traverſen in der Contreſcarpe nebſt dem bedeckten Wege und Glacis werden wie in der vorigen Manier (§. 96. 97.) gezeichnet.

Ende des andern Theils der Fortification.

Der dritte Theil
der
Fortification,
von
der irregulären Fortification, den Citadellen und Feldſchanzen.

Erklärung.

101.

Reguläre Feſtungen werden genennet, in welchen alle gleichnamige Linien und Winkel von einerley Gröſſe ſind.

Anmerkung.

102. Es werden die regulären Feſtungen erbauet, wenn der Platz eine reguläre Figur hat. Und iſt eben die reguläre Fortification, welche in dem vorhergehenden andern Theile beſchrieben worden.

Erklärung.

103. Eine irreguläre Feſtung heiſſet diejenige, in welcher die gleichnamigen Linien und Winkel nicht einerley Gröſſe haben.

Aufgabe.

104. Einen irregulären Platz zu fortificiren, da die Seiten eine geſchickte Länge und die Winkel eine geſchickte Gröſſe haben.

Auflö=

Auflöſung.

1. Auf eure irreguläre Polygon AB richtet mit der regulären Polygon AC einen gleichſchenklichten Triangel ACB auf. I. 5.

2. Traget aus C auf CD die nöthigen Linien CD CE &c. die ihr zum Aufriſſe der regulären Feſtung brauchet.

3. Endlich ziehet durch die Punkte D, E, die Linien DF, EG, u. ſ. w. mit AB parallel.

Dieſe ſind die zu dem Grundriſſe der irregulären Feſtung nöthige Linien.

Beweis.

Man ſoll erweiſen, daß, wie die zum Riſſe nöthigen Linien ſich in der regulären Fortification zu ihrer Polygon, alſo auch die gefundenen gleichnamigen für den Riß in der irregulären Feſtung zu ihrer Polygon verhalten. Nun iſt DF und EG mit AB parallel gezogen worden. Derowegen iſt

$$CA : AB = CD : DF, \text{ und}$$
$$CA : AB = CE : FG$$

(§. 149. Geom.), folgends

$$CA : CD = AB : DF \text{ und}$$
$$CA : CE = AB : EG$$

(§. 83. Arithm.) W. Z. E.

Anmerkung.

105. Die Linien werden für geſchickt gehalten, wenn ſie zwiſchen 80 und 100 Gr. fallen, nach zwölffüßigen Maaße.

Zuſatz.

106. Wenn die irreguläre Polygon eine Linie, die zwiſchen 80 und 100 Ruth. fället, mehr als einmal in ſich begreifet, ſo wird ſie in etliche Polygone eingetheilet, und bekommen einige Bollwerke eine gerade Kehle.

Zuſatz.

107. Solchergeſtalt muß eine Linie, die in zwey äuſſere Polygonen eingetheilet werden ſoll, nicht unter 160 zwöffüßigen Ruthen ſeyn.

Aufgabe.

108. Eine Linie zu fortificiren, die unter 169, jedoch aber über 100 Ruth. hat, oder die für ein Bollwerk zu groß, für zwey zu klein iſt.

Auflöſung.

Der Herr **Sturm** giebet in ſeinem Veritable Vauban lib. 4. c. 1. §. 4. p. 171. folgende Auflöſung.

I. 1. Theilet die Seite AB in zwey gleiche Theile in
6. C, und richtet den Perpendicul CD von 15 bis 20 Ruthen auf.

2. Verlängert CD in O bis CO 50 Ruth., und machet die Winkel KOD und DOM von 50 Ruth.

3. Nehmet GE und FH jedes 8 R. an, und ziehet EI und LF mit KG und MH parallel in der Gröſſe von 20 Ruth.

4. Endlich durchſchneidet mit der Weite HL aus H die Linie OH in M, und mit der Weite GI aus G die Linie OG in K, ſo geben ſich die Flanken KI und LM.

Oder:

I. 1. Beſchreibet die Bollwerke DCA und FEB derge-
7. ſtalt, daß die Defenslinien einander mitten in der Curtine durchſchneiden.

2. Verlängert ſie über die Curtine nach Gutbefinden, und richtet

3. die Flanken GH und KI zur Defenſion der Facen FE und DC darauf perpendicular auf.

Auf-

Aufgabe.

109. **Eine Linie zu fortificiren, die allzukurz iſt.**

Aufloͤſung.

Da nach regulaͤrer Art eine allzukurze Linie zu fortificiren unmoͤglich iſt, weil die Bollwerke allzukleine Flanken und oͤfters auch gar ſpitzige Winkel bekommen wuͤrden, ſo kann man ſie nach Gelegenheit nur dergeſtalt einſchneiden, daß die Theile von den anliegenden Werken, und dieſe wieder von ihnen koͤnnen defendiret werden. Im uͤbrigen muß man zu den Auſſenwerken ſeine Zuflucht nehmen.

Aufgabe.

110. **Einen allzuſpitzigen Winkel zu fortificiren.**

Aufloͤſung.

Wenn er nicht unter 60 Gr. iſt, und die andern Umſtaͤnde leiden es, ſo koͤnnet ihr ihn zum Bollwerkswinkel annehmen, und dannenhero die Facen an den beyden Seiten der Figur, die ihn einſchlieſſen, abſchneiden, und von deren Ende die Flanken herunter ziehen.

Er mag ſo ſpitzig ſeyn, als er will, ſo koͤnnet ihr ein Hornwerk darauf ſetzen.

Wenn die Schenkel des Winkels ſehr lang ſind, ſo laſſet den Winkel, wie ihr ihn findet, und leget zu ſeiner Defenſion zu beyden Seiten halbe Bollwerke an.

Aufgabe.

111. **Einen einwaͤrts gebogenen Winkel zu fortificiren.**

Aufloͤſung.

Einen einwaͤrtsgebogenen Winkel pfleget man oͤfters zu laſſen, wie er iſt, und nur mitten ein Ravelin hinzulegen. Oder man ziehet die beyden Winkel zur

Seiten

Seiten zuſammen, und nimmt ſie für die Polygon an, wenn ſie groß genug iſt.

Erklärung.

112. **Die Caſtelle oder Citadelle ſind kleine Feſtungen, die man an die großen Städte leget, um dadurch ſowohl die Einwohner im Gehorſam zu erhalten, als auch die Feſtungen zu verſtärken.**

Anmerkung.

113. Wenn ihr eine Citadelle an eine Feſtung legen wollet, ſo zeichnet ſie vorher auf dem Papiere beſonders. Man nimmt aber dazu wenigſtens ein reguläres Viereck; höchſtens ein Sechseck. Schneidet den Riß aus, und verſchiebt ihn auf dem Riſſe der Feſtung ſo lange, bis 2 Bollwerke in die Stadt hineinkommen. Merket mit Punkten, wo ſie die Feſtung durchſchneidet, ſo ſehet ihr, was von der Feſtung niedergeriſſen werden muß, und ihr könnet den Riß in eins bringen.

Erklärung.

114. **Feldſchanzen heiſſen alle Werke, die auf dem Felde entweder zur Verſicherung eines Paſſes, oder zu einer ſicheren Retirade, oder zu Defendirung der Linien, welche man um das Lager gezogen, oder aus andern Abſichten in der Eile aufgeworfen werden.**

Anmerkung.

115. Weil ſie keine Belagerung gleich den Feſtungen ausſtehen dürfen, ſo können ihre Bruſtwehren auch viel ſchwächer, und ihre Graben viel kleiner als an der Feſtung ſeyn (§. 2.); wie aus folgenden Täfelein zu erſehen:

Namen.	Breiten.	Höhen.
	Schuh.	Schuh.
Der Wallgang	14—18	3—6
Die Bruſtwehre	9—10	6—7
Das Banket	3	$1\frac{1}{2}$
Der Graben	24—30	8—10

Erklä=

Erklärung.

116. Wenn das Werk die völlige Figur eines rechtwinklichten Viereckes hat, nennet man es eine Redoute.

Erklärung.

117. Eine Schanze, die aus lauter Scheeren zuſammengeſetzet iſt, wird eine Sternſchanze genennet.

Aufgabe.

118. Eine dreyeckichte Feldſchanze zu zeichnen.

Auflöſung.

1. Theilet die Weite des gleichſeitigen Dreyeckes AB in zwey gleiche Theile in D, imgleichen in fünfe (§. 154. Geom.). I.
3.
2. Machet die Kehlen Dg und De, imgleichen die Flanken gh und ef = $\frac{1}{7}$ AB.
3. Ueber hf beſchreibet einen halben Circul, und theilet ihn in zwey gleiche Theile in i, ſo geben ſich die Facen hi und if.

Aufgabe.

119. Eine Redoute zu zeichnen.

Auflöſung.

Zeichnet ein Quadrat, deſſen Seite ohngefähr 12° lang (§. 98. Geom.), oder ein Rectangulum, deſſen eine Seite 12 bis 20, die andere nur 2 R. iſt (§. 99. Geom.), und ziehet darum den Graben, inwendig aber die Bruſtwehre mit ihrem Bankette und den Wallgang, wie in folgendem Täfelein zu finden.

Namen

Namen.	Breiten.		Höhen.	
D. äuſſere Böſchung	1½ oder	¾		
D. innere Böſchung	½			
Der Wallgang	14		3 oder	1½
D. äuſſere Böſchung der Bruſtwehre	3	2		
Die innere	1			
Die Bruſtwehre	5	4	innen 6 auſſen 4	
Die Berme	3	1		
Der Graben	20	8	6	5

Die in der anderen Reihe befindliche Zahlen werden für kleine Redouten genommen.

Aufgabe.

I. 120. **Eine viereckichte Feldſchanze zu**
4. **zeichnen.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet auf einer Linie von ohngefähr 15 Ruth. ein Quadrat (§. 98. Geom.).
2. Theilet jede Seite in zwey gleiche Theile in C (§. 90. Geom.).
3. Richtet in C ein Perpendicul CD auf (§. 70. Geom.) = $\frac{1}{7}$ AB, und ziehet die Defenslinien AF und BE.
4. Von ihnen ſchneidet die Facen AH und BG ab = $\frac{1}{3}$ AB.
5. Endlich laſſet die Flanken FG und EH auf die Defenslinien perpendicular herunter fallen (§. 69. Geom.); ſo könnet ihr auch die Curtine ziehen.

Aufgabe.

121. **Eine fünfeckichte und ſechseckichte Feldſchanze zu zeichnen.**

Auflö-

Auflöſung.

1. Beſchreibet auf einer Linie von 15 Ruthen ein reguläres Fünfeck oder ein Sechseck (§. 106. Geom.).

2. Im übrigen verfahret wie vorhin (§. 120.) nur daß ihr den Perpendicul CD ½ von AB gebet.

Aufgabe.

122. **Eine Sternſchanze zu zeichnen.**

Auflöſung.

1. Beſchreibet ein Vier- Fünf- oder Sechseck (§. 98. 106. Geom.).

2. Fället das Perpendicul CD, wie vorhin (§. 120.); ſo könnet ihr die Tenaille ADB ziehen.

Aufgabe.

123. **Eine halbe Redoute zu zeichnen.**

Auflöſung.

1. Theilet eine gerade Linie von 20 Ruth. in 4 gleiche Theile (§. 154. Geom.).

2. Ueber den mittleren beyden Theilen richtet mit einer Seite von 7 Ruth. einen gleichſchenklichten Triangel auf (§. 54. Geom.). So iſt der Umriß der halben Redoute fertig.

Ende des dritten Theils der Fortification.

Der

Der vierte und letzte Theil

der

Fortification,

von den

Attaken und der Gegenwehre wider dieſelben.

Erklärung.

124.

Circumvallations-Linien ſind eine Bruſtwehre mit einem Graben, die der Feind um ſein Lager gegen das Feld aufwirfet.

Zuſatz.

125. Sie hindern alſo, daß niemand in das Lager von auſſen hineinkommen kann, und müſſen zur Defenſion hin und wieder halbe und ganze Redouten oder auch andere Feldſchanzen aufgeworfen werden (§. 118. u. ſ. w.).

Zuſatz.

126. Sie ſind alſo nöthig, wenn der Feind in der Nähe campiret, und man vermuthet, er werde durch einen Succurs die Feſtung zu entſetzen ſuchen.

Anmerkung.

127. Die Höhe der Bruſtwehre iſt 5 bis 6′ oder auch wohl 8 bis 9′, die Dicke 8 bis 10′. Sie bekommen 2 bis 3 Bankette. Die Breite des Grabens iſt 10 bis 12′, die Tiefe 5 bis 6′. Die Feldſchanzen werden in der Weite von zwey Muſketenſchüſſen an die Linien geleget, damit man von beyden das Mittel erreichen kann.

Erklä=

Erklärung.

128. **Contravallationslinien ſind eine Bruſtwehre mit einem Graben, die der Feind gegen die Feſtung aufwirfet.**

Zuſatz.

129. Sie hindern alſo, daß die Belagerten, wenn ſie einen Ausfall thun, nicht in das Lager dringen können, und werden daher gebrauchet, wenn eine ſtarke Beſatzung in der Feſtung lieget.

Anmerkung.

130. Alle Werke, die der Feind aufwirfet, theils ſein Lager zu verſchanzen, theils ſich ſicher der Feſtung zu nahen, pfleget man zuſammen Trencheen zu nennen.

Anmerkung.

131. Wenn ein ſtarker Fluß durch die Stadt fließet, ſo wird eine Brücke über ihn geſchlagen, damit die Quartiere von beyden Seiten mit einander Communication haben. Zu ihrer Bedeckung und Defenſion werden an beyden Ufern Werke aufgeworfen.

Erklärung.

132. **Approchen oder Laufgraben ſind Graben mit einer Bruſtwehre gegen die Feſtung zu, darinnen man ſicher bis an die Contreſcarpe gehen kann.**

Aufgabe.

133. **Die Approchen zu führen.**

Auflöſung.

1. Commandiret des Nachts einige Mannſchaft mit Gewehre verſehen in der Weite von 70 bis 75 Ruth. von der Feſtung, und ſtellet ſie 3 bis 5′ weit von einander in einer gegen die Feſtung ſchiefen Linie, die ihr mit einem ausgeſpannten Stricke, 30, 40 bis 50 und mehrere Schuhe lang bezeichnet. Laſſet dieſelbe ſich geſchwinde 3′ tief in die Erde eingra-

ben, und das ausgegrabene Erdreich gegen die Feſtung zuwerfen, damit ſie dorthin bedecket ſind, und die Belagerten die Approche nicht beſtreichen können.

2. Dieſen kleinen Graben laſſet durch andere erweitern, ſo daß er endlich eine Breite von 10 bis 12′ bekommet, und die ausgegrabene Erde alle gegen die Feſtung zuwerfen. Die Tiefe muß wenigſtens 3′ bleiben, kann aber auch wohl 6 bis 7′ werden, nach Beſchaffenheit des Erdreichs.

IV. 9. 3. An das Ende der Linie leget eine Redoute A, oder einen Waffenplatz, damit ſich die Mannſchaft darinnen aufhalten kann, den Approchirern zu ſuccuriren, wenn Ausfälle geſchehen, oder auch dieſe ſich darein retiriren können.

4. Von der andern Seite ziehet wieder eine dergleichen Linie, und denn wieder zurücke noch eine andere u. ſ. w. bis ihr endlich an das Glacis der Contreſcarpe kommet.

5. Zwiſchen die Approchen könnet ihr Batterien D legen, um nach und nach die Brüſtwehren der Feſtung davon zu beſtreichen, und aus Mörſern mit Bomben und Granaten auf die Werke oder in die Stadt ſelbſt zu ſpielen.

Anders.

Wenn der Boden ſandicht, felſicht oder moraſtig iſt, ſo ſetzet ſie aus Schanzkörben in einer geraden Linie gegen die Face, die ihr attakiren wollet, zuſammen, viel weiter als die vorigen, in Geſtalt lauter hinter einander gelegter Redouten.

Anmerkung.

IV. 9. 134. Zuweilen werden die Approchen doppelt geführet, und mit Communicationslinien BC an einander gehänget.

Erklä-

Erklärung.

135. **Die Batterie iſt eine Bettung für die Stücke an einer Bruſtwehre mit Schießſcharten.**

Aufgabe.

136. **Eine Batterie zu zeichnen.**

Auflöſung

1. Wenn ihr wiſſet, wie viel Stücke auf eine Batterie gepflanzt werden ſollen, ſo traget auf eine Linie AB für jedes Stücke 12′, und verlängert ſie beyderſeits aus B in D und A in C um 6′, daß alſo die ganze Linie DC für eine Batterie von 3 Stücken 4 Ruthen iſt. IV. 10.

2. Traget aus D in E und C in F auf die Perpendicularlinien DI und CK 15 bis 24′ für die Bruſtwehre, darein die Schießſcharten kommen: ferner aus E in G, und aus F in H, nach Beſchaffenheit der Länge der Stücke, ohngefähr 15 bis 18′ für die Breite der eichenen oder fichtenen Breter, damit die Bettung für die Stücke gemacht wird, und endlich aus G in I und H in K noch ſo viel Schuhe, als das Stück für ſeine Länge und zu dem Zurücklaufen erfordert, nemlich 10 bis 15′, daß die Linie EI ohngefähr 30′ iſt.

3. Mit den Linien DC, CK, KI und ID ziehet in der Weite von 5′ die Böſchung parallel, und ferner mit dieſen auf den drey Seiten, wo die Bruſtwehre iſt, in der Weite von 4′ andere Parallellinien, welche die Berme vorſtellen.

4. Theilet die Linien MN in 2 gleiche Theile in L (§. 90. Geom.), und traget aus L beyderſeits in O 5 bis 6′ für die Breite der Auffahrt.

5. Aus O richtet die Perpendicularen OP auf, welche der Böſchung von der Auffahrt gleich ſind, und alſo ohngefähr 4′.

6. laſſet unten einen Platz ſo groß als die Batterie MQRN.

7. Zu der rechten der Auffahrt machet ein Quadrat W, deſſen Seite 10′ hält (§. 98. Geom.) den Keller zu bedeuten, darinnen das Pulver verwahret wird.

8. Theilet abermals die Linie QR in 2 gleiche Theile in S, und traget aus S in T und V für den Eingang beyderſeits 5 bis 6′.

9. Ziehet in der Weite von 8 bis 10′ einen Graben um die ganze Batterie mit den Seiten parallel herum (§. 67. Geom.).

10. Traget aus b in c 5′, aus c in d 2′, und denn ferner wechſelsweiſe 8 und 4′, bis endlich hinten wiederum ea 5′ übrig bleibet.

11. Hingegen auf der Linie BA traget aus B in f 2′, aus f in g 8′, und denn ferner wechſelsweiſe 8 und 4′, bis endlich hinten wiederum hA 2′ übrig bleibet.

12. Ziehet die Theilungspunkte der beyden Linien AB und ab durch gerade Linien zuſammen, ſo geben ſich die Schießſcharten.

Anmerkung.

137. Wenn die Batterie wirklich gebauet wird, ſo werden die Breter auf Balken genagelt, und der Raum hinter den Bretern wird mit geflochtenen Decken beleget, damit die Räder nicht in die Erde einſchneiden, und man deſto reinlicher auf der Batterie herum gehen kann. Es werden aber um des Zurücklaufens der Stücke willen die Balken an der Bruſtwehre etwas niedriger als hinten geleget. Sonſt liegen ſie von einander nach der Breite der Batterie 8 bis 10′.

Anmerkung.

138. Die Höhe der Batterie richtet ſich nach der Höhe der Gegend. Die Bruſtwehre iſt 6′ hoch, davon bekommen die

Schieß-

Schießſcharten 3′ zu ihrer Höhe; die Tiefe des Grabens iſt gleichfalls 6′.

Erklärung.

139. Sappiren heiſſet die Contreſcarpe durchbohren, um einen bedeckten Gang in den Graben zu bekommen.

Aufgabe.

140. Die Contreſcarpe mit Sturm zu erobern.

Auflöſung.

1. Wenn ihr euch der Contreſcarpe bemeiſtern wollet, ſo ſuchet vorher von euern Batterien durch ſtetes Feuern alle Oerter der Feſtung zu ruiniren, daraus der Ort, auf welchem die Attake gerichtet iſt, defendiret werden kann.
2. Erkundiget euch zuvor, ob die Contreſcarpe unterminiret iſt, entweder durch Spionen, oder durch Ueberläufer, wenn die Beſchaffenheit der Feſtung euch vorhin nicht bekannt iſt. Denn wenn M[illegible]n vorhanden, müſſet ihr an dem Orte, wo die Soldaten zum Sturm ſich verſammeln, 3 bis 4 Gruben 18 bis 20 Fuß tief graben, wenn es wegen des Waſſers geſchehen kann, und aus dieſen Gruben Gänge gegen die Palliſaden 5′ hoch und 3′ breit führen, um die Minen zu entdecken.
3. Laſſet die Grenadier häufig Granaten in den bedeckten Weg werfen, und brechet mit Macht ein.
4. Machet euch aber bald eine Bedeckung mit Faſchinen und Schanzkörben ABCD und Sandſäcken. IV. 11.

Zuſatz.

141. Wenn es unmöglich fället, den Feind aus der Contreſcarpe zu ſchlagen, ſo müſſen die Belagerten ent-

entweder durch Capitulation die Feſtung dem Feinde über⸗geben, und der Belagerung ein Ende machen, oder den Feind die Attake continuiren laſſen, und ſich aus der Contreſcarpe in das nächſt gelegene Werk retiriren.

Aufgabe.

142. **Durch Sappiren der Contreſcarpe ſich zu bemeiſtern.**

Auflöſung.

1. Führet gerade gegen den Schulterwinkel zu von den letzten Approchen an durch das Glacis einen ſo weiten Gang, daß 2 bis 3 Musketier zugleich neben einander darinnen gehen können, der aber nirgend von der Feſtung enfiliret werden kann.
2. Bedecket ihn gegen die Seiten mit der Erde, welche ausgegraben wird, von oben mit Faſchinen und andern Blendungen, damit man vor dem Feuern der Belagerten darinnen ſicher iſt.
3. Leget wechſelsweiſe Traverſen darein, damit deſto mehrere Bedeckung in ihm iſt.

So iſt die Sappe fertig, und dadurch die Contreſcarpe geöffnet, daß man ſich darein logiren kann.

Erklärung.

143. **Der Gang, den ſich der Feind über den Graben machet, wird die Gallerie genennet.**

Aufgabe.

144. **Eine Gallerie über den Graben für die Minirer zu machen.**

Auflöſung.

1. Ruiniret vorher die Flanken, welche die Face defendiret, ſo unterminiret werden ſoll, durch die Gewalt eurer Kanonen von euern Batterien.

2. Fül⸗

2. Füllet den Graben mit Faſchinen, darein ihr ſchwere Steine geſtecket, damit ſie unterſinken. Denn die Faſchinen werden aus Weiden zuſammengebunden.

3. Auf den angefülleten Gang richtet die Joche auf, die 6, 7 bis 8′ hoch, und $4\frac{1}{2}$ bis 5′ breit ſind.

4. Darüber machet ein Dach von Bretern, 2 Zoll dicke und mit Blech beſchlagen, damit es das Feuer nicht anzünden kann, und was von dem Walle darauf geworfen wird, herunter fället.

5. Auf der Seite, wo ſie von dem Walle beſchoſſen werden kann, verſchlaget ſie mit eben ſolchen Bretern, und verſetzet ſie mit Schanzkörben: auf der andern Seite aber könnet ihr mit ſchlechten Bretern zufrieden ſeyn.

Zuſatz.

145. Wenn ihr mit der Gallerie bis an die Face des Bollwerkes gekommen, ſo müſſet ihr die Lücke an der Böſchung gleichfalls mit einem Dache verdecken, damit niemand hinein ſehen kann, und ihr ſicher hinein gehen könnet, wohin ihr wollet.

Zuſatz.

146. Wenn die Breche zum Stürmen bequem iſt, ohne daß ſie erſt durch Unterminiren erweitert werden darf, ſo hat man dergleichen Gallerie nicht nöthig, ſondern darf nur den Graben füllen, damit man unter ſtetem Kanoniren auf die Werke, welche die beängſtigte Linie defendiren ſollen, Sturm laufen kann.

Anmerkung.

147. Wenn es ſo weit gekommen, daß alles zum Hauptſturm fertig, pflegen die Belagerten gemeiniglich die Chamade zu ſchlagen, und durch Accord die Feſtung dem Feinde zu übergeben.

147 a) Umſtändlich von dem Angriffe und Vertheidigung der Feſtungen handelt Struenſee in dem dritten Theile ſeiner Anfangsgründe. Die Sache iſt zu weitläuftig, und beruhet zum Theil mit auf den Grundſätzen der Kriegskunſt, daß wenn ich das wenige, was Wolf davon beygebracht hat, auch noch mit Zuſätzen hätte verſehen wollen, einige Bogen nicht würden hingereicht haben, nur das allgemeinſte eines ſo erheblichen Gegenſtandes, vorzutragen.

Ende der Fortification.

Anfangs-Gründe der Baukunſt. *)

Der erſte Theil.

Von den Baumaterialien.

I. Bauholz.

§. 1.

Hierher gehörige Holzarten ſind, 1) das Eichenholz, brauchbar im Waſſer und im Trockenen zu Schwellen, Petten und Mauerlatten, zu kurzen Riegelhölzern und Bügen oder Streben, zu Säulen oder Pfoſten und Pfäh-

 len,

*) Hieher gehörige Schriften: Goldmanns, vollſtändige Anweiſung zur Civilbaukunſt 1696. gr. Fol.

Angermanns, allgemein praktiſche Civilbaukunſt.

Penthers, Anleitung zur bürgerlichen Baukunſt.

Reuß, Anweiſung zur Zimmermannskunſt.

Schillingers, Zimmermannskunſt.

Keferſteins, Anfangsgründe der bürgerlichen Baukunſt, für Landleute.

Borhecks, Entwurf einer Anweiſung zur Landbaukunſt.

Vochs, deutliche Anweiſung zur Verfertigung der Bauriſſe.

Huths, allgemeiner und gründlicher Unterricht zu Bauanſchlägen.

Holſchens, Grundſätze zur Anfertigung richtiger Bauanſchläge.

Schmidts, bürgerlicher Baumeiſter.

Succows, erſte Gründe der bürgerlichen Baukunſt.

Von

len, zu Gerinnen oder Fluthern, zu den Wellbäumen, Felchen und Aermen aller Arten von Rädern, zu Trögen in den Stampfmühlen, zu den Stielen der Hämmer in den Hammerwerken u. d. g. 2) Der **Lerchenbaum**, unter unſerem Nadelholze das vorzüglichſte, im Waſſer wie im

Von Cancrin, Grundlehren der bürgerlichen Baukunſt 1792.

Vignola, bürgerliche Baukunſt, mit Anmerkungen von Fäſch 1795.

Steiners, acht Kupfertafeln zu feuerfeſten Gebäuden 1795.

Frhr. Carl von Dalberg, Verſuch einiger Beyträge über die Baukunſt. Erf. 1792.

Menger, ökonomiſche Bauwiſſenſchaft für den Landmann. Leipz. 1785.

V. Goldfuß, feuerſicherer und dauerhafter Häuſerbau von wohlfeilen Lehmpatzen. Dresd. 1794.

Cointeraux, Schule der Landbaukunſt, Hildsh. 1794.

Gilly, Beſchreibung der feuerabhaltenden Lehmſchindeldächer. Berl. 1796.

Böthke, Beyträge zur Lehre, wie man mit möglichſter Schonung des Holzes alle Landgebäude, wohlfeil, dauerhaft und ſicher bauen kann. Berl. 1795.

Meinert, landwirthſchaftliche Baukunſt, Halle 1796.

Grundſätze der bürgerlichen Baukunſt, in 3 Theilen aus dem Italiäniſchen. Leipz. 1784 — 1786.

Klügel und Büſch, Anleitungen zur bürgerlichen Baukunſt.

Schriften, welche einzelne Gegenſtände abhandeln.

V. Cancrin, einzelne Bauſchriften.

Dinglingers, beſte Art Kornmagazine anzulegen.

Vochs, häufige Schriften.

Langsdorf, Beytrag zur Theorie der Feſtigkeit der Kornmagazine, unter den im Jahr 1795. an die Soc. d. Wiſſ. zu Harlem eingeſchickten Abhandlungen.

V. Pöll=

im Trockenen brauchbar, für abwechſelnde Näſſe und Trockenung aber nicht ſo tauglich als die Eiche, zu Balken und Durchzügen oder Trägern das beſte Holz. 3) Die **Weißtanne, Edeltanne,** nächſt dem Lerchenbaum zum Bauen im Trocknen das beſte Holz zu Balken, Sparren, Latten und Diehlen; das Holz iſt viel weiſer als das des Lerchenbaums, übrigens nicht halb ſo feſt als letzteres. 4) Die **Rothtanne,** Fichte, hat faſt nie ſo ſchönes Holz, als die Weißtanne, dauert auch nicht ſo lange, iſt aber etwas feſter, und wird wie letztere benutzt. 5) Die **Ulme** kann im Waſſer und im Nothfall auch in freyer Luft wie die Eiche benutzt werden, vorzüglich bey oberſchlächtigen Rädern zu den Schaufeln

v. Pöllnitz, Abhandlung über die Theorie der Feſtigkeit der Materialien.

Neuer Verſuch, Schornſteine und Ofenkamine zu verbeſſern. 1795.

Schütte, über Wirthſchaftsgebäude und Beſtimmung, der Gröſſe derſelben. 1795.

Bürjas, mathematiſcher Mahler. 1795.

Preißlers und Ihlens, Anweiſung zur gründlichen Zeichenkunſt, für junge Leute und Liebhaber aus allen Ständen. 6 Hefte in Fol. 1795.

Sulzers, Theorie der ſchönen Künſte.

Lambert, (in ſeinen Beyträgen zum Gebrauche der Math.) wie eine gute Kenntniß des höhern Kalkuls auch in der Baukunſt ihre Anwendung findet.

Succows, mineralogiſche Beſchreibung der Baumaterialien 1788.

Deſſelben, Abhandlung über verſchiedene Fehler der bürgerlichen Baukunſt. 1775.

Wiedemann und Emmerling, mineralogiſche Anleitungen.

Huths, allgemeines Magazin für die bürgerliche Baukunſt.

feln brauchbar, weil es ſich nicht ſo wie das Eichenholz wirft. 6) Die **Buche, Rothbuche**, verliehrt ſeine Feſtigkeit, welche anfänglich die der Eiche noch übertrift, in freyer Luft bald, und iſt dem Wurmſtich und Faulen mehr als andere Holzarten ausgeſetzt, daher beſonders nur zu Maſchinentheilen brauchbar, die keiner Beugung vom Druck einer Laſt ausgeſetzt ſind, und ohne Schwierigkeit leicht ausgewechſelt werden können z. B. zu Stempeln in Stampfmühlen, zu Hebeköpfen und Daumen. Brauchbarer iſt ſie unter Waſſer, und eben darum auch nutzbar zu Schaufelbretern bey Waſſerrädern, zu Pumpenſtiefeln, zu Pumpenkolben, zu Verbindungsſätzchen metallener Röhren u. d. g. 7) Die **Förle, Kiefer**, feſter als die Fichte, vorzüglich brauchbar im Waſſer, auch zu Röhrenleitungen u. d. g. kann auch ſonſten im Nothfall ſtatt der Tanne und Fichte gebraucht werden, hält aber die abwechſelnde Witterung nicht ſo gut aus. 8) Die **Erle, Eller** hauptſächlich zu Röhrenleitungen. 9) **Weißbuchen**, nur beym Maſchinenbau brauchbar, beſonders zu Rollen, Schrauben, Spindeln in den Trillingen, Kämmen und Zähnen in den Rädern. 10) Der **Weißdorn** iſt zu gleicher Abſicht unſer beſtes Holz. 11) Die **Aſpe**, 12) die **Birke**, und 13) die Saalweide dienen hauptſächlich zu hölzernen Nägeln.

§. 2.

Holz zum Waſſerbau, das beſtändig von allen Seiten feucht bleibt, kann zu allen Zeiten gefällt und ſogleich gebraucht werden. Zu trockenen Gebäuden ſoll es im Herbſt unten ringsherum angehauen, und noch im Winter gefällt, dann nach Beſchaffenheit und Dicke der Stämme 1 auch 2 Jahre im Schatten dem Durchzug der Luft ausgeſetzt werden. Auch empfehlen v. **Büffon** und v. **Zanthier** die Stämme vor dem Fällen im Frühjahr zu ſchälen, und ſie dann erſt den folgenden Winter zu fällen.

II. Bau-

II. Bauſteine.

§. 3.

Zu den natürlichen Bauſteinen gehören der dichte Kalkſtein, der körnige Kalkſtein, der Stinkſtein, der bituminöſe Mergelſchiefer, der dichte Gips, der erhärtete Thon, der Thonſchiefer, der Hornblendeſchiefer, der Baſalt, der Serpentin, der verhärtete Talk, der Flintſtein, der Granit, der Gneis, der Sienit, der Glimmerſchiefer und Geſtellſtein, der Porphyr, der Mandelſtein, die Breccien und Sandſteine. Die nähere Beſchreibung dieſer Steine gehört in die Oryktognoſie.

§. 4.

Zu den künſtlichen Bauſteinen gehören die Mauer- und Dachziegeln, die Leimenſteine oder Lehmpatzen, die Leimenſchindeln oder Lehmſchindeln, und die Steinpappe.

§. 5.

Die Mauer- und Dachziegeln werden aus einem etwas ſandigen, gewöhnlich auch etwas eiſenhaltigen Thon, oder dem ſogenannten Leimen verfertigt, welchen man vor ſeinem Gebrauch den Winter über dem Froſt ausſetzt, um ihn in ſeinen kleinern Theilchen durch das Gefrieren zu zerlegen, dann im Frühjahr und den Sommer über in einzelen Quantitäten von beygemengten Steinchen gereinigt, indem er mit Waſſer vermiſcht in kleinen Gruben getreten wird. Hiernächſt wird der gereinigte Leimen in Formen geſtrichen, die geformten Steine auf belatteten Gerüſten dem freyen Durchzug der Luft im Schatten zum Trocknen ausgeſetzt, und nach gehöriger Trocknung in den Ofen gebracht, wo ſie durch die Hitze ihre Steinhärte erhalten.

Die

Die **Leimenſteine** werden auf gleiche Weiſe verfertiget, nur daß ſie der Trocknung länger ausgeſetzt bleiben, und nachher ungebrennt verbraucht werden. Auch wird vor ihrer Verfertigung der noch weiche Leimen mit Ahnen oder kleingehackten Roggenſtroh möglichſt gleichförmig vermiſcht. Begreiflich braucht auch der Leimen ſelbſt nicht ſo gereinigt zu ſeyn.

Die **Leimenſchindeln** ſind eigentlich mit Leimen bedeckte Strohdecken, etwa 3 Fus lang, 2½ Fuß breit. Auf einen mit Leiſten beſchlagenen Tiſch wird Roggenſtroh etwa 3 Zoll hoch aufgedruckt, an der vordern Kante des Tiſches ein 3½ Fus langer Stab angelegt, und nun, nachdem man von dieſer Kante an rückwärts das Stroh etwa auf 1 oder ¼ Fus lang mit wohl gereinigtem weichen Leimen 1 Zoll hoch bedeckt hat, das vorne herabhängende Ende des Strohes mit einem zweyten Stab übergeſchlagen, ſo daß es nun den erſten in einer Höle in ſich faßt; dieſes übergeſchlagene Ende des Strohes wird auf den Tiſch, nämlich auf den ſchon erwähnten Leimenüberzug aufgedruckt, und dann die ganze obere etwa 3 Fus lange Fläche noch vollends mit Leimen überſtrichen, ſo daß jetzt die ganze Strohdecke oder die ganze Leimenſchindel auf ihrer obern Seite 1 Zoll hoch mit Leimen überzogen iſt. Der erſte Stab ſticht nun auf jeder Seite der Hölung um 3 Zoll hervor, und dieſe beyden hervorſtechende Enden dienen, um dieſe Schindeln an den Latten eines Dachs mit Weiden feſt binden zu können. Sie werden dann mit der überſtrichenen Seite auf die Latten gelegt, ſo daß die noch unbeſtrichene zur Auſſenſeite genommen wird, die aber bey der unterſten Schindelreihe eines Dachs gleichfalls durchaus, und bey den übrigen Reihen, während dem Legen, etwa nur zur Hälfte, von oben oder von der Schindelhölung herabgerechnet, 1 Zoll dick mit dem Leimen angeſtrichen werden.

Dieſe Leimenſchindeln gehören, in Rückſicht auf den Landbau, zu den wichtigſten neuern Erfindungen der

Baukunſt. Eine weit umſtändlichere Beſchreibung giebt Hr. Gilly in ſeiner

Beſchreibung der Feuerabhaltenden Lehmſchindeldächer. Berl. 1796. 2te Aufl.

Die Steinpappe iſt ein Gemiſche von Gips und andern beſonders asbeſtartigen Steinarten, vielleicht auch noch gewiſſen Pflanzentheilen. Fax in Karlskrona iſt ihr Erfinder. Hr. Dreſcher in Breslau verfertigt ſie fabrikenmäßig in Platten zu 18 Zoll ins Quadrat. Sie widerſteht Waſſer und Feuer, und iſt daher ein treffliches Material zur Bedachung und Bekleidung feuerfangender Wände.

III. Bindungsmaterialien.

§. 6.

Zur Verbindung der Leimenſteine dient ſehr weich gemachter gereinigter Leimen; zur Verbindung der Mauerziegeln und übrigen Bauſteine dienen gemeiner Kalkmörtel, gemeiner Gipsmörtel, und verſchiedene Abänderungen dieſer Mörtel.

§. 7.

Zur Verfertigung des gemeinen **Kalkmörtels**, oder der gewöhnlichen Mauerſpeiſe, werden die rohen, einzeln ausgegrabenen, oder gebrochenen Kalkſteine, in Oefen gebrennt, wobey ſie etwa $\frac{4}{10}$ ihres Gewichts verliehren. Der nun **gebrannte, lebendige, ungelöſchte Kalk** iſt jetzt eine **reine Kalkerde**, die durch ihre ſtarke anziehende Kraft gegen das Waſſer und gegen die Kieſelerde ihre Anwendbarkeit zum Mörtel erhält. Mit Waſſer vermiſcht reißt ſie die Waſſertheilchen mit Gewalt an ſich, die nur eine Menge Wärmetheilchen fahren laſſen, wodurch die gemiſchte Maſſe ſehr erhitzt wird und häufige Dämpfe entſtehen. Dieſes dauert ſolan-

ſolange fort, bis ſich Kalktheilchen und Wärmetheilchen ihren anziehenden Kräften gemäß unter einander vereiniget haben, oder die Kalktheilchen durchaus hinlänglich mit Waſſer geſättiget haben. Der ſo veränderte lebendige Kalk heiſt nunmehr **gelöſchter Kalk**. Der auf dieſe Weiſe vollkommen gelöſchte Kalk heiſt auch **eingeſümpfter Kalk**. Lebendiger Kalk, klein zerſtoſſen in einen Korb unter Waſſer getaucht und ſchnell herausgezogen, ſaugt ſo viel Waſſer ein, daß er davon in ein Mehl zerfällt, ohne eine völlige Löſchung zu leiden. Dieſes Verfahren heiſt daher auch **Löſchung des Kalks zu Mehl**, es iſt aber nur in ſolchen Fällen nützlich, wo der Kalk in Tonnen verſendet werden ſoll. Er muß alsdann am Ort ſeiner Beſtimmung aufs Neue mit Waſſer vermiſcht werden, wobey ſich aber die Kalk- und Waſſertheilchen nicht mehr mit jener Feſtigkeit, daher auch nicht ſo innig mit einander verbinden.

§. 8.

Weil ſich nur die innig mit Waſſer verbundenen Kalktheilchen mit der Kieſelerde verbinden, ſo erhält man einen deſto beſſern Kalk, je lebhafter die Löſchung von ſtatten geht, oder je größer beym Löſchen die Erhitzung iſt. Daher die Regeln: 1) man ſoll den Kalk, ſobald als möglich, nach dem Brennen löſchen, 2) man ſoll ihn nicht zu langſam löſchen, oder nicht zu wenig Waſſer auf einmal zugießen; 3) man ſoll ihn auch nicht beym Löſchen mit zuvielem Waſſer überſchwemmen, weil die frey gewordenen Wärmetheilchen eine zu große Waſſermenge nicht gehörig erhitzen können. Man kann anfänglich ſo viele Eimer Waſſer zugießen, als man Eimer lebendigen Kalk hat, und nun während beſtändigem ſtarken Umrühren ſoviel Waſſer nachgießen laſſen, daß dabey das lebhafte Abdämpfen keine plötzliche merkliche Verſchwächung leidet.

§. 9.

Soll alſo Kalk aufbewahrt werden, ſo muß man ihn nicht als lebendigen Kalk aufbewahren, ſondern ihn zuvor löſchen, und dann tiefe Gruben damit aufüllen, die wenigſtens 6 Fus tief ſind. Die oberſten 2 Füſe bleiben mehrere Tage leer, da ſich der Kalk mehr ſetzt und Waſſer über die Oberfläche tritt, das man größtentheils ablaufen läßt. Alsdann erſt wird der Kalk mit Bretern und dieſe etwa 2 Fus hoch mit Erde bedeckt.

§. 10.

Der gelöſchte Kalk, durch Waſſer gehörig verdünnt, giebt mit einer angemeſſenen Menge Sandes gleichförmig vermiſcht, den **gemeinen Kalkmörtel**, die gewöhnliche **Mauerſpeiſe**. Ein gehörig gebrannter gutartiger Kalk giebt einen guten Mörtel, wenn man einen Eimer von ungelöſchten Kalk mit einem Eimer guten rauhen Sandes vermiſcht, wofern der Kalk nach Abzug der zwiſchen den einzelen Stücken bleibenden Lücken wenigſtens $\frac{7}{8}$ vom Eimer ausfüllt. Eiſenſchüßiger Sand iſt dabey vorzüglich gut. Uebrigens muß reines Säurefreyes Waſſer dazu gebraucht worden ſeyn. Je mehr dem Sand andere unveränderte Erdarten beygemiſcht ſind, je unreiner oder ſchlechter gebrannt der Kalk, und je weniger das Waſſer frey von Säuren iſt, deſto geringer iſt die Anziehungskraft des Kalks gegen den Sand, deſto weniger darf auch Sand beygemiſcht werden, und deſto ſchlechter wird überhaupt der Mörtel.

§. 11.

Durch Vermiſchung des gemeinen Kalkmörtels mit einigen veränderten Erd- oder Steinarten erhält man **verſtärkte Mörtel** auch **Waſſermörtel**. Dahin gehören folgende Miſchungen:

1) Ein Theil gemeiner Mörtel, und $\frac{1}{3}$ friſch gebrannter pulveriſirter Kalk. Die Miſchung geſchieht erſt beym Vermauern.

2) Ein Theil gelöſchter Kalk, 1 Theil feiner Flußſand, $\frac{1}{2}$ Ziegelmehl, $\frac{3}{8}$ friſch gebrannter pulver. Kalk. Die Beymiſchung des letztern geſchieht erſt beym Vermauern.

3) Gewöhnlicher Mörtel, nur $\frac{1}{8}$ weniger als gewöhnlich an Sand, und ſtatt dieſes fehlenden Sandes $\frac{1}{8}$ klein zerſtoßene Steinkohlen oder Hammerſchlag. Mit dem ſo erhaltenen Mörtel verfährt man nun eben ſo wie mit dem gemeinen Mörtel (no. 1.). Er taugt zu Mauerwerken an feuchten Orten.

4) Gelöſchter Kalk und fein gemahlener Troß, von letzterem ſo viel, als man ungelöſchten Kalk zum löſchen genommen hat, dem Maaße nach — Gut zu Mauerwerken im Waſſer.

5) Zu gleichem Gebrauch eine eben ſolche Vermiſchung wie No. 4, nur Rheinländiſchen Mühlſtein ſtatt des Traſſes genommen.

6) Zu gleichem Gebrauch eine eben ſolche Vermiſchung wie No. 4., nur Puzzolanerde ſtatt des Traſſes gebraucht.

§. 12.

Zur Verfertigung des **Gipsmörtels**, werden die gebrochenen Gipsſteine in Oefen gebrennt, wie der Kalk, und dann durch Pochen oder Mahlen und nachheriges Durchſieben in Mehl verwandelt. Im Feuer verliehrt der Gips $\frac{1}{3}$ bis die Hälfte von ſeinem Gewicht. Das Gipsmehl entreißt dem Waſſer eine große Menge von Feuertheilen, und indem es ſolche bindet, beraubt es zugleich das Waſſer ſeiner flüßigen Form, und erhärtet daher mit dieſem bald zu einer feſten Maſſe. Daher leidet der Gips keine Ablöſchung, bedarf auch keiner Vermiſchung mit Sand, ſondern dient friſch gebrannt und zu Mehl zermalmt und durchgeſiebt ſogleich zum Mörtel, indem man ihn nur während dem Gebrauch mit

Waſſer

Waſſer zu einem Brey anrührt. Es dient nicht zur Verbeſſerung dieſes Mörtels, ſondern blos zur Erſparung oder Schonung des Gipſes, wenn man ihn mit etwas gutem Sand vermengt.

IV. Materialien zum Ueberzug und Bewurf.

§. 13.

Zum Bewurf der Auſſenflächen einer Mauer, eines Gebäudes oder einer Wand, Decke u. d. g. dient gleichfalls der gemeine Kalkmörtel, nur, nachdem man rauhern oder ebenern Bewurf verlangt, mit gröberem oder feinerem, auch wohl durchgeſiebten Sand vermiſcht, und dann zur Verſchönerung noch etwas Gips zugeſetzt. Zum letzten Anſtreichen, Anweiſen oder Uebertünchen wird der gelöſchte Kalk bis zu einer Brühe verdünnt und gar nicht mit Sand vermengt, wohl aber zur Verſchönerung der **Weiſe** und Verhütung des Losſpringens oder Abfärbens mit etwas **Milch**, auch, wenn man den bläulichen Schein liebt, mit etwas **Lackmus**.

Ein in manchen Gegenden üblicher Ueberzug der Fusböden iſt der **Eſtrich**. Man macht dazu einen Mörtel aus gelöſchtem Kalk, Sand und Gipsmehl, zu gleichen Theilen, aber mit Waſſer bis zu dem Grad verdünnt, bey welchem er die zu einer wagrechten Ausbreitung erforderliche Flüßigkeit erhält.

Der andere Theil
Von der Feſtigkeit der Gebäude, und ihrer Verwahrung gegen das Feuer.

§. 14.

Zur Feſtigkeit der Gebäude gehört vor allen Dingen Feſtigkeit des Grundes oder Bodens, welcher das ganze Gebäude tragen ſoll. **Felsboden** und **Leimenboden** gewähren die größte Sicherheit. **Grand**, deſſen obere Schichten man abgeräumt hat, und deſſen Dichtigkeit in gröſſerer Tiefe durch Erdtheilchen zwiſchen den groben Grandkörnern ſchon von der Natur vergrößert worden iſt, giebt gleichfalls noch einen ſichern Bauboden ab, eben ſo verhält es ſich auch mit **Triebſand**, wenn er große Strecken Landes bedeckt, feſten Boden unter ſich hat, und keine durchfließenden Waſſer führt. **Quellſand, Torf und ſumpfiger Boden** ſind für ſich zum Bauen untauglich; beyde letztere können durch eingerammte Pfähle und aufgelegte Röſte mehrentheils brauchbar gemacht werden. Zur Unterſuchung des Bodens in größerer Tiefe dient der Erdbohrer.

§. 15.

Jedes Gebäude bedarf einer beſondern Fundamentmauer unter allen einzelen Wänden des unterſten Stockwerks. Dieſe Fundamentmauer dient zur gleichern Vertheilung des Drucks und deſſen Ausbreitung über eine größere Grundfläche, auch wegen ihres eigenen Drucks zur dichtern Zuſammenpreſſung des Grundes, endlich auch, weil dieſe Grundmauer bis über die Erdoberfläche hinauf geführt wird, zur Erhaltung eines trockenen Lagers für das eigentliche Gebäude.

§. 16.

§. 16.

Ein 1½ — 2 — 2½ Fus tiefer Grundgraben iſt mehrentheils hinlänglich, da dann die Grundmauer ſo hoch über die Erdfläche heraufgeführt wird, als die jedesmaligen Umſtände und beſondern Abſichten es erfordern. Die oberſte Dicke dieſer Fundamentmauer ſoll in keinem Fall unter 2 Fus 3 Zoll betragen; von oben herab läßt man ſie auf jeden Fus ¼ bis ½ Zoll anlaufen. Um wieviel die oberſte Dicke der Grundmauer in beſondern Fällen mehr als 2 F. 3 Z. betragen kann, ergiebt nachſtehendes Täfelchen:

Dicke der Mauern in den verſchiedenen Stockwerken:

	Bey Ziegelmauern.		Bey Bruchſteinmauern.	
	Fus.	Zoll.	Fus.	Zoll.
Im 4ten Stockw.	2	0	2	4
— 3ten —	2	3	2	8
— 2ten —	2	6	3	0
— 1ten —	2	9	3	4
D. Gr. Mauer ob.	3	3	4	0

Dieſes gilt von den Hauptmauern eines ſteinernen Gebäudes; den innern oder Scheidemauern giebt man gewöhnlich nur ⅔ der hier beſtimmten Dicke. Ueberhaupt muß auf die reguläre und irreguläre Geſtalt der Steine mit Rückſicht genommen werden. Bey Quaderſteinen darf die Dicke merklich geringer ſeyn, bey rundlichen oder ſonſt nachtheilig geſtalteten Steinen kann man 4 bis 6 bis 8 Zoll in der Dicke zuſetzen; auch bedürfen dieſe eines vorzüglichen Mörtels.

Wände, von Leimenſteinen oder Lehmpatzen zu 11 Zoll lang, 5⅓ Zoll dick, und 6 Zoll hoch, können im 2ten Stock 2 Steinlängen, und im erſten 2½ Steinlängen dick ſeyn. Zur Grundmauer nimmt man Bruch- oder Feldſteine.

§. 17.

Um Tonnengewölben für alle Fälle hinlängliche Feſtigkeit zu geben, vorausgeſetzt, daß die Steine ſelbſt feſte Bauſteine ſind, dient folgendes Täfelchen:

Innere Entfernung der Widerlagen.	Höhe der Widerl. bis an d. Bogen.	Dicke d. freyſtehenden Widerlagen.		Höhe d. keilförmigen Gewölbſteine.	
Fus.	Fus.	Fus.	Zoll.	Fus.	Zoll.
6		2	4	1	3
10		3	1	1	5
14	10	3	10	1	7
18		4	6	1	9
20		4	11	1	10
25		5	11	2	½
30		6	10	2	3
35	12	7	8	2	5½
40		8	7	2	8
45		9	7	3	—
50		10	7	3	4

§. 18.

Die bey den Gebäuden angebrachten Hölzer müſſen gleichfalls ihre gehörige Breite und Dicke haben. **Breite** heiſt die Abmeſſung nach der Richtung des Drucks, **Dicke** die, welche mit jener einen rechten Winkel macht. Hr. **Huth** giebt für die frey liegenden Hölzer eine praktiſche Regel, die ſich ſo abändern lieſſe:

> Jedes Zimmerholz, das gar nichts zu tragen hat und nach ſeiner ganzen Länge durchaus aufliegt, nehme man zu 5 Zoll dick und 7 Zoll breit. Auf jeden Fus ſeiner frey liegenden Länge aber verſtärke man die Dicke um $\frac{1}{5}$, und die Breite um $\frac{1}{4}$ Zoll.

So erhält man z. B. für einen auf eine Länge von 20 Fuſen frey liegenden Balken

die Dicke $= 5 + \frac{20}{5} = 9$ Zoll.

die Breite $= 7 + \frac{20}{4} = 12$ Zoll.

Liegt aber ein Holz ſchief, und iſt ſeine ganze Länge $= \lambda$, die Höhe ſeiner oberſten Stelle über ſeiner unterſten h,

ſo verſtärke man die Dicke von 5 Zollen auf jeden Fus der frey liegenden Länge um

$$\left(2 - \frac{h}{\lambda}\right) \cdot \frac{1}{10} \text{ Zoll,}$$

und die Breite von 7 Zollen um

$$\left(2 - \frac{h}{\lambda}\right) \cdot \frac{1}{8} \text{ Zoll.}$$

Die letzte Regel begreift die erſte mit unter ſich.

Man kann auch Säulen eben ſo dick als breit machen, und dann das Mittel zwiſchen der ſo berechneten Dicke und Breite nehmen.

Doch gilt die Anwendung auf Säulen nur bey den Scheidewänden. In den äuſſern Wänden dürfen Dicke und Breite der Eckſäulen um $\frac{1}{3}$, und die der Mittelſäulen um $\frac{1}{4}$ gröſser genommen werden. Wie bey den **Eck-** und **Mittelſäulen** der äuſſern Wände, ſo nimmt man auch die Stärke der **Thor-** und **Thürſäulen.**

Die **Schwellen** bekommen die Dicke der Mittelſäulen, ihre Breite kann 1 - $1\frac{1}{2}$ bis 2 Zolle mehr betragen.

§. 19.

Ein Boden erhält deſto gröſsere Feſtigkeit für eine darauf verbreitete Laſt, je gröſser die Anzahl von Balken iſt, auf welche ſie vertheilt wird. Alſo hängt die Beſtimmung der Entfernung, in welcher die Balken von einander liegen ſollen, von der Gröſse der Laſt ab, womit

ein Boden beſchwert werden ſoll. Zu den gewöhnlichen Beſchäftigungen, zu Zuſammenkünften von 12 bis 15 Perſonen, und den dabey angebrachten gewöhnlichen Hausmöbeln erhält man Balken genug, wenn ihre Mittellinien $2\frac{1}{2}$ bis $2\frac{3}{4}$ Fus von einander liegen. Bey beträchtlich ſtärkern Laſten und ſchädlichen Verrichtungen, die das Gebäude erſchüttern, kann jene Entfernung bis zu $2\frac{1}{4}$ Fus eingeſchränkt werden, und man kann dann noch mit **Durchzügen** oder **Trägern**, wodurch die freyliegende Länge der Balken abgekürzt wird, zu Hülfe kommen. Bey Fruchtböden ſoll jene Entfernung nicht über 2 Fus betragen, und nach Beſchaffenheit der größern Quantität der aufzuſchüttenden Frucht kein Balken auf mehr als 4 Fus Länge ganz frey liegen. Auch werden, wo ſehr beträchtliche Fruchthaufen aufgeſchüttet werden ſollen, die Durchzüge ſelbſten noch mit Säulen unterſtützt, und ſolche mit **Strebhölzern** oder **Bugen** verſehen, welche in die Durchzüge eingreifen.

§. 20.

Wo die erforderliche Balkenſtärke größer iſt, als ſie aus einem Stamme erhalten werden kann, da werden 2 auch wohl 3 Balken in einander **verzahnt** oder **verkammt**, welches durch parallelepipediſche oder durch ſchwalbenſchwanzförmige Ausſchnitte des einen und ähnliche Vertiefungen des andern Balkens geſchieht. Oder man belegt den oberen Balken auf ſeiner oberen, und den untern Balken auf ſeiner unteren Fläche mit einer breiten eiſernen Schiene, ſteckt durch ſolche und die Balken ſtarke eiſerne Bolzen mit Gewinden, welche oben hervorſtehen, ſo daß nun ſtarke eiſerne Muttern oben angeſchroben werden können.

§. 21.

Die Feſtigkeit, welche (§. 19.) Unterzüge, die mit Säulen unterſtützt ſind, dem Gebälke verſchaffen, muß man

man da, wo andere Umſtände die Unterſtützung mit Säulen verbieten, auf eine andere Weiſe zu erhalten ſuchen. Man verbindet zu dem Ende Säulen unter dem Dach entweder mit **Strebhölzern (Bügen)**, oder mit höher liegendem Gebälke, oder mit beyden zugleich, ſo, daß alle dieſe Hölzer zugleich dem Sinken der Säulen widerſtehen, eine Laſt alſo, welche die Säulen niederziehen will, zugleich den vereinten Widerſtand jener Hölzer überwinden muß. Die ſo verwahrten Säulen werden nun mit dem Balken, auf dem ſie ſtehen, durch ſtarke eiſerne Bänder, ſogenannte **Hängeeiſen**, feſt verbunden, indem dieſe Eiſen von unten nach oben durch den Balken ſo durchgeſteckt werden, daß die beyden Flügel des Eiſens eine ſolche Säule an ihrem untern Theil zwiſchen ſich faſſen, an die ſie nun mit ſtarken eiſernen Nägeln oder Schrauben befeſtigt werden. Man unterſtützt auch wohl das Gebälke mit einem Unterzug und befeſtigt in dieſem Fall auch den Unterzug mit eben dem Hängeeiſen an das Gebälke. Eine ſolche Befeſtigungsart, von der ſich mancherley Abänderungen gedenken laſſen, heiſt ein **Hängewerk**; die Säulen, woran die Hängeeiſen befeſtiget werden, **Hängeſäulen**.

§. 21.

Die Dauer des Holzes in feuchter, oder überhaupt abwechſelnder Witterung zu vergrößern, bedient man ſich verſchiedener Mittel; Pfähle werden an ihren untern Enden, Balken an ihren hervorſtehenden Köpfen etwas angebrannt; das Bauholz wird in Salzwaſſer gelegt, dann getrocknet, wieder in das Salzwaſſer gebracht und noch einmal getrocknet. Bey hölzernen Gebäuden, die immer einige Jahre ohne Bewurf des Holzes ſtehen ſollen, werden die Auſſenſeiten des Holzwerks, wenn ſolches keinen Bewurf bekommt, nach gehöriger Austrocknung mit Oelfarbe angeſtrichen.

§. 22.

Die Gebäude gegen das Feuer zu verwahren, iſt der vorerwähnte Gebrauch des Salzwaſſers, wenn es 18 bis 20 bis 24 Loth Salz in 100 Lothen Salzwaſſer enthält, gleichfalls behülflich. Das beſte Mittel aber iſt die Ueberſtreichung alles Gehölzes mit Leimen, auch kein Holz auf das andere zu legen, ohne Leimen dazwiſchen zu bringen. Alle Verlochungen, in welche Säulen, Riegel, Büge u. d. g. mit ihren Zapfen eingreifen, ſollen vorher mit Leimen ausgeſchmiert werden. Alle Zwiſchenräume oder Felder zwiſchen den Balken werden mit Leimen, der mit klein gehackten Stroh oder Ahnen vermiſcht iſt, ausgefüllt, auch Decken, Wände und Böden, bevor ſie bediehlt werden, damit überzogen, nachdem man vorher alle Zwiſchenräumchen mit hölzernen Keilchen, die in Leimenbrey eingetaucht worden, ausgekeilt hat. Der Leimen ſelbſt muß mit Salzwaſſer, noch beſſer wenn zugleich Alaun darinn aufgelößt iſt, angerührt ſeyn. Breterne Schiedwände müſſen vorzüglich eine ſolche Leimendecke bekommen, und weil ſolche leichter erſchüttert werden, alſo die Decke weniger haltbar iſt, ſo kann bey ſolchen die Hälfte von gekochtem Roggenbrey mit dem Leimenbrey vermiſcht werden. Der Dachſtuhl und alle Sparren und Latten werden eben ſo behandelt. Alle Thüren müſſen genau in ihre Oeffnungen einpaſſen, um allen Luftzug abzuſchneiden, die Schornſteine müſſen blecherne Fallthüren oder Schieber haben, die ſich leicht zuziehen oder einſchieben laſſen. Statt der Strohdächer auf dem Lande muß man Leimenſchindeln gebrauchen. Bey großen Gebäuden führt man Schiedmauern durch das ganze Gebäude u. d. g. Bey dem allen bleiben einige gute Handſpritzen und eine zu allen Zeiten mit Waſſer angefüllte Kufe in jedem Wohngebäude eine nothwendige Erforderniß.

Der

Der dritte Theil.

Von der innern Einrichtung der Wohngebäude nach dem Zwecke der Bequemlichkeit.

§. 23.

Die Bequemlichkeit erfordert, daß der Bewohner eines Gebäudes alle ihm nöthige Verrichtungen ohne ſolche Beſchwerden, welche die Einrichtung des Gebäudes verurſacht, darinn vornehmen kann. Daher muß jedes Wohngebäude folgende Stücke enthalten:

1) Die zu den mancheley Verrichtungen unmittelbar erforderlichen Zimmer und Plätze, mit bequemen Thüren.

2) Bequeme Vorplätze und Gänge, wodurch man ſo viel möglich zu jedem Zimmer unmittelbar eingehen kann, ohne durch eines der übrigen durchgehen zu müſſen.

3) Fenſter, welche den Zimmern die erforderliche Hellung und friſche Luft zuführen können.

4) Treppen aus den unteren Stockwerken in die obere.

5) Bequeme Herden in den Küchen und Oefen in den Winterſtuben.

6) Gut eingerichtete Schornſteine.

7) Die nöthigen Abtritte.

§. 24.

Die Beſtimmung (§. 23. No. 1.) hängt von dem Stand des Bewohners ab, für welchen das Haus gebaut

baut werden ſoll, und zugleich von dem Grad der Bequemlichkeit, welchen derſelbe verlangt. So könnte z. B. das Wohnhaus eines Profeſſors folgende zu No. 1. gehörige Plätze enthalten:

Eine Wohnſtube mit einer Kammer, eine Kinderſtube mit einer Kammer, eine Geſindſtube, eine Studirſtube, ein Zimmer zur Bibliothek, ein Zimmer zu Naturalien, Inſtrumenten und Modellen, ein Winter-Beſuchzimmer mit einer Kammer, ein Auditorium, ein Sommer-Beſuchzimmer mit einer Kammer. Beyde letztere dienen zugleich, Auswärtige beherbergen zu können. Ferner eine oder zwo Küchen mit zugehörigen Speiſekammern; eine Kammer, Schränke u. d. g. einzuſtellen, eine Kammer zur ſchwarzen Wäſche; einen guten Keller, eine Waſchküche, eine Holzlege. Uebrigens ſoll die kleinſte Kammer nicht unter 100, der größte Saal in einem Wohngebäude braucht nicht über 1600 Rhl. Qdr. Fus groß zu ſeyn. Die Höhe der Zimmer ſollte nie unter 9 Rhl. Fus betragen.

Der **Vorplatz** (§. 23. No. 2.) ſoll im unterſten Stockwerk niemalen unter 6 Rhl. Fuſen breit ſeyn, die Gänge in den obern Stockwerken niemalen unter 4½ Rhl. F. Von Bauernhütten iſt hier die Rede nicht.

Die **Fenſter** (§. 23. No. 3.) ſollen auf 18 Quadratfus Bodenfläche eines Zimmers wenigſtens 1 Quadr. F. Lichtöffnung geben. Mehr als 1 Q. F. Lichtöffnung auf 12 Q. F. Bodenfläche iſt allemal überflüßig. Ich verſtehe hier unter Lichtöffnung die Fenſteröffnung nach Abzug des Flächenraums, welchen die Fenſterrahmen nöthig haben. Die Staffeln der **Treppen** ſollten nicht unter 4½ Fus lang, nicht unter 1 Fus breit, und nicht über 7 Zoll hoch ſeyn, auch ſollte keine Treppe über 15 Staffeln

feln haben, ohne durch einen **Ruheplatz** gebrochen zu werden.

Die **Herden** werden von Ziegel- oder andern Steinen parallelepipediſch aufgeführt, mit einem darunter hinlaufenden Aſchengewölbe, auch zur Schonung des Holzes mit größern und kleinern Vertiefungen, welche unten Röſte bekommen, zu welchen die Luft von unten mittelſt eines Schiebers mehr oder weniger beygelaſſen werden kann. Der Herd wird mit eiſernen Platten belegt. Seine ganze Höhe darf nicht über 30 Zolle betragen; die Gröſſe ſeiner obern Fläche hängt von dem beſondern Gebrauch ab, wozu er beſtimmt iſt, doch darf ſie wohl niemalen unter 30 Quadr. Fuſe betragen, wohl aber auch 70-80 u. m. Q. F.

Die **Oefen** werden theils aus geſchmiedeten Blechen vernietbet, theils aus gegoſſenen Platten mit Eckſchienen zuſammengeſchroben, theils in runden Stücken von mancherley Formen gegoſſen, und in mehreren Aufſätzen auf einander geſetzt, theils aus Kacheln zuſammengeſetzt. Der Ofen muß allemal eine beſondere Schüröffnung und eine beſondere Abzugöffnung haben. Es iſt aber der Oekonomie ſehr nachtheilig, wenn die Wärmetheile zu ſchnell durch die letztere Oeffnung abziehen können; man bringt daher im Ofen Zirkulirgänge an, läßt auch wohl die Wärmetheile nicht unmittelbar aus dem Ofen wieder in die äuſſere Luft abziehen, ſondern nöthigt ſie, ihren Abzug durch Röhren zu nehmen, die man im Zimmer mit dem Ofen verbunden hat, und die durch eine Wand bis in die äuſſere Luft geleitet werden.

Statt der Oefen bringt man auch zuweilen **Kamine** an, d. i. kleine Feuerſtätten an der hierzu etwas ausgehölten Wand eines Zimmers, die gegen das Zimmer 3-4-5 Fus hoch offen ſind, und über dieſer Höhe unmittelbar einen Schornſtein haben. Es erhellet von ſelbſten, daß dieſes unter allen Arten, Zimmer zu erwärmen,

men, die verſchwenderiſchte iſt; daher ſie auch nur in Zimmern anwendbar iſt, die ſelten geheitzt werden, in Sälen, Schlafzimmern u. d. g.

Die **Schornſteine** ſind die Kanäle zum Abzug des Rauchs. Jede Feuerſtätte bekommt ihren eigenen. Inzwiſchen können mehrere, bevor ſie das Dach erreichen, **zuſammengeſchleift**, d. i. in einen Kanal zuſammengeführt werden; doch müſſen zwey ſolche zuſammengeleitete Kanäle noch auf eine kurze Strecke durch eine **Zunge**, d. i. durch eine im gemeinſchaftlichen Kanal angebrachte Scheidewand von einander abgeſondert bleiben, und dieſe Zunge muß der Richtung des gemeinſchaftlichen Kanals oder Schornſteins parallel laufen. Jeder Schornſtein wird wenigſtens 18 Zoll hoch bis über die Forſte des Dachs hinaus geführt, am beſten durch die Forſte ſelbſten. Im Lichten ſoll ſein Querſchnitt in die Breite nie unter 14, in die Länge nie unter 18 Zoll betragen. Die **Abtritte** müſſen ſo angelegt ſeyn, daß ſie nicht leicht ins Auge fallen, wozu Seitenwendungen der Gänge am beſten dienen. Ihre innere Weite ſollte niemalen unter 12 Q. Fus betragen. Es wäre ſehr gut, wenn man überall aus dem unteren Theil eine Röhre durch den Abtritt herauf, und dann in die freye Luft leitete.

§. 25.

Für die Geſtalt und Abmeſſungen der Dächer hat man mancherley Regeln. Am gewöhnlichſten ſind diejenigen, welche auf 2 gegen über ſtehenden Seiten eines Gebäudes entweder eine gradausgehende oder eine gebrochene ſchiefe Fläche bilden; letztere heiſen **gebrochene, franzöſiſche**, oder **Manſardendächer**; erſtere ſind die gebräuchlichſten, ihre Höhe kann ſich zur Breite oder zur Länge der obern Balken verhalten, wie 3 zu 5. Die Ver-

Verhältniß 1 : 1 giebt ein unförmliches, die 1 : 2 ein für den Abfluß des Regens zu flaches Dach.

Der vierte Theil.

Von der Einrichtung der Gebäude nach dem Zwecke der Schönheit, Zierde und Pracht.

§. 26.

Die Beobachtung der Symmetrie und der Eyrithmie beſtimmt die weſentliche Schönheit eines Gebäudes. Letztere beſteht in der richtigen Verhältniß der verſchiedenen Abmeſſungen, aller am Gebäude vorkommenden Stücke, unter einander. Z. B. Fenſter, deren Höhe bey einem hohen Stockwerk nicht gröſſer als die Breite wäre, imgleichen Fenſter, deren Breite zur Höhe zwar in einer richtigen Verhältniß ſtände, die aber bey einem Stockwerk von mittler Höhe nur eine Oeffnung zu 4 Quadr. Fuß groß hätten, ſtritten gegen die Eurithmie. Erſtere beſteht in der Gleichheit ähnlicher Stücke in gleichen Entfernungen von einer durch die Mitte der zugleich ins Auge fallenden Wand gelegten oder gedachten lothrechten Ebene.

§. 27.

Es iſt daher nicht genug, einem Zimmer durch Fenſter ſoviel Lichtöffnung zu geben, als nach §. 24. nöthig iſt, ſondern es müſſen auch dieſe Fenſter eine der Eurythmie angemeſſene Breite und Höhe haben, und eine ſolche Lage, daß nicht nur von Auſſen beym Anblick des ganzen Gebäudes, ſondern auch von innen bey Betrachtung

trachtung der zu einem einzelen Zimmer gehörigen Wand-fläche Symmetrie wahrgenommen wird.

§. 28.

Zierliche Gebäude müſſen nicht blos nach den Regeln der Symmetrie und Eurythmie gebaut ſeyn, ſie müſſen dem Auge zugleich Beweiſe eines geſchmackvollen Künſtlers darſtellen; es müſſen dabey Umformungen der rohen Materialien ins Auge fallen, welche Kunſt und Geſchmack verrathen. Dahin gehört vorzüglich die Anwendung jener zierlichen Ausarbeitungen der 5 Säulenordnungen, nach welchen entweder einzele Säulen oder ganze Wände aufgeführt werden.

§. 29.

Prachtgebäude verdienen nur diejenigen ſchönen und zierlichen Gebäude genennt zu werden, welche in Vergleichung mit gewöhnlichen Wohngebäuden eine auffallende beträchtlichere Gröſſe im Ganzen und in ihren einzelen Theilen haben. Kleinere Gebäude werden durch überhäufte Zierrathen oft verunſtaltet, niemals aber dadurch zu Prachtgebäuden umgeſchaffen.

Der fünfte Theil.

Von den ökonomiſchen Gebäuden.

§. 30.

Gebäude, welche auſſer dem Wohnhaus zur Viehzucht, Feld- und Wieſenbau erforderlich ſind, heiſen **ökonomiſche Gebäude**. Dahin gehören hauptſächlich **Scheune, Fruchtmagazine und Stallungen.**

§. 31.

Die **Scheunen** ſollen zur Einführung der Erndegarben, dem Ausdreſchen und dem nachherigen Aufbewahren des nach dem Ausdreſchen ſich ergebenden Strohes, imgleichen zum Einlegen des Heues und Grommets dienen. Sie beſtehen daher aus den **Dreſchfluren**, in welchen ſich der Dreſchboden, die **Tenne** befindet, den **Banſen**, oder den nur durch $3\frac{1}{2}$ bis 4 Fus hohe Scheidwände von der Dreſchflure abgeſonderten Behältniſſen, und den auf dem Balkenlager zum Theil zugerichteten Lagerplätzen für das Futter.

§. 32.

Weil hoch beladene Fruchtwägen in die Dreſchflure muß eingeführt werden können, ſo dürfen die äuſſern Wände **nicht unter** 14 Fus hoch ſeyn; gewöhnlich fällt daher dieſe Höhe zwiſchen 14 und 18 landübliche Fus. Länge und Breite der ganzen Scheune hängt von der gröſſern oder geringern Beträchtlichkeit des Feldbaues und des Viehſtandes des Eigenthümers ab, die alſo auch allein den Maasſtab für Länge und Breite der Banſen abgeben kann. Das Gebälke braucht hier begreiflich nicht ſo nahe beyſammen zu liegen, wie in Wohngebäuden; es iſt genug, wenn von 4 zu 4 Fuſen, bis zur Balkenmitte gemeſſen, ein Balken liegt. Auch iſt hier blos über den Wänden ein Gebälke nöthig, zu unterſt fällt es ganz weg.

§. 33.

Zur Herrichtung der Tenne bedient man ſich eines fetten Leimens, der noch ſeine Feuchtigkeit hat, oder, welches aber nicht ſo gut iſt, hinlänglich angefeuchtet wird. Dieſer wird 12 - 15 - 18 Zoll hoch ſo dicht als möglich aufgedammt, und hiernächſt noch eine Schichte von dergleichen ſehr ſorgfältig gereinigtem Leimen, der aber zugleich mit Hammerſchlag oder Eiſenfeilſpähnen,

Ochſenblut und Pferdeurin vermiſcht, aufgetragen und eben geſchlagen. So zugerichtet muß nun die Oberfläche der Tenne etwas höher liegen, als die Thorſchwelle, damit die eingeführten Wagen nicht durch einen ſonſt entſtehenden Fall von der Schwelle herab den Boden verderben.

§. 34.

Das Gebälke unter dem Dach wird nicht bediehlt, und nur in ſoweit mit Bretern, die 1 — 1½ Fus weit von einander liegen dürfen, oder mit Stangen belegt, als man für einzulegendes Futter beſondere Lagerplätze verlangt.

§. 35.

Einigermaßen den nach der Bedürfniß erforderlichen Platz beſtimmen zu können, dienen noch folgende Angaben.

Die Breite der Tenne ſoll **nicht unter** 14 Rhl. Fuſe betragen.

Ein Schock oder 60 Garben Getreide, giebt beyläufig nur noch ein halbes Schock Stroh.

Ein Schock Waizen- und Roggenſtroh, das Bund etwa 20 Pfund ſchwer, erfordert 300 K. F. Raum.

Alſo ein Schock Erndegarben von dieſer Größe eben ſoviel.

Ein Schock Gerſte 240 K. Fus

— — Haber und Erbſen 200 K. F.

— — Linſen, Buchwaizen und Wicken 180 K. F.

Es verſteht ſich, daß dieſes nur beyläufige Angaben ſind.

§. 36.

Getraidmagazine ſind eigene, zum Aufbewahren des Getraides beſtimmte Gebäude, deren zweckmäßige Einrichtung für jeden Staat von Wichtigkeit iſt.

Eine

Eine etwas erhöhte Lage über einem nicht feuchten Grund mit einem unter dem unterſten Boden ins Kreuz durchgeführten Gewölbe, und dabey eine ſolche Stellung, daß die Mittagsſonne den wenigſten Einfluß auf das Gebäude hat, ſind bey dergleichen Magazinen wichtige Erforderniſſe.

§. 37.

Man ſchüttet das Getraide entweder nur 15 - 18 - 22 Zolle hoch über einem Boden auf, oder 8 - 10 - 12 - 15 Fus hoch und noch höher. Dabey beträgt doch auch im erſten Fall die Höhe eines Stockwerks nie **unter** 10 Fuſen, wobey alſo ſehr viel Raum verlohren geht, den man wieder durch Vergröſſerung der Bodenflächen und dadurch, daß man mehrere Böden über einander ſetzt, zu gewinnen ſucht. Allemahl aber müſſen ſowohl nahe unter jedem Boden, als nahe über demſelben eine hinlängliche Anzahl von Oeffnungen angebracht werden, weil der Kornwurm, der nur in verdorbener Luft lebt, dadurch abgehalten wird, daß beſtändig gute Luft zugeführt wird.

§. 38.

Bey Fruchtmagazinen der erſten Art (§. 37.) wird einerley Kornmaſſe begreiflich weit mehr reine Luft zugeführt, als bey denen der andern Art. Um alſo doch auch dieſe, wo es ſonſt am nöthigen Raum fehlen würde, gebrauchen zu können, muß man dafür ſorgen, daß das Korn vor dem Aufſchütten in den Zuſtand gebracht werde, worinn es zur Erzeugung verdorbener Luft weniger geſchickt iſt, d. i. in einen hohen Grad von Trockenheit, ſ. v. **Cancrin Abhandlung von einer feuerfeſten am Brand ſparenden Fruchtdarre.** Gieſen 1790. und **Stieglitz Encyklop. der bürgerl. Baukunſt** unter dem Artikel **Darre.**

Eben darum müſſen aber auch Balken und Dielen der Böden vorzüglich ausgetrocknet ſeyn.

Uebrigens muß beſonders bey Magazinen der andern Art auf die nöthige Stärke der Balken und Pfoſten, welche dem Druck ausgeſetzt ſind, vorzüglich Rückſicht genommen werden.

Man thut wohl, wenn man ſchon bey Magazinen der erſten Art Balken von der oben beſtimmten Stärke nicht über 14 bis 15 Zoll weit im Lichten von einander legt, und ſie nach ihrer Länge von 8 zu 8 Fuſen mit 12 bis 14 Zoll breiten Trägern, die ſelbſten wieder nach ihrer Länge von 8 zu 8 Fuſen mit Säulen unterſtützt ſind, unterzieht.

Bey Magazinen der andern Art ſollen die Balken höchſtens 12 Zoll weit im Lichten von einander liegen, die Träger nie unter 14 Zoll breit ſeyn, auch nicht über 5 Fus weit im Lichten von einander liegen, und die Säulen überdas Büge oder Streben haben, die in die Träger eingreifen.

Breter zu 1 Zoll dick, ſind im erſten Falle hinlänglich, dann kann man aber für jeden Fus, um welchen die Frucht höher als 2 Fus aufgeſchüttet wird, der Breter- oder Dielendicke noch $\frac{1}{6}$ Zoll zuſetzen. So ergäbe ſich alſo für Magazinböden, auf welchen das Getraide 8 Fus hoch aufgeſchüttet werden ſoll, eine Dielendicke von $1 + (8 - 2) \cdot \frac{1}{6}$ d. i. von 2 Zollen.

Uebrigens werden die Diehlen $\frac{1}{2}$ bis $\frac{3}{4}$ Zoll breit in einander gefalzt, damit bey allenfalſigem Schwinden die Körner nicht zwiſchen ihren Fugen durchfallen können.

§. 39.

Schaafſtälle für anſehnliche Schäfereyen ſollen nie unter 10 Rhl. Fuſen hoch ſeyn, und bekommen wegen des bey ſolchen öfters nöthigen Ein- und Ausfahrens, welches letztere auch rückwärts geſchehen kann, wenigſtens eine dieſem Zwecke angemeſſene große Thoröffnung.

Luft-

Luftöffnungen ſind dabey unentbehrlich. Eine Reihe ſolcher Oeffnungen kann an der einen Wand nach der Länge des Stalls nahe unter der Decke, auch in der Decke ſelbſten angebracht werden, die andere vielleicht am beſten in der gegenüberſtehenden Wand nahe am Boden, wenn hier nur durch eine nach der Länge des Stalls aufgeführte 4 bis 5 Fus hohe Wand der Luftſtrohm von dem Schaafſtand abgehalten und nach oben geleitet würde. Im Durchſchnitt genommen, ſoll für jedes Stück einer Schäferey die Bodenfläche des Schaafſtalls wenigſtens 7 Rhl. Quadr. Fus halten.

§. 40.

Die Kühſtälle bedürfen für jede Kuh 30 bis 32, für jedes Kalb 20 bis 24 Q. Fus Fläche für den Boden, und eine Höhe von 9 bis 10 Fuſen. Sie ſtehen, wenn ihrer nicht über 10 Stück ſind, in einer Reihe; bey einer größern Anzahl werden ſie einander gegenüber geſtellt, entweder mit den Köpfen gegen einander gegen die Wände. Von den Köpfen weg, oder von den Vorderfüſen gegen die Hinterfüſe bekommt der Boden 3 bis 4 Zoll Abhang. Uebrigens muß auch hier für gehörigen Luftzug geſorgt werden.

§. 41.

Pferdeſtälle erfordern für jedes Pferd ſammt Gang und Krippe eine 16 Fus lange und 5 Fus breite Bodenfläche; nur wenn bey doppelten Richten die Pferde mit den Köpfen gegen die Wände gekehrt ſind, alſo nur ein Mittelgang nöthig iſt, reicht eine Länge von 14 Fuſen hin. Die Höhe ſoll nicht unter 12 Fuſen betragen, wohl aber, wo ſehr viele Pferde beyſammen ſtehen, 14 bis 15 Fuſe. Lichtöffnungen müſſen niedrig ſeyn und ganz nahe unter der Decke angebracht ſeyn. Zur Abführung der Dämpfe können große Oeffnungen in der Decke angebracht ſeyn, und von ſolchen breterne Kanäle zum Dach hinausgeführt werden.

§. 42.

Bey Schweinſtällen rechnet man

für ein Zuchtſchwein mit ſeinen Jungen einen beſondern Platz von 24 Quadr. Fuſen,

für Färken auf jedes Stück 5 Q. Fus,

— einjährige Schweine 8 —

— zweyjährige = 10 —

Der ſechſte Theil.

Von den Baurissen.

§. 43.

Jede Zeichnung von zuſammengehörigen Theilen eines Gebäudes, welche dieſe Theile dem Auge in eben der Verhältniß unter einander darſtellen, in welcher ſie demſelben aus irgend einem Geſichtspunkt betrachtet, wirklich erſcheinen würden, heiſt ein Bauriß. Hierher gehören:

die Grundriſſe

die Aufriſſe, Standriſſe, orthographiſche Riſſe,

die Profilriſſe, Profile, Durchſchnitte,

die perſpektiviſchen Riſſe, ſcenographiſchen Riſſe.

§. 44.

Eigentlich ſind die Grundriſſe ſchon unter den Profilen oder Durchſchnitten mit begriffen.

Man

Man gedenke ſich nämlich eine Ebene wie man will durch ein Gebäude gelegt, ſo durchſchneidet ſie alle Theile des Gebäudes, die der Ebene in dieſer Lage begegnen. Werden nun alle dieſe einzelen Durchſchnittsflächen nach einem verjüngten Maaßſtabe eben ſo auf die Ebene des Papieres gezeichnet, wie ſie in jener großen Durchſchnittsebene neben einander liegen, ſo hat man ein Profil vom Gebäude für die beſtimmte Lage der Durchſchnittsebene. Eine lothrechte Durchſchnittsebene giebt alſo lothrechte Profile, und zwar **grade** Profile, wenn die Durchſchnittsebene den Hauptwänden gleichlaufend iſt, oder auch ſolche unter gleichen Winkeln ſchneidet, **ſchrege** Profile, wenn die lothrechte Durchſchnittsebene die erwähnte Lage nicht hat. Eine **horizontale** Durchſchnittsebene giebt ein horizontales Profil vom Gebäude in derjenigen Höhe des Gebäudes, durch welche man ſich die Durchſchnittsebene gelegt gedenkt. Inzwiſchen nennt man Bauriſſe der letztern Art nicht Profile, ſondern **Grundriſſe.**

§. 45.

Begreiflich laſſen ſich von jedem Gebäude ſo viele Grundriſſe verfertigen, als verſchiedene Höhen man wählen kann, in welchen man ſich das ganze Gebäude von einer horizontalen Ebene durchſchnitten gedenkt. Eine ſolche Durchſchnittsebene durch den Keller gelegt, giebt einen Kellergrundriß oder **Kellerriß**; eine Durchſchnittsebene in der Höhe, wo die Balken liegen, giebt einen **Balkenriß**, in der Höhe, wo die Fenſteröffnungen anfangen, giebt ſie nach der Nummer des Stockwerks, einen **Grundriß des erſten, zweyten, dritten u. ſ. Stockwerks.** In ſolche Grundriſſe von Stockwerken werden nicht durchſchnittene Haupttheile des Gebäudes, die in eben dem Stockwerk liegen, eben ſo in den Grundriß gezeichnet, als wenn die angenommene Durchſchnittsebene auch durch ſie durchgienge, wenn nur dergleichen Theile auf der Bodenfläche eines ſolchen Stockwerks

wirklich aufſitzen, z. B. Oefen mit ihren Schüröffnungen, wenn ſie gleich ſo niedrig wären, daß ſie von einer durch den Anfang der Fenſteröffnungen gelegten horizontalen Ebene nicht berührt würden, Küchenherde u. d. g.

§. 46.

Aufriſſe ſtellen die Gebäude ſo vor, wie ſie von auſſen einem Auge erſcheinen würden, das in einer durch das Gebäude durchgehenden horizontalen Ebene in unendlicher Entfernung erſcheinen würde. Oder man gedenke ſich auſſerhalb dem Gebäude eine lothrechte Ebene, und nun von allen Grenzpunkten aller einzelen Theile des Gebäudes ſenkrechte Linien auf dieſe Ebene gezogen, ſo entſteht auf der Ebene ein Bild vom Gebäude, welches der Aufriß heiſt; dieſer iſt alſo die ſenkrechte Projektion aller äuſſern Theile des Gebäudes auf eine lothrechte Ebene, nur nach dem verjüngten Maasſtabe verzeichnet.

Die lothrechte Ebene kann eine Lage haben, wie man will; iſt ſie der langen Seite des Gebäudes gleichlaufend, ſo giebt die Projektion den **Aufriß in die Länge**; iſt ſie der breiten gleichlaufend, ſo giebt die Projektion den **Aufriß in die Breite**; iſt die Ebene keiner von beyden Seiten gleichlaufend, ſo fällt ſowohl von der langen als von der breiten Seite eine Projektion auf die Ebene, und ſo ergiebt ſich ein **Aufriß über Ecks**.

§. 47.

Was Profilriſſe ſind, **grade** und **ſchrege**, iſt ſchon (§. 44.) erklärt worden. Die Bemerkung am Ende §. 45. gilt auch hier auf eine ähnliche Art. Wo nämlich die Durchſchnittsebene in einem Stock durch leere Räume zwiſchen Wänden durchgeht, da bringt man die hinter der Durchſchnittsebene befindliche erſte Wand ſtatt der leeren Stelle mit ihren Thüren, ſo mit in die Zeichnung, als wenn die Durchſchnittsebene durch dieſe

Wand

Wand durchginge; eben ſo verhält man ſich mit Verzeichnung einer Wand, welche die Durchſchnittsebene quer durchſchneidet, man zeichnet nämlich dieſen Durchſchnitt der Wand ſo, als wenn die Durchſchnittsebene, wenn ſie wirklich kein Fenſter in der Wand trift, in paralleler Lage durch das erſte in dieſer Wand hinter der Durchſchnittsebene liegende Fenſter durchginge. Ueberhaupt gedenkt man ſich die zunächſt hinter der Durchſchnittsebene befindlichen beſondern Theile des Gebäudes bis in die Durchſchnittsebene hervor gerückt, und bringt ſie ſo mit ins Profil. Man beobachtet dieſes auch bey den Dachfenſtern, bey den Schornſteinen u. d. g. Daher enthält ein Profil oft vielerley Gegenſtände, die nicht in einem einzigen, ſondern in ganz verſchiedenen lothrechten Durchſchnitten des Gebäudes liegen, und zuweilen läßt man die zunächſt hinter der Durchſchnittsebene befindliche Wand ganz weg, um Gegenſtände, die hinter dieſer Wand liegen, in das Profil zu bringen.

§. 48.

Die perſpektiviſchen Riſſe zeigen die Theile eines Gebäudes nicht nach ihrem Durchſchnitte mit einer Ebene, ſondern ſtellen ſowohl die einzelen Theile als die äuſſern Flächen dieſer einzelen Theile im Kleinen ſo vor, wie ſie im Groſſen unter mannigfaltigen Winkeln zuſammengeſetzt, und in verſchiedenen Entfernungen dem an einem gewiſſen Punkt angenommenen Auge erſcheinen. Dieſes geſchieht nach den Regeln der **Perſpektiv.**

§. 49.

Die nothwendigſten Bauriſſe ſind die **Grundriſſe** vom Keller, den verſchiedenen Stockwerken und Balkenlagern, und **Aufriſſe, in die Länge und in die Breite.** Zur Beurtheilung des Bauherrn, ob das künftige Gebäude nach ſeiner ganzen Einrichtung ſeiner Abſicht entſpreche, imgleichen zur Belehrung des Zimmermeiſters, der die Verzimmerung übernimmt, ſind jene Riſ-

ſe ſchon hinreichend. Zuweilen werden aber noch über das Profile verlangt, da man dann die Durchſchnittsebenen in ſolchen Stellen nehmen muß, wo vorzüglich intereſſante Gegenſtände in die Profile fallen. Man bleibt dann aber gewöhnlich nur bey **graden** Profilen ſtehen, und verfertiget eines **nach der Länge**, und eines **nach der Breite**, bey großen Gebäuden auch wohl mehrere. **Perſpektiviſche Riſſe** von Gebäuden dienen eigentlich gar nicht zum Bauen, ſondern ſollen für ſich ſelbſt als natürliche Darſtellungen zierlicher und prächtiger Gebäude das Auge ergötzen. Perſpektiviſche Riſſe von gemeinen Gebäuden ſind daher beynahe ganz zwecklos und der Mühe nicht werth, die man bey genauer Beobachtung der perſpektiviſchen Regeln darauf verwenden muß, wenn nicht etwa Scenen dadurch abgebildet werden, die durch anderen Reitz erſetzen, was den Gebäuden an Schönheit, Zierde und Pracht abgeht.

§. 50.

Zum Zeichnen ſelbſten kann hier keine nähere Anweiſung gegeben werden. Man findet ſolche in ausführlichern Werken. Anfänger können ſich der von **Lucas Voch** herausgegebenen **deutlichen Anweiſung zur Verfertigung der Bauriſſe** ꝛc. 2te Aufl. mit Nutzen bedienen.

L.

Ende der Baukunſt.

Regi-

Regiſter
über Wolfs Auszug.

Die Zifern bedeuten die §§en.

Rechenkunſt.	R.
Algebra.	A.
Geometrie.	G.
Trigonometrie.	T.
Höhere Geometrie	h. G.
Differentialrechnung.	D.
Integralrechnung.	J.
Mechanik.	M.
Hydroſtatik.	H.
Aerometrie.	A.
Hydraulik.	H.
Optik.	O.
Catoptrik.	C.
Dioptrik.	D.
Perſpektiv.	P.
Aſtronomie.	Aſtr.
Geographie	G.
Chronologie.	C.
Gnomonik.	Gn.
Artillerie.	Ar.
Fortiſication.	F.
Baukunſt.	B.

A.

Abdachung. F. 18
Abend. Aſtr. 25.
Abenddämmerung ſ. Dämmerung.
Abenduhr Gn. 8. 19.
Aberration. Aſtr. 241 b.
Abirrung des Lichtes. Aſtr. 241 b.
Abſciſſen. h. G. 6.
Abſciſſenlinie. h. G. 6.
Abweichende Uhr ſ. Sonnenuhr
Abweichung einer Fläche v. der Mittagsfläche. Gn 3
Achromatiſche Gläſer, Fernröhre } D. 13 d
Addiren. R. 9. 38
Adernhaut. O. 27 a
Adſpect. Aſtr. 315
Aehnlichkeit G. 4
Aequatio Centri. Aſtr. 258
Aequator. Aſtr. 14. G. 9. 14. 4.
Aequinoktialpunkt. Aſtr. 76 a. 237. 243. VI
Aequinoctialuhr. Gn. 9
Aequinoktium. H. 76
Aera. C. 40
Aerometrie A. 2
Aggregat. R. 9. A. 15 b
Algebra. A 1
Algebraiſche Aufg. A. 35 ſq. 70
Alternatio rationum
Allmählige Fortpflanzung des Lichtes Aſtr. 241 b
Amben. A. 47 a
Amplitudo
Angle de l' epaule. F. 55
Angulus ad ☉
  incidentiae O. 11. 12 a
  refractionis. O. 16
Anomalie Aſtr. 249. 255. 256.
Anlage. Baukunſt.
Anſteckkiehl H. 10 a
Antichthones H. 8
Antipodes. daſ.
Aphelium. Aſtr. 244. 277
Apogäum. Aſtr. 245
Approchen. F. 132
Apſiden. Aſtr. 246
Arbeiten, arithmetiſche anzuzeigen. R. 51 b
Archimediſche Schnecke ſ. Waſſerſchnecke
Arcus viſionis. Aſtr. 110
Argument d. Inclination Aſtr. 265
Arithmetik. R. 1
Arithmetiſche Progreſſion, ſ. Progreſſion
Artillerie. Ar. 1.
Aſcenſionaldifferenz. Aſtr. 79
Aſcenſio recta. Aſtr. 76.
  obliqua. Aſtr. 78.
Aſtronomie. Aſtr. 1
  comparative. 214
Atmoſphäre d. ☉. Aſtr. 139
  — der Planeten. 196
  — des ☽. 151 b
Aſymptote. h. G. 25. VI. 29. II.
Aufgaben, algebraiſche
  — aufzulöſen. A. 35 ꝛc.
Aufgang. Aſtr. 24.
Aufhebung eines Bruchs, ſ. Bruch
Aufſatzröhre. H. 10 a
Aufſteigung ſ. Aſcenſio
Auge. O. 19
  — kurzſichtiges. 29 a. D 16 b
  — weitſichtiges. D 13 c. 16 c.
Augengläſer. D. 23
Augenpunkt. P. 4.
Auſſenwerke. F. 65

Aus-

Ausfälle. F. 27 a
Ausziehung der Wurzeln, ſ. Wurzel
Axe der Planeten. Aſtr. 194. 196. 151 a
— eines Glaſes. D. 9 a
— groſſe, kleine, Ellipſe, h. G. 22. VII
— conjugirte. daſ.
Azimuth. Aſtr. 82
Azimuthaluhr. ſ.

B.

Bahnen der Planeten. Aſtr. 242. 243.
Banquet. F. 59
Barometer. A. 35
Barometerhöhe A. 37
Baſis d. Log. Syſtems. J. 8 und T. 15 c
Baſtey F. 23
Baſtardbruch. R. 62 a
Batterie. F. 135.
Baukunſt. B. 1 — 10.
Bedeckungen. Aſtr. 216.
— der Gläſer D 13 c. 36
Bejaht. A. 15 b
Beleuchtung. O 8 c.
Berge im ☽. Aſtr. 292.
— in d. ♀. Aſtr. 192.
Berme. F. 57.
Beſchleunigende Kraft M. 48 u
Beſchleunigung M. 48 u
Beſtändige Defenslinie. F. 40.
Beugung d. Lichtes. D. 37.
Bewegende Kraft. M 48 s
Bewegung ſcheinbare. O. 58.
— tägl. Aſtr. 10. 43
— eigene Aſtr. 43.
— eigene d. Fixſterne. 241 c
— mittl. Bew. Aſtr. 252. 277
— wahre. Aſtr. 253
Bewegungspunkt. M. 22.
Bilder im Auge. O. 20. 30 b
— in Spiegeln C. 6. 9. 15. 18. 19. 34.
— warum rauhe Flächen keine machen. C. 12 b
— hinter Gläſern. D. 10 b. D. 12
— Perſpectiviſche. P. 3
Bodenſtück. Ar. 20
Böſchung. F. 18
Bogenſchuß. Ar. 33
Böller. Ar. 34
Bollwerk. F. 23. 24. 27 a. 28
Bollwerksohr. F. 32 a
Bollwerkspünte. F. 25
Bollwerkswinkel. F. 51
Bombe. Ar. 37. 33 b
Brandröhre. Ar. 37. 38
Breſche. F. 146
Brechung. D. 9. 13. 14. O. 15
Brechungsebene. O. 17
Brechungsverhältniß. D. 3 a. 9 a.
Breite eines Sterns. Aſtr. 89. 275
— geographiſche. G. 22
Brennglas. D. 11.
Brennraum. C. 25 a
Brennpunkt. C. 33. D 10 a. h. G. 24. VI
Brennweite. D 10 a
— d. Objektiv u. Oculargl. D. 29. 40.
Brennſpiegel. C. 25
Brille. F. 92. D. 16 c
Bruch. R. 61 — 71
Brücken. F. 27 a
Bruſtwehre. F. 13
Büchſenmeiſtereykunſt. Ar. 2
Buchſtabenrechenkunſt. A. 3. 19—22.

C.

Calendae. C. 37
Calender, immerwähr. C. 51
— verbeſſert. C. 77. (5)
— Reichs= C. 77. (5).
Caliber. Ar. 15
Caliberſtab. Ar. 16. 19.
Camera obſcura. O. 30
Canonen. Ar. 11. ſ. Stücke
Capitallinie. F. 47
Caponieres. F. 82. 84
Carcaſſen. Ar. 41
Cardinalgegenden. G. 47
Carthaune. Ar. 11
Caſematten. F. 27 a
Caſtelle. F. 112
Catoptrik. C. 1
Centriwinkel. F. 56
Centrifugalkraft } Aſtr. 243. I.
— petalkraft } u. M. 48 dd
Centrum grauitatis ſ. Schwer= punkt
Chaldäiſche Scrupel. C. 9
Characteres chronologici. C. 43
Chemin couvert. F. 74
Choroidea. O. 27 a
Chriſti Geb. C. 71.
Chronologie C. 1
Circul, excentriſcher. Aſtr. 254
Circullinie ſ. Kreis
Circuli diurni. Aſtr. 26
Circumvallationslinie. F. 124
Citadelle. F. 112
Climata. G. 31 a. G. 46
Cörper, perſpectiviſch zu zeich= nen. P. 13
Combinationen. A. 47 a
Combinatoriſche Analytik. A. 47 d
Cometen. Aſtr. 306
Commutationswinkel. Aſtr. 271
Concilium Nicaeum. C. 76.
Conchoide. H. G. 27. 28.
Conjunction. Aſtr. 315
Conus ſ. Kegel
Conſtruiren. H. G. 2
Contraminen. F. 86
Contravallationslinie. F. 128
Contreguarde. F. 69
Contreſcarpe. F. 74. 140. 142
Cornea. O. 19
Cortine. F. 27
Coſinus zu differentiiren. D. 23
Crepusculum ſ. Dämmerung
Crownglas. D. 13 d
Cubus ſ. Würfel
Cubikwurzel. R. 73. 79
Curtirte Weite. Aſtr. 269
Cunette. F. 64 a
Cyclus indictionum. C. 66
— lunae. C. 53
— Solis. C. 45
Cylinder. G. 179

D.

Dämmerung. Aſtr. 114. G. 39
Dämpfe und Dampfmaſchinen. A. 12
Declination. Aſtr. 66.
Declinatorium magnet. Gn. 3 a
Declinirende Uhren. Gn. 22
Decimalbrüche. R. 71 a
Defendirende Linie. F. 40
Defenſion. F. 6
Defenslinie. F. 40
Delphine. Ar. 22.
Demigorges. F. 44
Demilune. F. 68
Deſcenſionaldifferenz. Aſtr. 79
Deutlichkeit. D. 18 a. 22. 29.

Dia=

Diameter Verhältn. zum Umkreiſe zu finden. J. 12
— der Planeten ſ. Durchm.
Differenzen. D. 1. 5. R. 12
Differentialen. D. 3
Differentialformeln. D. 20ꝛc.
— trigonom. D. 21.
— logarithm. D. 26. 31
Differentialgleichung. D. 9
— verhältniß. D. 3. 5
Dignität ſ. Potenz
Dimenſionszeichen. A. 47 d
Dioptrik. D. 1
Direktionslinie. M. 23
Diſtanzpunkt. P. 7
Dividendus. R. 19
Dividiren. R. 17. 51. 51 a
Diviſor. R. 19
Dodekandrum. G. 190
Dollond. D. 13 d
Doppeltfernr. Aſtr. 241
Drachenkopf } Aſtr. 263
— ſchwanz }
Dreyeck. G. 19
Druck des Waſſers. H. 15 b
Druckwerk. H. 11
— deſſen Berechnung. H. 14
Dunkelheit. O. 5. 6.
Durchmeſſer eines Kreiſes. G. 13
Durchmeſſer ſcheinbarer. O. 51 a
— d. Geſtirne. Aſtr. 218. 220.
Durchſichtig. O. 6
Durchſchnitt, Feſtung. F. 99
Dyadik. R. 32 a

E.

Eccentricität. Aſtr. 247. 277
Ecliptik. Aſtr. 45. 70. 237
Einfallswinkel. O. 11. 12 a
Einheit. R. 3. 4. 34 a
Einmahleins. R. 47
Einſchalten. C. 30 a
Elaſtiſche Körper. A. 5
Elevationswinkel Art. 33 b
Ellipſe. Aſtr. 242. h. G. 22.
Ellipſograph. h. G. 22. XVI
Elongation. Aſtr. 272.
Emanationsſyſtem. O. 3
Emerſionen d. 4 Trab. Aſtr. 215
Enfiliren. F. 81
Entfernung der Planeten von der ☉. Aſtr. 282
Entgegenſetzung. Aſtr. 315
Epacten. C. 57
Epoche. C. 40
Erdaxe. Aſtr. 236. 239. G. 14. IV
Erdbahn. Aſtr. 237
Erde ihre Geſtalt. G. 2. 14.
— Gröſſe. G. 13. 14
— wie groß ſie im ☽ geſehen wird. Aſtr. 293
Bewegung. Aſtr. 237
Erdfinſterniß. Aſtr. 324
Erdkugeln. G. 50—54.
Erdſtriche. G. 27. Erdwinde M. 106 c u. 106 f
Erhabener Spiegel, C. 3. 13
Erhabenes Glas ſ. Glas
Eſplanade. F. 74
Exponent. R. 17. 52. A. 25
Exponentialgröſſe. D. 28. 29

F.

Facen. F. 25
Fackeln der Sonne. Aſtr. 143
Factores, Factum. R. 15. 64 a
Falkaune, Falkonet. F. 26

Fallbaum. F. 27 a
Fallgatter. F. 27 a
Farben. O. 46
— weiſe iſt nicht einfach. 47
— der Körper. 49.
— ſchwarze. 49 a
— einfache. 49 a
Farbenzerſtreuung. D. 13 ꝛc.
Farbigte Haut. O. 27 a
Faß ſ. Viſirung
Faſchinen. F. 140
Fauſſebraye. F. 59
Feldbefeſtigung. F. 1 a
Feldſchanzen. F. 114. 118. 120 ꝛc.
Feſte, bewegliche. C. 73. 74.
— unbewegl. 75
Feſtigkeit der Seilen. M. 106 c
— der Holzarten daſ.
— der Metallen daſ.
Fernglaß } D. 22
— rohr }
— Galiläiſches. D. 24
— aſtronomiſches. 27
— achromatiſches. 29
— auf Erden. 30
Feſtung. F. 8. 101. 103.
Feuerkugeln. Art. 43. 44
Feuchtigkeit, gläſerne. O. 19
— chryſtallene. 19
— wäſſerichte 19
Feuerſpritze. H. 22
Feuerwerkerkunſt. Ar. 2
Fixſtern. Aſtr. 47. 300
Fixſternſyſteme. Aſtr. 96 a
— verzeichniſſe. 98 b
Fladderminen. F. 79 a
Flanken. F. 29 — 36
Flecken des ☽. Aſtr. 162. 180
— der ♀. 193
— des ♃ und ♂. 193 a
Flintglas. D. 13 d
Flug. Ar. 35.
Flüßige Körper. H. 2.
Formeln in Worte überzutragen. A. 37
Fortification. F. 1
Friktion ſ. Reibung
Frühling. G. 32
Fundamentallinie. P. 5
Function h. G. 4
Fusmaaße. G. 9 a
Futtermauer. F. 20
Fußmörſer. Art. 36

G.

Gallerie. F. 144
Gedrittſchein. Aſtr. 315
Geocentriſch. Aſtr. 270
Geographie. G. 1.
Geographiſche Breite. G. 22
— Länge. G. 25. 26
Geometrie, gemeine. G. 1
— höhere. h. G. 1.
Georgsplanet. Aſtr. 42 a
Geſechſtſchein. Aſtr. 315
Geſellſchaftsrechnung. R. 94.
Geſchützkunſt. Art. 1.
Geſchütze. Art. 10
Geſichtskreis. Aſtr. 22 a
Geſichtslinie. F. 25
Geſtirne. Aſtr. 91
Getriebe. M. 16
Geviertſchein. Aſtr. 315
Gewicht. M. 48 r
Gewichte verſchiedener Städte. M. 55 a
Gewicht flüßiger Körper. H. 25
Glacis. F. 74
Glas, erhabenes } D. 5. 12.
— planconvexes } 13. 17.
— hohles. D. 7. 14. 20.
— vieleckichtes. 43
— zu ſchleifen. 45 ſeq.
Gläſerne Feuchtigkeit. O. 19.

Gleichgewicht flüßiger Maſſen. H. 17
Gleichung. A. 48
— Eigenſchaften. A. 51
— reine. A. 48
— unreine } 50
— Wurzeln }
— d. krummen Lin. h. G. 9
Glied, allgemeines. A. 47 c
Gnomon. Aſtr. 32 a
Gnomonik. Gn. 1
Graben e. Feſtung. F. 62—64
— trockner } 64 a
— naſſer }
Grade bey Winkeln. G. 15
Grad auf d. Erde. G. 14. V.
Granaten. Art. 39
Gravitation. Aſtr. 243
Gröſſen. A. 4
— entgegengeſ. A. 15 b ſq.
— unmögliche. A. 34 a
— veränderliche. h. G. 3
— verſchwindende. D. 3
— ſcheinbare. O. 51 a
Güldene Zahl. C. 55. 56

H.

Hadleyiſche Sextanten. Aſtr. 87 a
Halber Mond. F. 68
Halbmeſſer. G. 13
Halbſchatten. O. 42 a
Haubitzen. Ar. 45
Hauptaxe e. Glaſes. D. 9 a
Hauptgegenden. G. 47
Hauptlinie. F. 47
Haut, harte }
—— ſchwarze } O. 19
—— netzförm. }
Hebel. M. 8
—— der erſten Art. M. 44 a
—— der andern Art. daſ.
Heber. H. 24
Helakim. C. 10
Heliocentriſche Breite. Aſtr. 264 a
—— Länge. 267 a
—— Ort. 270
Herbſt. G. 32
Herſchel. Aſtr. 42 a
Heſperus. Aſtr. 19 r
Himmelskugeln. Aſtr. 11. 98 c
Höhe ein. Sterns. Aſtr. 55. 60
Höhemeſſung, geomet. G. 170
—— barometr. A. 40
Hohlglas. D. 20
Hohlſpiegel. C. 20 ſeq.
Horizont. Aſtr. 20. 22.
Horizontalfläche. Aſtr. 22 a b
—— perſpectiviſche. P. 8
Horizontallinie, die wahre. M. 28
—— die ſcheinbare. M. 31
Horizontalrefraction ſ. Refrakt.
Hornhaut. O. 19
Hornwerk. F. 72. 73
Humores oculi. O. 19
Hydraulik. H. 1.
Hydroſtatik. H. 1.
Hyperbel. h. H. 26.

J.

Jahr, julianiſches } C. 30
—— Schalt= }
—— bürgerliches. 30 a
—— jüdiſches. 39
—— Gregorianiſches. 32
—— Anfang. 38
Jahreszeiten. G. 32
Jahrtermin. G. 40
Jahrzahlen in einander. G. 71
—— zu verwandeln. 72
Icoſäedrum. G. 190
Inclinationswinkel. O. 16

Inclinirte Uhren. Gn. 26
Intervallum. Aſtr. 248
Integralrechnung. J. 1
—— formeln. 2
Interuſurium. A. 68
Irrationalgröſſen. A. 34
Jupiter. Aſtr. 42. 282. 290
—— Flecken und Streifen in ihm. Aſtr. 193 a
—— Umdrehung ſ. Axe. 194. 194 a
—— Atmosſphäre 196.
—— Bahn, ſ. Planeten
Jupiterstrabanten. Aſtr. 197
—— Umlaufszeiten. 199 a
—— Abſtände v. ♃. 200
—— Verfinſterungen. 201. 241 c.

K.

Kammrad. M. 15.
Kammer in Mörſern. Ar. 35
—— Minen. 53
Kartetſchen. Ar. 31
Kaſtenkunſt. H. 6
Kegel. G. 185
—— Berechnung des abgekürzten. G. 202 a
—— Kegelſchnitte. h. G. 26
Kehllinie. F. 44
Keil. M. 105
Kepler. Aſtr. 243. IV. 259 a
Fernſchatten. O. 42 a
Kernſchuß. Art. 33
Keſſel in d. Bombe. Ar. 35
Kloben. M. 18
Knallpulver. Art. 8
Knoten. Aſtr. 261. 277
—— d. Muſchellinie. h. G. 29. III.
Körper, Aufgabe von den drey K. Aſtr. 243. V.
Körper, perſpektiviſche P. 13
—— flüßige. H. 2
—— feſte H. 4.
Kolbenhub. H. 10
Kolbenſpiel daſ.
Kometen ſ. Cometen
Koſekante, Koſinus, Kotangente. T. 7 a
Kraft, anziehende. Aſtr. 243
Kreis, Entſtehung. G. 11
Gleichung. h. G. 19
Kreisbogen aus ihrer Tangente. J. 11
Kreisfläche. G. 130
Kriegsbaukunſt. F. 1
Kronwerk. F. 73
Kugel. G. 177
—— Berechnung. G. 203
—— Diameter einer einpfündigen. Art. 18
Kugelnetze. Aſtr. 11 a
Kurzſichtigkeit. D. 16 b

L.

Ladeſchaufel. Art. 24
Ladung. Art. 25
Länge eines Sterns. Aſtr. 89
—— e. Orts. G. 25. 26
—— des Tages ſ. Tag
Laffetten. Art. 23
Lager im Mörſer. Art. 35
Lampenmicrometer. D. 33 a
Landcharten. G. 56. 57
Latitudo loci. G. 22.
Lauf im Mörſer. Art. 20
Laufgraben. F. 132
Lehrſatz, binomiſcher. A. 37 d
Leibrenten. A. 69
Lens concava } D. 5. 7
— convexa }
Leuchtende Körper. O. 6
Leuchtkugeln. Art. 44

Libra:

Libration d. ☽. Aſtr. 181
Licht. O. 3
—— Deſſen Stärke 8 a
—— Geſchwindigkeit. Aſtr. 241 c
—— Beugung. D. 47
—— Brechung. D. 9. O. 15
—— Zurückwerfung. O. 17
—— Schwächung } O. 6 a
—— Flamme } 56
—— Strahl. O. 3
Licht des ☽. Aſtr. 153
— des ☿. 187
— der ♀. 189
Ligne de defenſe. F. 40
Linie. G. 1
—— krumme, zu conſtruiren. h. G. 2. 3.
—— gerade, Gleichung derſelben. 11.
—— zu fortificiren. F. 108
Linſen. D. 5. 7.
—— Chryſtallinſe. O. 19
Logarithmen. T. 13
—— zu berechnen. J. 5 ſeq.
—— zu differenziiren. D. 26. 31.
Logarithmiſches Syſtem. T. 15 b
—— natürliches. D. 30. J. 8. T. 18 a
—— briggiſches. J. 8. und T. 18
Longitudo loci. G. 25
Lucifer. Aſtr. 191
Luft. A. 1
— ihr Widerſtand
— beym Bombenwerfen. Art. 33 b. XI
Luftpumpe. A. 9.

M.

Maasſtab, der verjüngte. G. 47. 164
Magiſter Matheſeos, ſ. Pythagor. Lehrſ.
Magnetnadel. G. 49. Gn. 3 a. 12.
Mahlerkunſt. O. 51. 193.
Mars. Aſtr. 42. 193. 194. 196. 282
Maſchinen. M. 106 e
Mechanik. M. 1
Mauerquadrant. Aſtr. 32 a
Meere im ☽. Aſtr. 162. 180
Meile, geographiſ. G. 14. V
Mercurius. Aſtr. 42. 189 282. 290
—— in der Sonne. 186
Meridian. Aſtr. 18. G. 10
—— unterſchied. G. 6 a
Meßkette. G. 45, 46
Microſcop. D. 38. 40. 48
Milchſtraße. Aſtr. 95
Micrometer. Aſtr. 182. 184
Minen. Art. 49—53
Mira Stella. Aſtr. 304
Mittag. Aſtr. 25
Mittagsfernrohr. Aſtr. 32 a
Mittagsfläche. Aſtr. 23. 27
Mittagshöhe. Aſtr. 56
Mittagskreiſe, Unterſchied. G. 6 a
Mittagslinie. Aſtr. 28. Gn. 17 a
Mittagsuhr. Gn. 6. 16
Mittelpunkt d. Größe. M. 27.
—— der Schwere ſ. Schwerpunkt
Mitternacht. Aſtr. 25
Mitternachtsuhr. Gn. 6. 17
Mittlere Anomalie, ſ. Anomalie
Modulus d. Logarithm. J. 9
Mörſer. Art. 34. 36
Moment, ſtatiſches. M. 48
— mechaniſches. H. 25.

Moment d. Trägheit. M. 48 k
Monate. C. 36
— jüdiſche. 39
Mond, deſſelben eigene Bewegung. Aſtr. 37
— Umlaufszeit. 238
— Umdreh. um. ſ. Axe. 181
— Gröſſe. 287
— Weite von der Erde. 279. 282
— Atmosſphäre. 151 a
— Axe. 181
— Bahn. 243. IV.
— flecken } 162. 180
— charten }
— finſterniß. 157. 238. H. 321
Mondsberge. Aſtr. 292
— tafeln. Aſtr. 243. V.
— viertel. Aſtr. 153
Mondenjahr. C. 25
— monat. 17
— epacten. 57. 59.
Mondcircul. C. 53. 76 a II.
Mordkeller. F. 27 a
Morgen. Aſtr. 25
Morgenröthe. Aſtr. 114
Morgenſtern. Aſtr. 191.
Morgenuhr. Gn. 7. 18
Mühlen. H. 25
Mündung eines Stücks. Art. 15
Multiplication. R. 15. 49
— in Buchſtaben. A. 20. 21
— der Brüche. R. 63. 68.
Muſchellinie, h. G. 27. 28
— Gebrauch beym Viſiren der Fäſſer. G. 215 a no. X.

N.

Nacht. C. 2
Nachtgleichen, Vorrücken derſ. Aſtr. 98 a
Nadir. Aſtr. 15
Nahmen der Verhältniß. R. 52
Nebelſterne. Aſtr. 96
Nebengegenden. G. 47
Nebenſtriche. F. 43
Nebenwinkel. G. 39
Negativ. A. 15 b
Neigung der Planetenbahnen. Aſtr. 277. IV
Neigungswinkel. O. 16. D. 3
Nenner. R. 61
Netze, geometriſche. G. 219
Netzhaut. O. 19
Neumond. Aſtr. 238. I. C. 61. 39.
Neunerprobe. R. 40. 40 a
Neuton. Aſtr. 243. IV. O. 49 b. 3
Nicäiſches Concilium. C. 35. 76
Nodi ſ. Knoten
Nonae. C. 37
Norden. Aſtr. 25. G. 47
Nordpol. Aſtr. 12
Numeriren. R. 31
Nutation. Aſtr. 241 d

O.

Oberſchlägige Räder. H. 25
Objektivglas. D. 23
— achromatiſches. D. 13 d
Occaſus ſ. Ortus
Oktaëdrum. G. 190
Olympias, C. 71
Optik. O. 1
Oppoſition. Aſtr. 315
Ordinaten. h. G. 6. 30
Ordnung. R. 34 a. h. G. 9
Ordnungsexponent. R. 37 a
Orillon. F. 37

Ort

Ort der Planeten. Aſtr. 266. 277
— der Sonne. G. 51
Ortus, coſmicus, acronycticus, heliacus. Aſtr. 109. 110
Oſten. G. 47
Oſtergränze. C. 76 a
Oſtern. C. 77
Oſtertäfelein. 77
Oſtervollmond. 76 a

P.

Palliſaden. F. 79
Parabel. Ar. 33 b. III
— Aſtr. 313 a
— h. G. 23
Parameter. h. G. 22. XIII. 25. VI
Parallaxe. Aſtr. 121 — 127. 240. 241 a. 273
Parallelogramm. G. 23
Parallelkreiſe. Aſtr. 26 a
— ſtrahlen. D. 10 b
Parallelopipedum. G. 182
— linien. G. 22
— ihre Theorie. G. 72. u. f.
Parapet. F. 13
Paſſageinſtrument. Aſtr. 32 a
Paternoſterwerk. H. 5
Patronen. Art. 24 a. 32 a.
Perigäum. Aſtr. 245
Perihelium. Aſtr. 244
Periodus julianus. C. 69
Peripherie. G. 13
— Ihre Verhältniß zum Durchmeſſer. G. 129
Perpendikel. G. 17
— uhr. Aſtr. 26 b. 239
Perſpektiv. P. 1
Petarde. Art. 47
Pfeiler, perſpektiviſche. P. 17
Phaſen der ♀. Aſtr. 187
— des ☽. 238. f.
Phosphorus. Aſtr. 191
Photometrie. O. 9
Planeten. Aſtr. 42 a. 47. 214. 290
Planetenbahn. Aſtr. 242
Planetenſyſtem, Fortrücken deſſelb. Aſtr. 241 c
Planetenſtunden. C. 7
Platoniſches Jahr. Aſtr. 98 a
Platz irregulären
— zu fortificiren. F. 104
Plumpe ſ. Pumpe
Polarkreiſe. Aſtr. 52
Polaruhr. Gn. 8. 20.
Polhöhe. Aſtr. 63. G. 23
Polieren. C. 4
Polus antarcticus & arcticus. Aſtr. 12. 13
Polyedrum. D. 43
Polygone äuſſere. F. 39
— innere. 46
Polygonwinkel. F. 50
Polynomiſche Gröſſe. A. 47
Poſitiv. A. 15 b
Potenzen. A. 24 ſeq.
— zu differentiiren. D. 17
— Grad derſelben. A. 25
Poternen. F. 27 a
Prellſchuß. Art. 33 a
Prisma. G. 179
— zerlegt das weiſe ☉licht in Farben. O. 46
Probe der Addition. R. 44
Produkt. R. 15. A. 47 d
— zu differentiiren. D. 14
Profil eines Walles. F. 99
Projektion. P. 3. G. 57 a
Progreſſionen arithm. A. 55 ſeq.
— geom. R. 56. A. 60 ſeq.

Proportionen. R. 53. 55. 81. 82 — 85. A. 58
Proportionallinie. G. 158
Proportionalzahlen. R. 84. 85
Proſtaphaereſis. Aſtr. 258
Prozwagen. Art. 23 a
Püchelkunſt. H. 5
Pulver zu machen. Art. 4
— Würkung. 5
Pulverladung. Ar. 5a
Pulverſätze. Ar. 6
Pulvermühlen. Ar. 4 a
Pulverprobe. Ar. 9
Pumpe. H. 9
— dabey erforderliche Abmeſſungen. H. 10 c
Punkt, geometriſcher. G. 1
— leuchtender. O. 8
Pupille. O. 19
Pyramide, geometriſ. G. 187
— perſpektiviſche. P. 15
Pyrometrie. A. 43
Pyrobolia. } Ar. 2
Pyrotechnia. }
Pythagoriſcher Lehrſatz. G. 144

Q.

Quadrat, geometriſches. G. 20
— deſſen Verzeichnung. G. 98
— deſſen Ausmeſſung. G. 114
— perſpektiviſches. P. 10
Quadratzahl. R. 42
— wurzel. 74—78
Quadratiſche Gleichung. A. 48. 50
Quadrant. Aſtr. 32 a
Quotient. R. 17. Differential deſſelben. D. 18

R.

Rabatt. A. 68
Rad an einer Axe. M. 12
Radius kleiner. F. 48
— großer. 49
Räderwerk. M. 79
Raſiren. F. 21
Raumnadel. Ar. 42 a
Raute. G. 20. ihre Verzeichnung. G. 100. ihre Ausmeſſung. G. 121
Ravelin. F. 67. 90
Rechenkunſt. R. 1
Rechtläufig. Aſtr. 225
Redoute. F. 116. 119. 123
Reduction d. Ecliptik. Aſtr. 268
Reeſiſche Regel. R. 99 a. I
Reflexion. O. 11
Reflexionswinkel. O. 11. 12 a
Refraction. O. 15. D. 2
— aſtronomiſche. Aſtr. 129
Refractionswinkel. O. 16
Refringirter Winkel. O. 16
Regenbogen. O. 46
Regula quinque. R. 92
Regimentsſtücke. Ar. 11
Reguläre Veſtung. F. 88
Reibung. M. 106 b
Reichskalender. C. 77
Reiſen um die Erde. G. 5
Rektangel. G. 20, deſſen Verzeichnung. G. 99. deſſen Ausmeſſung. G. 117
Retina. O. 19
Ricoſchettſchuß. Ar. 33a
Ring um den ☽. Aſtr. 151
— des ♄. 211. 213
Röhren zu Ferngläſern. D. 24
Röhrenleitung. H. 16
Römer Zinszahl. C. 66

Römiſcher Kalender. C. 37
Roſenkranzmühle. H. 5
Rückgängig. Aſtr. 226
Ruhepunkt. M. 22
Ruthe. G. 9

S.

Salzſpindel ſ. Soolwage
Sappiren. F. 139
Satellites ♃ ſ. ♃ Trabanten
Saturnus. Aſtr. 42. 209. 277. 282. 290
— deſſen Trabanten. 209. 210
— Ring. 211. 213.
Saugröhre. H. 10a
Saugwerk. H. 9
Schädlicher Raum. H. 10a
Satz, hoher. H. 10a.
Schaltjahr. C. 23
— tag. C. 23
Schanzen. F. 114. Sternſchanze. 117. 122
Schatten. O. 5. 34. 37. 46
— ganzer, halber. 42a
Schatten, perſpektiviſcher. P. 23. 24
Scheere. F. 70. 71
Scheitel d. Parabel. h. G. 24. V
Schiefe d. Ecliptik. Aſtr. 71a. 243. VI
Schießgewölbe. F. 27a
Schlangen. Ar. 11
Schnellwage. M. 53
Schöpfräder. H. 8
Schöpfwerk. H. 6
Schuß. Ar. 26
Schußweite. Ar. 33b. III.
Schulterwehre. F. 32a
Schulterwinkel. F. 55
Schraube. M. 84
Schraube ohne Ende. M. 92
Schwankung d. ☽ Aſtr. 181
Schwerebene. M. 26
Schwere auf d. Erde. Aſtr. 289. M. 32
— allgemeine. 243. V.
— ſpecifiſche. M. 106d
Schwerpunkt. M. 26
Schweif d. Cometen. Aſtr. 306
Schwungräder, Schwungkolben. M. 106f
Sclerotica. O. 19
Sechseck. G. 108
Second flanc. F. 29. 43
Secundirende Linie. F. 22
Seeuhren. Aſtr. 26h
Segmente. Aſtr. 11a
Sehewinkel. O. 51a
Sehungsbogen. Aſtr. 110
Sehen. O. 2. Deutliches. 25. 26 ſeq.
Sehne. G. 13
Seitendruck des Waſſers. H. 47
Serpentinel. Ar. 26
Setzkolben. Ar. 27
Setzwage. Aſtr. 22b
Sextilis. Aſtr. 315
Sidera medicaea. Aſtr. 198
Sichtbarkeit. O. 3
Siedepunkt. A. 48
Sinus. T. 2
Sirius. Aſtr. 303
Sommer. G. 32
Sonne. Aſtr. 133. 280
Sonnencircul. C. 45. 48
Sonnenfakeln. Aſtr. 143
Sonnenflecken. Aſtr. 136. 138a. 145
Sonnenfinſterniß. Aſtr. 150. 238. II.

Sonnenhöhen übereinſtimmende. Aſtr. 26 g
Sonnenmicroſcop, D. 42 a. 48
Sonnentafeln. Aſtr. 243. V
Sonnenjahr, tropiſches. Aſtr. 277. II. C. 19
Sonnentag. Aſtr. 36 a
— ſtrahlen, erregen Wärme. Aſtr. 135 a
— zeit. Aſtr. 36 a
— uhren. Gn. 2
— declinirende. 6. 22. 23. 25
— inclinirende. 26
— mechaniſch zu verfertigen. 26 a
Sonntagsbuchſtabe. C. 14. 47. 50
Soolwage. H. 25 a
Sphaera obliqua, parallela, recta. G. 37. 40. 44
Spiegel. C. 2. ebener 3. 5. ſphäriſcher. 3. 13. coniſcher. 3. cylindriſcher. 18
Spiegelteleſcop. D. 41
Spielraum. Ar. 17
Spindel. M. 20
Springwerk. H. 21
Spritzen ſ. Feuerſpritzen
Stampfer. Art. 27
Statik. M. 1
Steinchartaunen. Ar. 46
Stern im Auge. O. 31. 33 a
— bilder. Aſtr. 91
— veränderliche. Aſtr. 304
— charten. Aſtr. 98 c
Sterntag. Aſtr. 26 d
Sternuhr. Aſtr. 26 h
Sternzeit. Aſtr. 26 h.
Stiefel. H. 10 a
Stirnrad. M. 15
Stöckelkiel. H. 10 a
Störungen, gegenſeitige der Weltkörper. Aſtr. 243. V
Strahlen, einfallende, zurückgeworfene. O. 10. gebrochene. 16
Streichende Defenslinie. F. 40
Streichwinkel. F. 53
Stücke. Ar. 10. Arten 11. Materie 14. Theile 20. Ladung. 25. 31
— Richtung. 33
Stückpulver. Ar. 4 ſq.
Stunden. C. 3. aſtronomiſche. 4. Europäiſche 4. Babyloniſche. 6. Italiäniſche 6. Jüdiſche 7. Planeten / 7. ſ. ferner Zeit.
Stundenkreis. Aſtr. 67 a
Stundenwinkel. Aſtr. 67 a
Subtraction in Zahlen. R. 12. 43
— Buchſtaben. A. 19
Süden. Aſtr. 25. G. 47
Südpol. Aſtr. 12. 13
Summe. R. 9
— einer Bruchreihe. A. 61. ſeq.
Syderalumlauf. Aſtr. 277. II.
Syſtema mundi Copernicanum. Aſtr. 235. Tychonicum. 232

T.

Tag. C. 2. 3. längſter und kürzeſter. G. 42
Tagebogen. Aſtr. 81 a
Tagekreiſe. Aſtr. 26
Talud. F. 18
Tangente zu differentiiren. D. 24. Aus ihr den Bogen zu finden. J. 11

Tangentialkraft. Aſtr. 243. I.
Tannzapfen. Ar. 32 a
Taſchenchronometer. Aſtr. 26h. G. 6a
Teleſcop, Herſchels. D. 41
Tenaille. F. 70. 71. 89
Terreplain. F. 16
Ternen. A. 47 a
Tetraedrum. G. 190
Theilung der Figuren. G. 142
Thermometer. A. 42
— das Re'aumürſche. A. 47
— das Fahrenheitſ. daſ.
— das Delisleſche daſ.
— das Celſiusſche oder ſchwediſche daſ.
Theoriſche Aſtr. 2
Thierkreis. Aſtr. 48
Thore. F. 27 a
Thüre ins Perſpektiv. P. 19. 21.
Todter Winkel. F. 28
Torricelliſche Röhre. A. 31
Trabanten der ♃. Aſtr. 199. 200
— d. ♄ 209. 210. ♀ 214b
— des Uranus. 214 b
Trabantenverfinſterungen. Aſtr. 215
Trägheit. M. 48 k
Trancheen. F. 130
Trapez. G. 20
Traverſen. F. 80. 97
Traubenhagel. Ar. 32 a
Triangel. G. 122
Trigonometrie. T. 1
Trilling. M. 17. 17a
Triebſtöcke. M. 17 a
Trigonus. Aſtr. 315
Tropici. Aſtr. 49. G. 9

U.

Uhr. Aſtr. 26h
Uhrzeit. Aſtr. 26 h
Undeutlichkeit wegen der Geſtalt des Glaſes. D. 13b
wegen der Farben. 13 c
Umdrehungsaxe der Planeten. Aſtr. 194
Umlaufszeit. ſynod.
— — periodiſ.
— — tropiſche
} Aſtr. 238. III. 277. 277. II.
Ungleichheiten d. Planetenläufe. Aſtr. 243. V
Untergang der Sterne. Aſtr. 24
— — d. ☉. 81
Unterſchied. R. 12
Unterſchlägige Waſſerräder. W. 25
Uranus. Aſtr. 42 a
Uvea. O. 19

V.

Vaubans Befeſtigungsart. F. 88.
Ventil. H. 12.
— öffnung. H. 15. I
Venus. Aſtr. 42. Phaſen. 185. Gebirge und Rotation. 192 a. 193 a. in der ☉. 186. Umlaufszeit u. ſ. w. 277. 282. 290. ihr Trabant. 214b
Vergröſſerungsgläſer. D. 37. 38
Vergröſſerung eines Fernrohrs. D. 29a, 33
— Mikroſcops. D. 40
Verhältniß. R. 52. des Durchmeſſers zum Umfange zu finden. I. 12

Verhaue. F. 79a
Verneint. A. 15b
Vermiſchungsrechnung. R. 95
Verticalkreis. Aſtr. 54
— linie. 15a
— uhr. Gn. 6
Vibrationsſyſtem. O. 3
Vieleck. G. 104
Vieleckichtes Glas. D. 43
Viereck. G. 20. deſſen Verzeichnung aus 5 Stücken. G. 103c
Viertel des ☽. Aſtr. 153
Viſirſchuß. Ar. 33
Viſirung der Fäſſer. G. 215. 215a
Vollmond. Aſtr. 153. 238 I. C. 61
— des Aequin. } C. 76a
— Oſter= }
Vulcane auf dem ☽. Aſtr. 180

W.

Wände und Pfeiler ins Perſpektiv. P. 17
Wärme vergrößert die Ausdehnungskraft der Luft. A. 20
Wäſſerichte Feuchtigkeit. O. 19
Waffenplätze. F. 75. 96
Wage. M. 49. ſolche zu probiren. M. 52
Wall. F. 9. 21. 22.
Wallgang. F. 16.
Walze ſ. Cylinder
Waſſerſchraube, Waſſerſchnecke. H. 3
Waſſerwaage. Aſtr. 22b
Waſſerſtoß. H. 25
Weg, bedeckter. F. 74
Weiſer einer Sonnenuhr muß der Weltaxe parallel ſeyn. Gn. 26a. II.
Weite zweyer Sterne. Aſtr. 86
— der Planet. v. der ☉. 282
Welſche Praktik. R. 96
Welt, wie ſie ausſiehet. Aſtr. 6
Weltaxe. Aſtr. 13. 236
Weltgebäude, tychoniſches. Aſtr. 232
— copernicaniſches. 235
Weltgegenden. G. 47
Weltkugel, gerade. G. 37
— parallele. 40
— ſchiefe. 44
Weltpole. Aſtr. 12
Wendekreiſe. Aſtr. 49
Winkel, geometriſcher. G. 15
— optiſcher. O. 51a
— zu fortificiren. F. 110. 111
— todter. F. 28
Windkeſſel. H. 23
Windraum. Ar. 17
Winkelhacken. G. 88
Winter. G. 32
Wiſchkolben. Ar. 29
Woche. C. 12
Wochentage, Buchſtaben derſ. C. 46a
Wolfsgruben. F. 79a
Würfel. G. 182
Wurzeln, irrationale. R. 80b
— unmögliche. A. 34a II. 41a
— der Gleichungen. 50. 51
Wurzelzeichen. R. 80a. A. 32

Z.

Zahl. R. 3. 36. auszuſprechen. 37

Zahl, genannte. R. 42. gülde: ne. C. 55. 56
Zahlenſyſtem. R. 32a
Zählen. R. 31
Zähler. R. 61
Zapfenſtück. Art. 20
Zauberlaterne. D. 42
Zeichen der Addition. R. 41. Subtr. 45. Multiplic. 50. Diviſ. 51b. 62b. himmliſche. Aſtr. 46. der Zeit. C. 43. der Wurzeln. ſ. **Wurzelzeichen.** — der Zahlen ſ. **Zifern**
Zeit des Mittags. Aſtr. 26h
— wahre, mittlere. Aſtr. 36a
— Stern: 26h
Zeitgleichung. Aſtr. 36a. IX
Zeitrechnung, jüdiſche. C. 39a
Zenith. Aſtr. 15
Zerſtreuungspunkt. D. 16a
Zeugmeiſtereykunſt. Ar. 2
Zimmer, finſteres. O. 30
Zifern. R. 37a
Zinszahl. C. 66
Zins- und Kapitalrechnung. A. 66
Zodiacus ſ. Thierkreis
Zodiacallicht. Aſtr. 116a. 139
Zona ſ. Zonen
Zonen. G. 27
Zündröhre. Art. 37. 38
Zugbrücke. F. 27a
Zurückwerfungsebene. O. 17
Zuſammenkunft. Aſtr. 238. III
Zwergaxe. h. G. 22. VIII.

Verbeſſerungen.

Seite 47 Z. 9 ſtatt $-x^{-3}$ lies $= -x^{-3}$

— 71 Z. 10 von unten; heiſt lies heiſen.

— 105 Z. 13 ſt. $\frac{y}{y-1}$ lies $\frac{1}{y-1}$

— 113 Z. 8. ſt. $\log(a+20b$ l. $\log(a+20b)$

— 282 Z. 11 ſt. $2(x-y)dx-dy$ l. $2(x-y).(dx-dy)$

ibid. Z. 5 von unten; ſt. (dx^4) l. $d(x^4)$

— 283 Z. 18 ſt. $n+1)x^n dx$ l. $(n+1)x^n dx$

— 283 Z. 6 von uuten; ſt. Exponent l. Exponent n.

— 284 Z. 6 von unten ſt. $-nax^{-n-1-}dx$ lies $-na^{-n-1}dx$.

— 286 Z. 17 ſt. $\frac{wdy = udw}{w^2}$ lies $\frac{wdu - udw}{w^2}$

ibid. Z. 19 ſt. $d\left(\frac{u}{w}\right.$ l. $d\left(\frac{u}{w}\right)$

— 287 Z. 5 ſt. ein l. einen

— 296. Z. 17 ſt. $\frac{\frac{1}{2}}{1=x}$ l. $\frac{\frac{1}{2}}{1-x}$

— 298 Z. 8 ſt. $\begin{matrix}b\\a\end{matrix}$ lies $\frac{b}{a}$

— 301 Z. 8 ſt. 4^5 l. 11^5

— 302 Z. 4 von unten ſt. y^5 l. y^6

— 304 Z. 17. ſt. uns l. nur

— 649 Z. 7 ſt. geſehen l. geſehen,

— 655 Z. 22 ſt. 25,58 l. 23,58

— 757 Z. 24 Robies l. Robins

ibid. Z. 25 D' Arcy l. D' Arcy;

Geom. Tab. I.

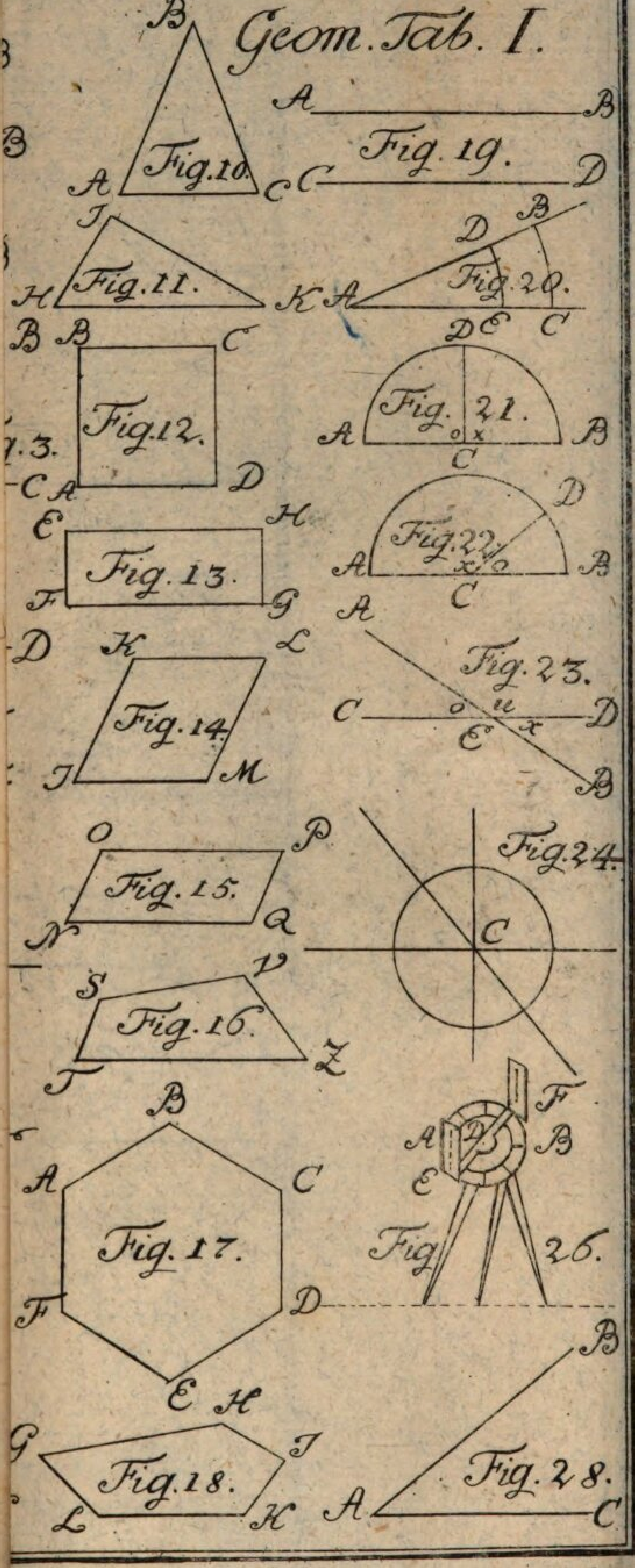
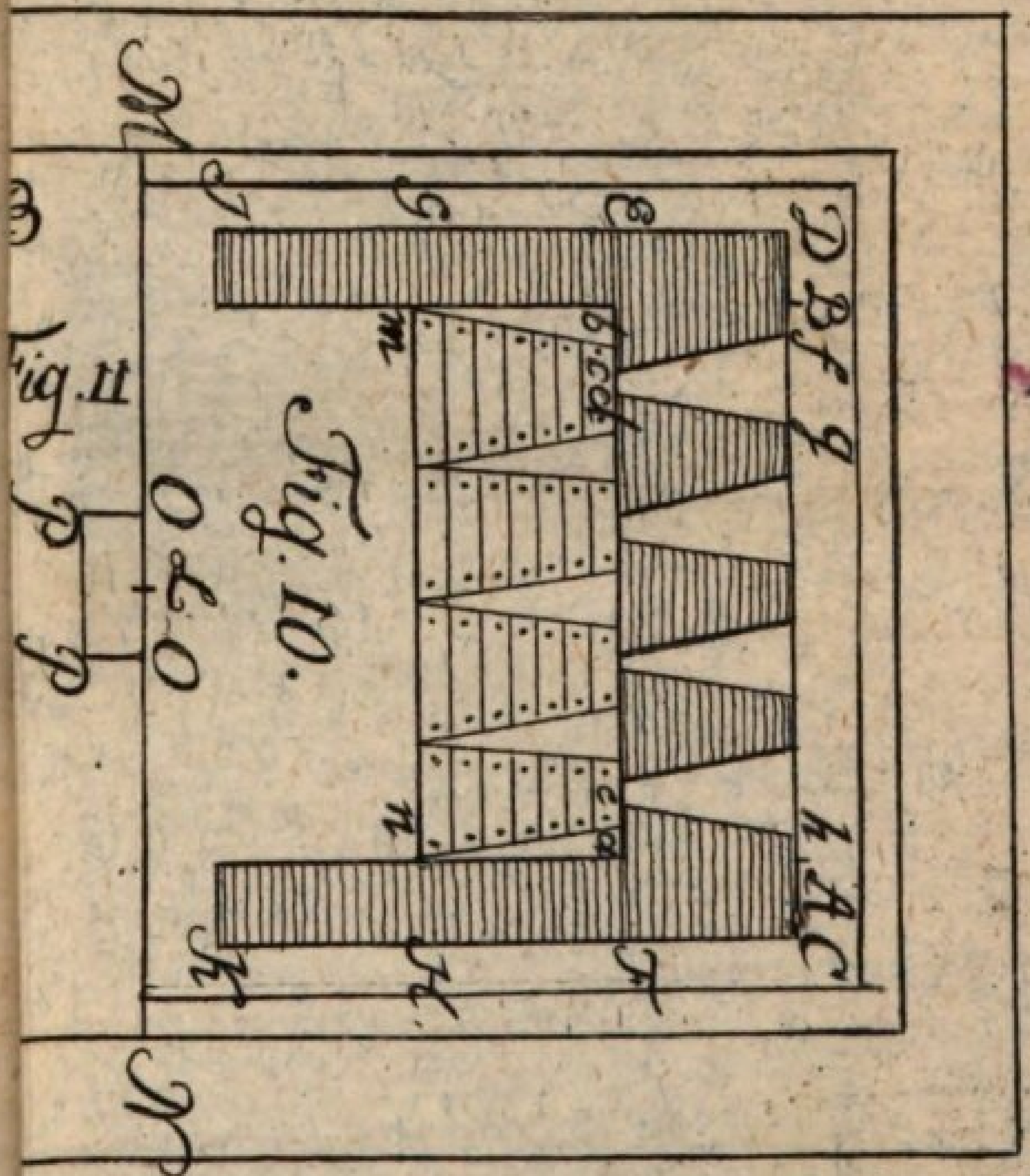


Fig. 10.
Fig. 11.
Fig. 12.
Fig. 13.
Fig. 14.
Fig. 15.
Fig. 16.
Fig. 17.
Fig. 18.
Fig. 19.
Fig. 20.
Fig. 21.
Fig. 22.
Fig. 23.
Fig. 24.
Fig. 26.
Fig. 28.

iegsbaukunſt. Tab. IV.

Fig. 9.



Bayerische StaatsBibliothek

Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Wolff, Christian von, / Mayer, Johann Tobias, / Langsdorf, Karl Christian <
<von>>,

Neuer Auszug aus den Anfangsgründen aller mathematischen Wissenschaften

Marburg 1797

Math.u. 218
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10594410-1
VD18 10180559-007